

对称 α -stable 与高斯的混合噪声中信号检测的几种新方法¹

夏光荣 刘兴钊

(上海交通大学电子工程系 上海 200030)

摘要: 文章首先对现有 α -stable 噪声中信号检测的几种方法进行概述、分析。在将背景噪声拓展为对称 α -stable 分布噪声和高斯噪声的混合噪声(一种更接近实际工程的噪声模型)时,基于一种可逼近于对称 α -stable 分布的表达式,提出了几种基于低阶矩理论的信号检测新方法。它们分别是:改进的矩方法、局部次最优新方法。它们有简单的表达式,容易实现。蒙特卡罗仿真试验结果表明,这几种新方法是行之有效的,检测性能优于现有的一些方法。

关键词: 信号检测, 对称 α -stable 分布, 混合噪声, 低阶分数矩

中图分类号: TN911.23 **文献标识码:** A **文章编号:** 1009-5896(2004)09-1504-05

The Innovative Signal Detection Methods in a Mixture of Symmetric α -stable and Gaussian Interference

Xia Guang-rong Liu Xing-zhao

(Dept. of Electron. Eng., Shanghai Jiaotong Univ., Shanghai 200030, China)

Abstract After summarizing and analyzing the existing signal detection methods in α -stable noise, several innovative signal detection methods based on Fractional Low Order Moments (FLOMs) are proposed in this paper, which are the improved moment-type method and the new locally suboptimum method respectively. And these detectors are available in both the Symmetric α -stable ($S\alpha S$) interference and the mixture of Gaussian and $S\alpha S$ interference. At the same time, Monte Carlo simulations demonstrate that all these detectors are efficient and they outperform the existing methods.

Key words Signal detection methods, Symmetric α -stable, Mixed noise, Fractional low order moment

1 引言

众所周知,高斯噪声中信号检测理论已经是相当成熟的了,基于这些检测理论的各种参数检测器在高斯噪声环境中都具有相当好的检测性能。但是,当高斯噪声背景这一假定得不到满足时,这些检测器的性能将会急剧恶化。现实中,各种非高斯的背景噪声广泛存在。如水声信号等类似冲击性噪声就具有一定的代表性^[1]。对称 α -stable 分布就是一种很好的冲击性噪声模型,它引起很多学者的关注^[2-4]。它也是本文的研究对象。

1.1 对称 α -stable($S\alpha S$) 分布噪声模型

$S\alpha S$ 分布相对于高斯分布具有大且长的拖尾,它适合用来描述冲击性的信号或噪声,并且具有这种分布的信号或噪声的二阶及二阶以上矩都不存在。它是 α -stable 分布的特例。 α -stable 分布可由 4 个参数来完全确定:(1)位置参数 a ,相当于高斯分布中的均值。(2)散度 γ ,相当于高斯分布中的方差。(3)用来表示 α -stable 分布的对称性的偏度量 β ,当 $\beta = 0$ 时,它被称为 $S\alpha S$ 分布。(4)特征指数 α ,用来表示 α -stable 分布的拖尾的特征,其值越小,拖尾相对

¹ 2003-05-03 收到, 2003-08-11 改回
自然科学基金的资助项目 (60072027)

于高斯分布越大。在现实工程应用中, 具有零位置参数的 $S\alpha S$ 分布 (即 $a = 0$ 的 $S\alpha S$ 分布) 可用来模拟许多情况下的冲击性的噪声。这种 $S\alpha S$ 分布的概率密度函数也不能用确切完整的表达式表示出来, 不过这种分布的特征函数可用完整确切的表达式表示如下:

$$\varphi(t) = e^{-\gamma|t|^\alpha}, \quad \gamma > 0 \quad (1)$$

对于这种分布的随机变量, 其最重要的一条性质就是低阶矩特性: 其大于 α 的各种矩都将不存在, 即设 X 是 α -stable 分布随机变量, 特征指数为 α , 则

$$\begin{aligned} E|X|^p &= \infty, & p &\geq \alpha \\ E|X|^p &< \infty, & 0 \leq p < \alpha \end{aligned} \quad (2)$$

1.2 α -stable 噪声中信号检测概述

由于这种分布的随机变量缺乏完整的概率密度函数, 所以在这种噪声中对信号的基于概率密度函数的各种检测器是很难实现的。许多学者纷纷提出了各种方法来构成 α -stable 噪声中的检测器, 现概述如下:

假定所设计的检测器是基于如下二元假设:

$$H_1 : x = s + n, \quad H_0 : x = n \quad (3)$$

其中 n 为 α -stable 分布噪声, s 为待检测信号。现有的各检测器可被分为以下几类:

(1) 基于级数表示的概率密度函数的最优检测器^[5] Tsihrantzis 和 Nikias 提出了这种用来逼近 $S\alpha S$ 分布的概率密度函数且可进行实时计算的级数表示方法, 然后再根据这些用级数表示的概率密度函数来实现各种基于似然比的检测器。它的缺点是: 这是一种近似的方法, 并且各种级数因 α 的不同而不同, 找到这种级数表示的过程本身就是一件不容易的事情。

(2) 基于权函数的方法^[4,6] Brown 等人在他们的文献中, 通过引入两种非线性的权函数来实现信号检测。这两种检测器只能是对局部最优秩检测器和局部最优检测器的逼近。很显然, 这两种权函数是 α 的函数, 它们也只能是一种经验型公式。

(3) 次最优检测器^[2] 在高斯噪声中, 一致最优检测器的实质是线性相关器或匹配滤波器。Nikias, Min Shao 在他们的文献中提出了几种针对 α -stable 噪声中信号检测的次最优检测器, 其实质是这样的: 首先对待处理的信号、噪声进行非线性处理, 然后对处理后的信号做线性相关器检测。他们还提出了 3 种非线性处理方式: Hole puncher 方式, Clipper(钳位器) 方式和 Hard limiter(硬限幅器) 方式。这些方法也都是经验型的, 易受主观因素影响的方法。

(4) 柯西检测器^[7] 作者 Tsihrantzis 和 Nikias 在他们的文献中, 提出用柯西检测器来对 α -stable 噪声中信号进行检测。这种检测器不考虑具体的 α -stable 分布的特征指数 α , 它具有一定的鲁棒性, 其检验统计量为

$$\Lambda_c = \sum_{k=1}^N \log \left\{ \frac{\gamma^2 + [x(k)]^2}{\gamma^2 + [x(k) - s(k)]^2} \right\} \quad (4)$$

(5) 矩类型方法检测器^[4] Tsihrantzis 等人在他们的文章中提出了一种矩类型方法来实现信号检测, 但仿真结果表明, 当信噪比低的时候, 这种检测器性能不好。

2 α -stable 噪声中信号检测的几种新方法

本文在上述信号模型的基础上, 将信号的背景噪声进行拓展, 认为由高斯部分和 $S\alpha S$ 部分构成^[1]。这种模型更接近于工程实际情况。基于这种噪声模型而得到的检测器同样适用于 $S\alpha S$ 噪声。所以我们的检验都是基于以下两个假设:

$$\begin{aligned} H_1 : x &= s + n_\alpha + n_G, \\ H_0 : x &= n_\alpha + n_G \end{aligned} \quad (5)$$

其中 n_α 代表零位置参数的 SaS 噪声; n_G 代表高斯部分噪声, 其均值为零。

我们知道, 高斯分布是 SaS 分布的一种特例, 它的概率密度函数具有如下的形式:

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-(x-\mu)^2/2\sigma^2} \quad (6)$$

SaS 分布 $\alpha \in [0, 2)$ 的二阶矩不存在。我们可以设想, 它的概率密度函数可用式 (7) 来逼近, 其中 A 是依赖于 α 的常数, B 是依赖于 α, γ 的常数, $p \leq \alpha$ 。 a, α 分别是这种分布的位置参数及特征指数。

$$f(x) = Ae^{-(x-a)^p/B} \quad (7)$$

图 1 中, 列出了一个这种假设的概率密度函数 (实线) 与一高斯概率密度函数 (虚线) 的对比曲线。其中高斯概率密度分布的均值为 4.0, 方差为 1.44。假设的概率密度分布中, $a=4.0, p=1.4, A=0.3245, B=2.16$ 。从图中可以看出, 这种假设的概率密度函数表现出了与 SaS 分布相同的特性。它一定逼近于某个 SaS 分布。反之, 对于 SaS 或 SaS 与高斯的混合分布来说, 一定存在一与之最为逼近的假设概率密度函数。在本文中, 我们先不必关心具体的 A, B 的值。在这基础上, 推导出几种新的信号检测方法。

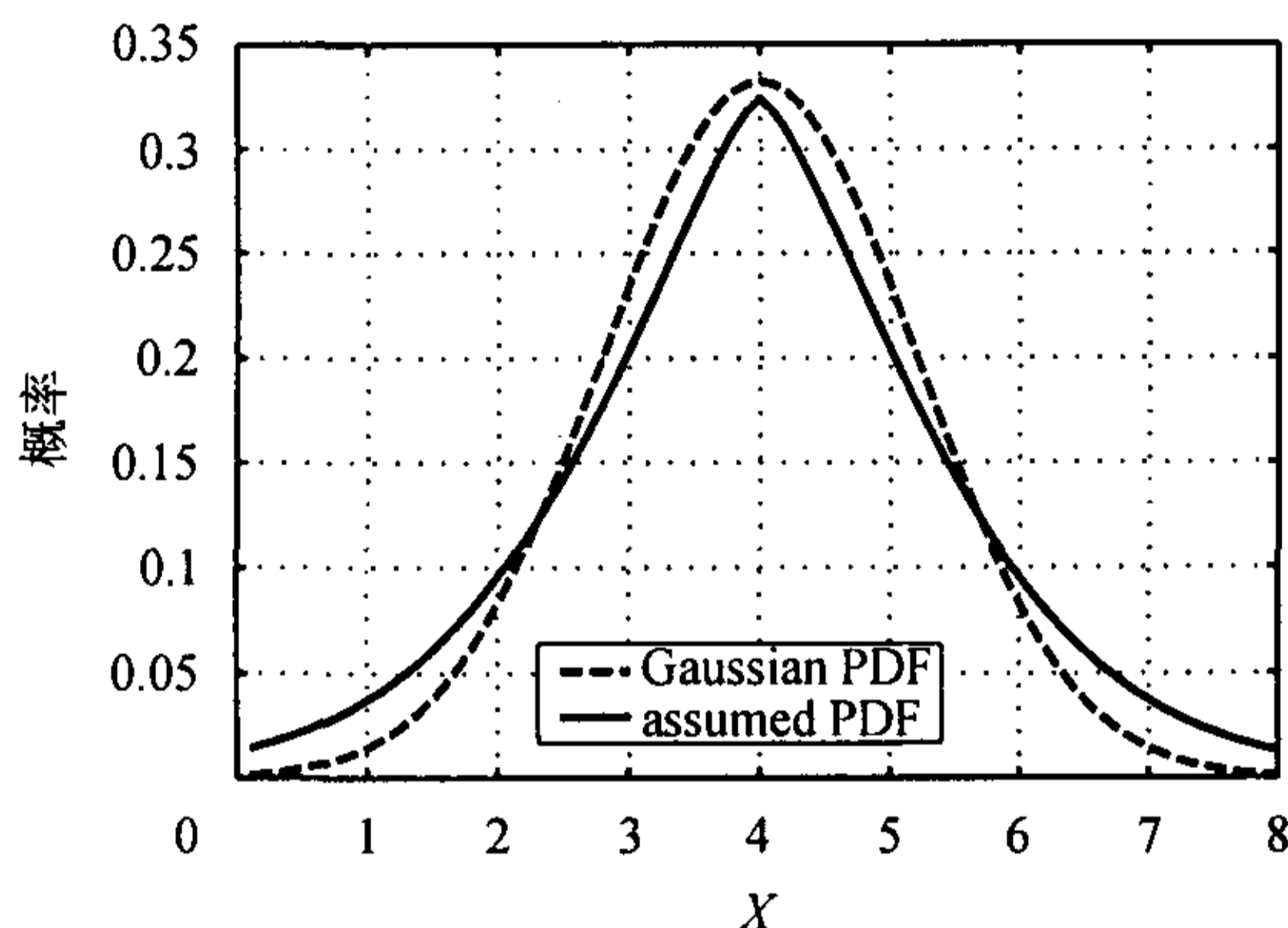


图 1 一高斯概率密度函数 (虚线) 与一假设概率密度函数 (实线)

2.1 改进的矩方法

我们在似然比准则及上述假设概率密度函数的基础上, 不难得到如下这种改进的矩方法, 其检验统计量及判决规则为

$$\Lambda = \sum_{i=1}^N (|x_i|^p - |x_i - s_i|^p) = \begin{cases} H_0, & \leq \lambda, \\ H_1, & > \lambda, \end{cases} \quad p < \alpha \quad (8)$$

其中 λ 为判决门限。它取决于具体的判决准则。

2.2 局部次最优新方法

我们在对数似然比的基础上, 不难得到这种局部次最优新方法。基于假设概率密度函数的对数似然比为

$$\Lambda_0 = \log \frac{f_1(x)}{f_0(x)} = \log \frac{Ae^{-(|x-s|^p)/B}}{Ae^{-(|x|^p)/B}} = \log e^{\frac{|x|^p - |x-s|^p}{B}} = \frac{|x|^p - |x-s|^p}{B} \quad (9)$$

这里, B 是一常数, 我们考虑统计量 $\Lambda = |x|^p - |x - s|^p$, 当信号较弱时 (即 s 较小, 局部最优方法就是考虑小信号的情况), 在对后一项进行级数展开并忽略其高次项后可得

$$\Lambda = |x|^p - |x - s|^p = |x|^p - (|x|^p + p|x - s|^{p-1}(-s)\text{sgn}(x - s)) = \text{sgn}(x - s)p|x - s|^{p-1}s \quad (10)$$

所以, 局部次最优新方法的检验统计量及判决规则为

$$\Lambda = \sum_{i=1}^N \text{sgn}(x_i - s_i)p|x_i - s_i|^{p-1}s_i = \begin{cases} H_0, & \leq \lambda, \\ H_1, & > \lambda, \end{cases} \quad p < \alpha \quad (11)$$

其中 $\text{sgn}(\cdot)$ 是符号函数, 定义为

$$\text{sgn}(t) = \begin{cases} 1, & t > 0 \\ 0, & t = 0 \\ -1, & t < 0 \end{cases} \quad (12)$$

考虑到 p 是一常数, 检验统计量及判决规则可进一步改写为

$$\Lambda = \sum_{i=1}^N \text{sgn}(x_i - s_i)|x_i - s_i|^p s_i = \begin{cases} H_0, & \leq \lambda, \\ H_1, & > \lambda, \end{cases} \quad p < \alpha \quad (13)$$

3 仿真

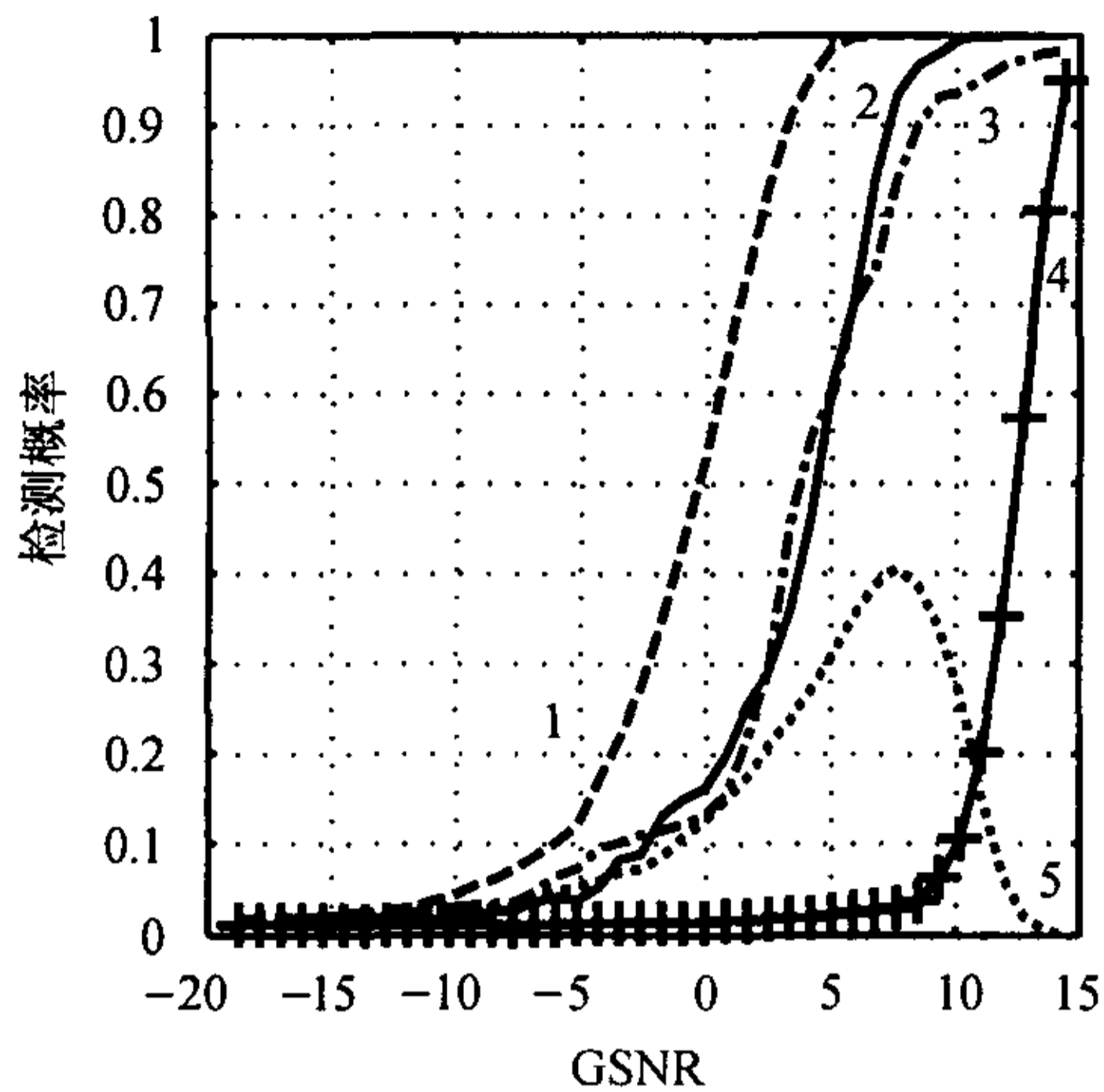
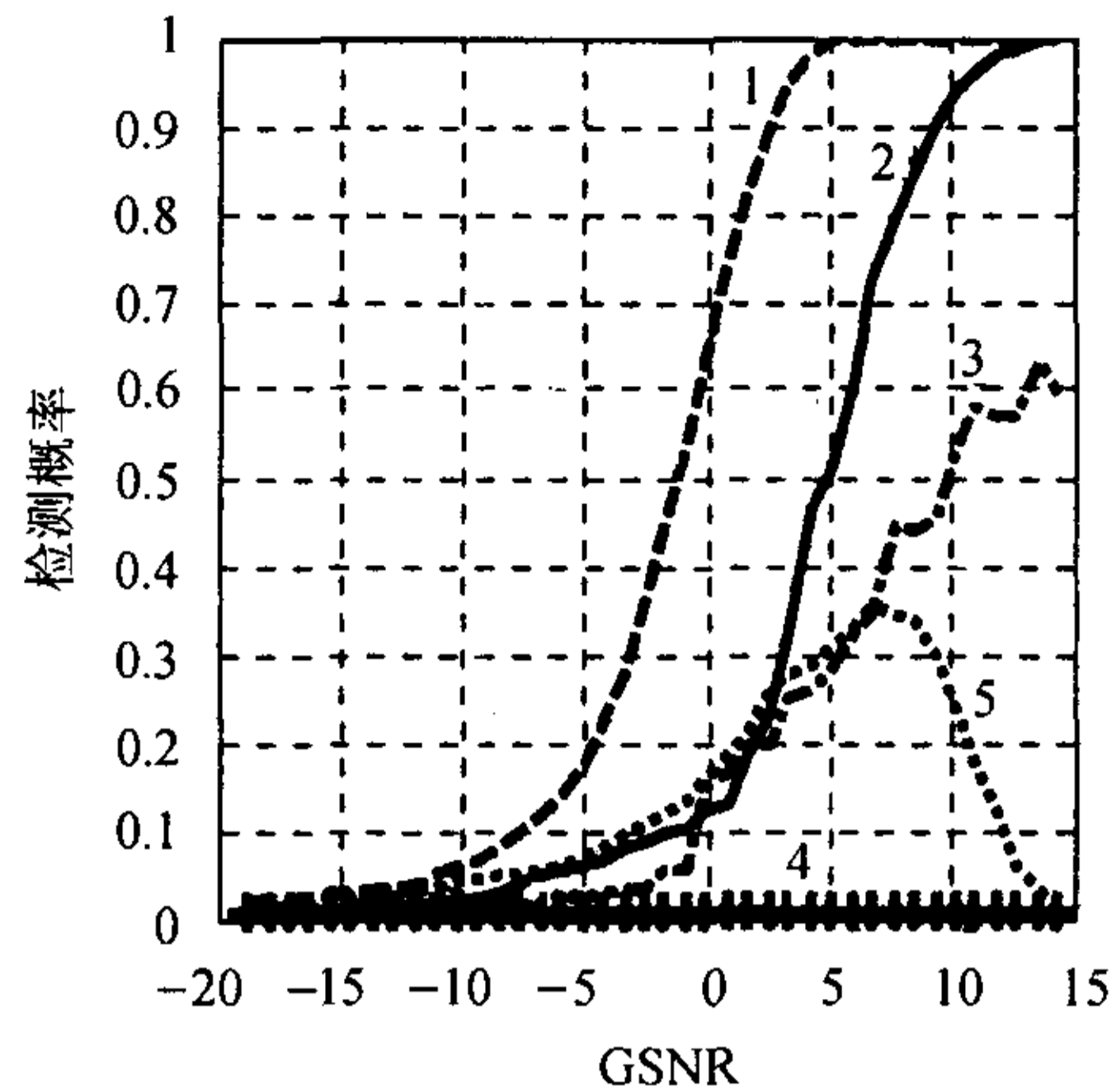
我们做了大量的蒙特卡罗仿真试验, 实验表明, 这几种新的检测器的性能还是很有效的。图 2 列出了在 40 个广义信噪比下仿真试验的统计结果。噪声模型中, $S\alpha S$ 部分的散度为 1, 特征指数 $\alpha = 1.6$, 高斯部分的方差为 1。其横坐标为我们定义的广义信噪比 (GSNR), 表示为

$$\eta = 10 \lg \frac{\text{信号幅度的平方}}{\frac{1}{2} \text{倍的高斯噪声方差} + \alpha\text{-stable 噪声的散度}} \quad (14)$$

其纵坐标为检测概率。所有这些都是奈曼-皮尔孙准则检测的结果, 虚警率为 1%, 每个信噪比下仿真的序列长度为 10000, $N=10$ 。我们用与文献 [8] 一致的方法确定判决门限 λ 及评估检测器性能, 即根据虚警率通过蒙特卡罗仿真确定 λ , 然后再通过仿真根据 λ 确定检测概率。为便于对比, 我们还对柯西检测器、矩方法检测器以及高斯噪声环境下的线性相关器的检测性能进行了同样的统计检测。为验证不同冲击性噪声情况下各检测器性能, 图 3 列出了 $\alpha=0.8$, 其它情况与图 2 一致时的各检测器性能。在这两图中, 曲线 1 表示的为高斯噪声下的线性相关器的检测概率, 其余为 $S\alpha S$ 分布和高斯分布的混合噪声中进行信号检测的检测器性能, 曲线 2 表示改进的矩方法检测器性能, 曲线 3 表示的是局部次最优新方法检测的性能, 曲线 4 表示矩方法检测器性能, 曲线 5 表示的是柯西检测器的检测性能。从图中可以看出, 本文所提出来的两种新方法的性能比现有的方法好, 在 α 较大时, 当信噪比增大时, 它们可以达到与高斯噪声下的线性相关器一致的检测性能。尤其是改进的矩方法, 在不同的冲击性条件下, 有着很好的鲁棒性。

4 结论

在本文中, 我们首先对 α -stable 噪声中现有信号检测方法进行了分析总结, 在此基础上我们提出了两种新的信号检测器, 它们结构简单, 易于实现。经仿真结果说明, 这两种检测器是行之有效的。从仿真结果看, 它们都比柯西检测器和矩类型检测器性能强, 噪声的冲击性在一定的范围内, 随着信噪比增大, 它们的检测性能与高斯噪声下的线性相关器趋于一致。特别是改进的矩方法, 在不同的冲击性条件下, 有着很好的鲁棒性。

图 2 $\alpha = 1.6$ 时各检测器性能对比图 3 $\alpha = 0.8$ 时各检测器性能对比

参 考 文 献

- [1] Ilow J, Dimitris Hatzinakos, Applications of the empirical characteristic function to estimation and detection problems. *Signal Processing*, 1995, 65(2): 199-219.
- [2] Nikias L, Min Shao. *Signal Processing with Alpha-Stable Distributions and Applications*, New York, USA: John Wiley & Sons, Inc., 1995: 1-10.
- [3] Ilow J. *Signal processing in alpha-stable noise environments: noise modeling, detecting and estimation*. [Degree of Doctor], Philosophy Department of Electrical and Computer Engineering University of Toronto.
- [4] Tsihrintzis G A, Tsakalides P, Nikias C L. Signal detection in severely heavy-tailed radar clutter. *IEEE Proceedings of ASILOMAR-29*, Pacific Grove, CA, USA, 1996: 865-869.
- [5] Tsihrintzis G A, Nikias C L. Detection and classification of signal in impulsive noise modeled as an alpha-stable process. *1993 Conference Record of the Twenty-Seventh Asilomar Conference on, Signals, Systems and Computers*, 1993, Pacific Grove, CA, USA, 1993: 707-710.
- [6] Brown C L. Score function locally suboptimum and locally suboptimum rank detection in alpha-stable interference, *2001 Proceedings of the 11th IEEE Signal Processing Workshop on, Statistical Signal Processing*, Singapore, 2001: 58-61.
- [7] Tsihrintzis G A, Nikias C L. Performance of optimum and suboptimum receivers in the presence of impulsive noise modeled as an alpha-stable process. *IEEE Trans. on Communications*, 1995, 43(2/3/4), 904-914.
- [8] Kuruoglu E E, Fitzgerald W J, Rayner P G W. Near optimal detection of signals in impulsive noise modeled with a symmetric α -stable distribution. *IEEE Communications Letters*, 1998, 2(10), 282-284.

夏光荣: 男, 1969年生, 博士生, 研究方向为: 信号与信息处理.

刘兴钊: 男, 1962年生, 教授, 博士生导师, 电子工程系主任, 于1995年获日本国立德岛大学工程博士学位, 研究方向: 统计信号处理、合成孔径雷达、阵列信号处理、个人通信等.