

基于提升框架的一种自适应滤波方法研究

吴永宏 潘泉 张洪才 张绍武
(西北工业大学自动化学院 西安 710072)

摘要: Haar 小波和 CDF(2,2)小波都可用提升框架的形式表示, 该文把它们与无更新算子的 Haar 小波有机结合到一起, 形成了自适应小波变换, 随着信号的变化可以自动地选择合适的小波基。仿真结果表明, 自适应小波变换对于含噪声的突变信号和光滑信号都有良好的去噪性能, 兼具了 Haar 小波和 CDF(2,2)小波各自的优点, 适用范围更宽。

关键词: 自适应小波变换, 提升框架, 去噪

中图分类号: TN911.72, 0177.6

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2005)07-1017-04

Adaptive Denoising via Lifting Scheme

Wu Yong-hong Pan Quan Zhang Hong-cai Zhang Shao-wu
(School of Automation, Northwest Polytechnical University, Xi'an 710072, China)

Abstract The Haar and CDF(2,2) wavelet transforms can be implemented by the lifting scheme. They are combined with Haar-without-update wavelet and then an adaptive wavelet transform is constructed. It can adaptively match the wavelet to a given signal. The simulation results show that the adaptive wavelet transform has advantages of both Haar and CDF(2,2) wavelets and performs well for the smooth and edge-dominated regions. Therefore it should have wider applications.

Key words Adaptive wavelet transform, Lifting scheme, Denoising

1 引言

在对被噪声污染的信号进行滤波时, 希望在滤除噪声的同时不过多地平滑掉细节信息, 傅里叶变换很难做到这一点, 而具备时频特性的小波使之成为可能, Donoho^[1]和 Xu^[2]为小波阈值滤波打下了坚实的基础, 潘泉等人^[3-7]对二者的方法作了许多改进与发展。

提升框架^[8-11]是由贝尔实验室的 Sweldens 提出的, 它从时域的角度来构造小波, 具有极大的灵活性, 非常易于实现。Claypoole^[12,13]提出了基于提升的自适应小波变换, 对于尺度自适应变换(Scale-adaptive transforms)方案, 他在每一尺度上寻找最优的预测算子和更新算子, 实验发现该方法不是很理想。本文研究如何在同一尺度中随着信号的变化自适应选择预测算子和更新算子, 并应用到小波域硬阈值滤波。

2 提升框架

信号 S_j 具有 2^j 个采样点, 小波变换后分解为轮廓信号 S_{j+1} 和细节信号 d_{j+1} 。提升框架从一个全新的角度来构造小

波滤波器, 它分 3 步来完成这一分解变换。第 1 步是分解, 把信号分解为两个集合, 一个由偶数为下标的点 $S_{j,2i}$ 构成, 另一个由奇数为下标的点 $S_{j,2i+1}$ 构成, 每个集合的长度为原始信号的一半, 算子表达式为(偶数序列, 奇数序列)=分解(S_j)。第 2 步是预测, 由于两个集合中的点穿插分布在原始信号中, 根据信号具有相关性, 可以由偶数为下标的点来预测奇数为下标的点。用 d_{j+1} 表示奇数为下标的点真实值与其预测值的偏差, 算子表达式为 d_{j+1} = 奇数序列 - 预测(偶数序列)。第 3 步为修正, 用偏差 d_{j+1} 修正偶数为下标的点, 使其保持原始信号 S_j 的一些特性, 例如均值不变或具有高阶矩, 算子表达式为 S_{j+1} = 偶数序列 + 更新(d_{j+1})。上述 3 步变换的图解表示如图 1 所示。

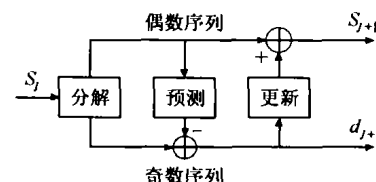


图 1 提升框架的分解变换

结合图 3 和图 4 的两种情形，可得自适应小波变换的算法框图，如图 5 所示。从图 5 中可以看出，若阶跃点的下标为奇数，对该点前一点采用无更新算子的 Haar 小波，对其后一点采用改进 Haar 小波；若阶跃点的下标为偶数，对该点采用改进 Haar 小波，对其前边最近的偶数点采用 Haar 小波。总之，在变换过程中，以 CDF(2,2)小波为主，遇上阶跃点才切换到 Haar 小波、无更新算子的 Haar 小波和改进 Haar 小波。

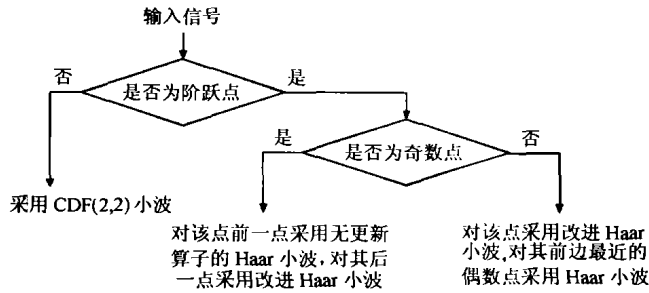


图 5 自适应算法框图

利用提升框架的特性，通过反更新可得到偶数为下标的点，反预测后可得到奇数为下标的点，即自适应小波逆变换能够完全重建原始信号。

4 小波域硬阈值滤波^[14]

假设有一组量测序列 $y(i) = S(i) + n(i)$ ， $i = 1, 2, \dots, N$ ，其中 $n(i) \sim N(0, \sigma^2)$ 为高斯白噪声，基于离散小波变换的硬阈值滤波算法步骤如下：

- (1) 对量测信号 Y 做小波变换，得到的小波系数为 W_Y ；
- (2) 令阈值 $t = c \cdot \sigma_j$ ，其中 σ_j 为噪声在各个尺度的标准差， c 为滤波阈值参数，一般取值在 3 与 4 之间。如果 $|W_Y(i)| \geq t$ ， $\hat{W}_Y(i) = W_Y(i)$ ；如果 $|W_Y(i)| < t$ ， $\hat{W}_Y(i) = 0$ ；
- (3) 由 \hat{W}_Y 重建得到信号 \hat{Y} 。

5 仿真实例及结果分析

采用小波变换对含噪信号进行滤波时，自适应小波包含不同的小波基，由于在变换中以 CDF(2,2)小波为主，故计算白噪声在各个尺度上的方差只需利用 CDF(2,2)小波的滤波器就可以了。

我们用信噪比 SNR 来衡量去噪的效果，其表达式为

$$SNR = 10 \lg \frac{\sum_m f(m)^2}{\sum_m (f(m) - \hat{f}(m))^2}$$

其中 $f(m)$ 是真实信号， $\hat{f}(m)$ 是去噪后的信号。

图 6 是原始信号 Blocks-Bumps-Heavisine-Doppler 与被噪声污染的信号，所加白噪声的期望为零，标准差为 0.3，信

噪比为 17.508dB。为了求出切换阈值的准确取值范围，给图 6 中的原始信号施加标准差分别为 0.2, 0.3 和 0.4 的高斯白噪声，用自适应小波变换进行滤波，滤波时经过 5 次小波分解，采用的是硬阈值方法，所用的滤波阈值参数 c 取为 3.4，根据 Monte Carlo 原理选取了 100 个不同的噪声样本。由于切换阈值等于噪声标准差与阈值参数的乘积，这样求取切换阈值的问题可以转化为对切换阈值参数 k 的确定。信噪比 SNR 随切换阈值参数 k 的变化曲线如图 7 所示，从图 7 中可以看出，切换阈值参数 k 的取值为 3.5~4.5 时，滤波效果几乎是最佳的，而且信噪比 SNR 变化不大，即自适应小波变换在该区间对切换阈值参数不敏感。因此，切换阈值参数 k 为 3.5~4.5。

分别用 Haar 小波、CDF(2,2)小波和自适应小波对图 6 中的含噪信号进行滤波，其中自适应小波的切换阈值参数为 4，其它滤波条件与图 7 的相同，重建的 Blocks-Bumps-Heavisine-Doppler 信号如图 8 所示，信噪比分别为 24.352dB, 26.372dB, 30.06dB。图 9 是重建信号与真实信号的误差曲线，从图 8 和图 9 中可以看出，自适应小波变换大约在第 1000 点以前与 Haar 小波的滤波效果相近，在第 1000 点以后与 CDF(2,2)小波的滤波效果相近。也就是说，Haar 小波重建的信号阶跃性较好，CDF(2,2)小波重建的信号光滑性较好，自适应小波变换兼备二者的优点，在光滑处和突变处都有良好的性质，这与客观指标信噪比的结果也是一致的。

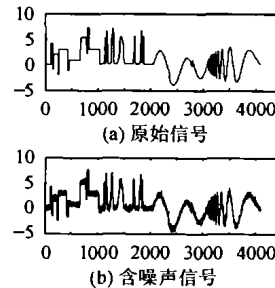


图 6 原始信号 Blocks-Bumps-Heavisine-Doppler 及其含噪声信号

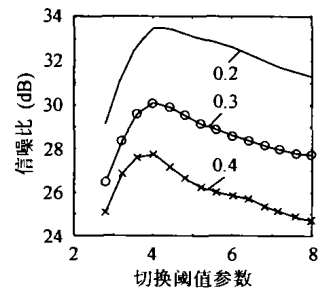


图 7 信噪比随切换阈值参数 k 的变化曲线图

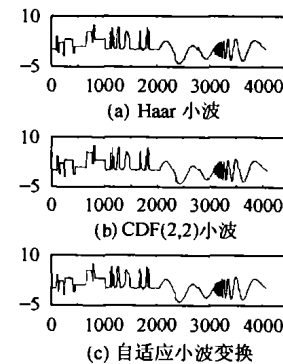


图 8 重建的 Blocks-Bumps-Heavisine-Doppler 信号

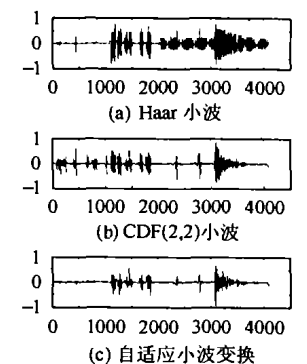


图 9 重建 Blocks-Bumps-Heavisine-Doppler 信号的误差曲线

表1 不同小波对含噪信号滤波后的信噪比 SNR(dB)

小波	标准差 σ										
	0.20	0.22	0.24	0.26	0.28	0.30	0.32	0.34	0.36	0.38	0.40
Haar 小波	27.128	26.474	25.858	25.299	24.814	24.352	23.904	23.484	23.083	22.724	22.325
CDF(2,2)小波	29.685	28.848	28.082	27.457	26.943	26.372	25.921	25.414	24.906	24.383	23.935
自适应小波	31.856	30.802	30.049	29.427	28.653	28.189	27.468	26.938	26.423	25.795	25.204

给图6的原始信号施加标准差为不同值的高斯白噪声,滤波条件与图8的相同,分别用 Haar 小波、CDF(2,2)小波和自适应小波变换滤波后的信噪比 SNR 如表1所示。从表1中可以看出,对于不同的标准差,自适应小波变换都有最好的结果,它的 SNR 比 Haar 小波高大约 4 dB,比 CDF(2,2)小波高大约 1.8 dB。

自适应小波变换对图6中的含噪信号滤波后,切换点变化如图10所示,图中幅值等于1的点为切换点。整体切换点示意图描述的是在整个滤波过程中切换点的变化情况,局部切换点示意图描述的是前1200个点中切换点的变化情况,是对切换点更精细的描述。从图10中能够看出,自适应小波变换基本上没有误切换,也没有滞后。

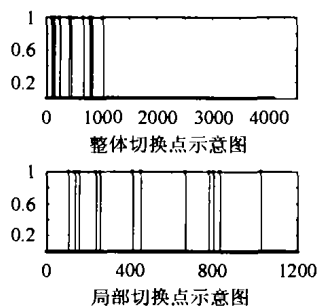


图10 切换点变化示意图

6 结论

Haar 小波和 CDF(2,2)小波都可用提升框架的形式表示,本文把它们与无更新算子的 Haar 小波有机结合到一起,形成了自适应小波变换,并给出了切换阈值参数 k 的取值范围,随着信号的变化可以自动地选择合适的小波基。仿真结果表明,自适应小波变换对于含噪声的突变信号和光滑信号都有良好的去噪性能,兼具了 Haar 小波和 CDF(2,2)小波各自的优点,适用范围更宽。

参考文献

- [1] Donoho D. De-noising by soft-thresholding. *IEEE Trans. on Info. Theory*, 1995, 41(3): 613 – 627.
- [2] Xu Yansun, et al.. Wavelet transform domain filters: a spatially selective noise filtration technique. *IEEE Trans. on Image Processing*, 1994, 3(6): 747 – 758.
- [3] Pan Quan, Zhang Lei, Dai Guanzhong, Zhang Hongcai. Two

denoising methods by wavelet transform. *IEEE Trans. on Signal Processing*, 1999, 47(12): 3401 – 3406.

- [4] 张磊,潘泉,张洪才,戴冠中.小波域滤波阈值参数 c 的选取. *电子学报*, 2001, 29(3): 400 – 402.
- [5] 张磊,潘泉.一种子波域滤波算法的改进. *电子学报*, 1999, 27(2): 19 – 21.
- [6] 潘泉,张磊.子波域自适应滤波. *航空学报*, 1997, 18(5): 583 – 586.
- [7] 潘泉,戴冠中,张洪才,张磊.基于阈值决策的子波域去噪方法. *电子学报*, 1998, 26(1): 115 – 117.
- [8] Sweldens W. The lifting scheme: A custom-design construction of biorthogonal wavelets. *Journal of Appl. and Comput. Harmonic Analysis*, 1996, 3(2): 186 – 200.
- [9] Sweldens W. The lifting Scheme: A new philosophy in biorthogonal wavelet constructions. A.F.Laine, M.Unser, editors, *Wavelet Applications in Signal and Image Processing III*, Proc. SPIE 2569, 1995: 68 – 79.
- [10] Sweldens W. The lifting scheme: A construction of second generation wavelets. IMI Technical Report 1995:06, Industrial Mathematics Initiative, Department of Mathematics, University of South Carolina, 1995.
- [11] Sweldens W, Schröder P. Building your own wavelets at home. *Wavelets Computer Graphics*, ACM SIGGRAPH Course Notes, 1996.
- [12] Claypoole R, Davis G, Sweldens W, Baraniuk R. Nonlinear wavelet transforms for image coding. In Proc. of Asilomar Conf. on Signals, Systems and Computers, CA, November 1997, 662 – 667.
- [13] Claypoole R, Baraniuk R, Nowak R. Adaptive wavelet transforms via lifting. In Proc. IEEE Int. Conf. Acoust., Speech, and Signal Processing, Washington, May 1998, 3: 1513 – 1516.
- [14] Zhang Lei, Bao Paul. Denosing by spatial correlation thresholding. *IEEE Trans. on Circuits and Systems for Video Technology*, 2003, 13(6): 535 – 538.

吴永宏: 男, 1974年生, 博士生, 研究方向为数据压缩、小波理论及应用研究。

潘泉: 男, 1961年生, 教授, 博士生导师, 主要研究方向为信息融合、估计与控制。

张洪才: 男, 1938年生, 教授, 博士生导师, 主要研究方向为估计理论及其应用研究。