

# 用证据理论实现相关信息的融合<sup>1</sup>

罗志增 叶明

(杭州电子工业学院机器人所 杭州 310037)

**摘要** 用 D-S (Dempster-Shafer) 证据理论进行多信息融合有一个严格的要求,即要求各传感器所提供的证据相互独立。这在很多实际场合中却很难实现。本文简要地阐述了基于 D-S 证据理论的多传感器信息融合算法,提供了一种基于 D-S 理论的推广方法以解决信息融合的相关性问题,并用机器人的力觉和热觉传感器作实验,对该方法的有效性进行了研究。

**关键词** 相关证据、信息融合, D-S 证据理论

**中图分类号** TP391

## 1 引言

在各种信息融合的方法中,能进行不确定性推理是 D-S 证据理论的特点。它将传感器采集的信息作为证据,在决策目标集上建立一个相应的基本可信度。这样,证据推理能在同一决策框架下,用 Dempster 合并规则将不同的信息合并成一个统一的信息表示。证据决策理论允许直接将可信度赋予传感器信息的合取<sup>[1]</sup>,既避免了对未知概率分布所作的简化假设,又保留了信息。证据推理的这些优点使其广泛应用于各种智能系统的多信息融合。

D-S 证据理论的应用有一个很强的条件,那就是被合并的证据必须相互间独立<sup>[2]</sup>,这在很多场合却不是个合理的假设。R. M. Fung 等人曾用元概率 (metaprobability) 和证据理论两种方法求解一个算例<sup>[3]</sup>,结果大相径庭。前者令人满意,而后者违反直觉。作者在结果的讨论中将此归于证据不满足独立性要求。在一个智能化的多传感器系统中,获取信息的目的是为了得到对环境的确切描述。尽管各传感器所得信息在时间、空间、可信度和表达方式上不尽相同,但它总与所在环境的各种特征、正面或侧面或蕴涵的信息相对应,也就是说,各种信息间的联系和相关是必然的<sup>[4]</sup>。所以, D-S 证据理论用于多信息的融合需要进行改进,使之能适合非独立证据间的合成。

本文在讨论 D-S 证据理论和 Dempster 合并规则的基础上,提出了一种能用于相关证据融合的修正方法。并以我所研制的多感觉智能机器人为载体,利用热觉和力觉信息的融合实现目标样本的识别,最后对该方法的有效性进行了分析讨论。

## 2 D-S 证据理论的多信息融合方法

D-S 证据理论用“识别框架  $\Theta$ ”表示所感兴趣的命题集,它定义了一个集函数  $m: 2^\Theta \rightarrow [0, 1]$ , 满足:

$$\left. \begin{array}{l} (1) m(\phi) = 0 \\ (2) \sum_{A \in \Theta} m(A) = 1 \end{array} \right\} \quad (1)$$

称  $m$  为识别框架  $\Theta$  上的基本可信度分配;假如有  $A$  属于识别框架  $\Theta$ ,则  $m(A)$  称为  $A$  的基本可信数,基本可信数反映了对  $A$  本身的可信度大小<sup>[5]</sup>。

对于任何命题集, D-S 理论还提出了可信度函数的概念:

$$\text{Bel}(A) = \sum_{B \subset A} m(B), \quad (\forall A \subset \Theta) \quad (2)$$

<sup>1</sup> 1999-08-27 收到, 2000-05-25 定稿

浙江省自然科学基金资助项目

即  $A$  的可信度函数为  $A$  中每个子集的可信度值之和。

关于一个命题  $A$  的信任, 单用可信度函数来描述是不够的, 因为  $\text{Bel}(A)$  不能反映出怀疑  $A$  的程度, 为此, 须引入一个怀疑  $A$  的程度的量。

对于  $A \subset \Theta$ , 定义:

$$\left. \begin{aligned} \text{Dou}(A) &= \text{Bel}(\bar{A}) \\ \text{pl}(A) &= 1 - \text{Bel}(\bar{A}) \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

则称  $\text{Dou}$  为  $\text{Bel}$  的怀疑函数,  $\text{pl}$  为  $\text{Bel}$  的似真度函数;  $\text{Dou}(A)$  为  $A$  的怀疑度,  $\text{pl}(A)$  为  $A$  的似真度。

根据 (2) 式, 可以用  $\text{Bel}$  对应的  $m$  来重新表示  $\text{pl}$ :

$$\text{pl}(A) = 1 - \text{Bel}(\bar{A}) = \sum_{B \subset \Theta} m(B) - \sum_{B \subset \bar{A}} m(B) = \sum_{B \cap A \neq \phi} m(B) \quad (4)$$

实际上,  $[\text{Bel}(A), \text{pl}(A)]$  表示命题  $A$  的不确定区间;  $[0, \text{Bel}(A)]$  表示命题  $A$  完全可信的区间; 而  $[0, \text{pl}(A)]$  则表示对命题 “ $A$  为真” 的不怀疑区间。

有关可信度的合成, Dempster 提出了如下的合成法则:

如果将命题看作识别框架  $\Theta$  上的元素, 对于  $\forall m(A) > 0$ , 称  $A$  为可信度函数  $\text{Bel}$  的焦点。设  $\text{Bel}_1, \text{Bel}_2$  是同一识别框架  $\Theta$  上的两个可信度函数,  $m_1, m_2$  分别是其对应的基本可信度分配。设  $A_i$  和  $B_j$  为焦点, 在  $\text{Bel}_1$  和  $\text{Bel}_2$  的联合作用下,  $m_1(A_i)m_2(B_j)$  被分配到  $A_i \cap B_j$  上。给定  $A \subset \Theta$ , 若有  $A_i \cap B_j = A$  那么  $m_1(A_i)m_2(B_j)$  就是确切地分配到  $A$  上的部分可信度, 而分到  $A$  上的总可信度为  $\sum_{A_i \cap B_j = A} m_1(A_i)m_2(B_j)$ 。但是当  $A = \phi$  时, 按这种理解, 将有部分可信度  $\sum_{A_i \cap B_j = \phi} m_1(A_i)m_2(B_j)$  分到空集上, 这显然不合理。为此可在每一可信度上乘一系数  $\left[1 - \sum_{A_i \cap B_j = \phi} m_1(A_i)m_2(B_j)\right]^{-1}$  使总可信度满足 1 的要求。至此, 可以得到两个可信度的合成法则:

$$m(A) = m_1 \oplus m_2(A) = \frac{\sum_{A_i \cap B_j = A} m_1(A_i)m_2(B_j)}{1 - \sum_{A_i \cap B_j = \phi} m_1(A_i)m_2(B_j)} \quad (5)$$

对于多个可信度的合成 (融合), 令  $m_1 - m_n$  表示  $n$  个信息可信度分配, 如果它们是由独立的信息推得的, 则融合后的可信度函数可表示为

$$m(A) = \frac{\sum_{\cap A_i = A} \prod_{i=1}^n m_i(A_i)}{1 - \sum_{\cap A_i = \phi} \prod_{i=1}^n m_i(A_i)} \quad (6)$$

### 3 相关证据的合成

在求解多信息融合问题时, 如果研究者假设各证据近似独立并直接使用 D-S 理论, 那么必然会使融合结果超估计。因此在 D-S 理论中解决相关证据的合并问题是很重要的, 这对合成信息要求高可靠性的场合, 更是如此。

在证据获取过程中, 每出现一个证据源, 都将产生一个或多个新的焦元  $A_i$ , 并使未知信息  $m(\Theta)$  减小. 而这个证据源所提供信息的“量”, 一方面与  $A_i$  的基本可信数  $m(A_i)$  有关, 另一方面还与  $A_i$  的基数  $|A_i|$  有关. 记焦元的个数为  $n(A_i)$ , 可定义证据的强度  $S(E)$  如下:

$$S(E) = \sum_{\substack{i=1 \\ A_i \neq \emptyset}}^{n(A_i)} \frac{m(A_i)}{|A_i|} \quad (7)$$

对于任意  $i$ ,  $m(A_i) = 0$ , 即未知信息最大  $m(\Theta) = 1$ , 则  $S(E) = 0$ , 称证据  $E$  为空, 不包含任何有用的信息. 若  $|A_i| = 1$  且  $m(\Theta) = 0$ , 则  $S(E) = 1$ ,  $E$  包含的有用信息最多, 故有  $S(E) \in [0, 1]$ .

设有两个证据  $E_1$  和  $E_2$ , 它们的基本可信度分别为  $m_1, m_2$ , 焦元为  $A_i$  和  $B_j$ . 若它们是相关的, 则这种相关性一定会在它们的某些焦元上得到反映, 也就是  $E_1$  中的某些焦元与  $E_2$  中的某些焦元由同一证据源产生, 称这种焦元为相关焦元, 记为  $R_{ij}$ . 它的基本可信度为  $m_d$ , 由证据强度定义, 得证据相关强度为:

$$S(E_1, E_2) = \sum_{\substack{ij=1 \\ R_{ij} \neq \emptyset}}^{n(R_{ij})} \frac{m_d(R_{ij})}{|R_{ij}|} \quad (8)$$

当  $S(E_1, E_2) = 0$  表示证据  $E_1$  和  $E_2$  相互独立;  $S(E_1, E_2) = 1$  且  $S(E_1) < S(E_2)$  (或  $S(E_1) > S(E_2)$ ), 表示  $E_1$  被  $E_2$  包含 (或相反), 所以  $S(E_1, E_2)$  可用于描述证据间的相关性.

**定义 1** 证据相关强度与对应的证据强度之比为证据相关度. 由此,  $E_1$  和  $E_2$  间的证据相关度为

$$\left. \begin{aligned} r(E_1, E_2) &= \frac{S(E_1, E_2)}{S(E_1)} \\ r(E_2, E_1) &= \frac{S(E_1, E_2)}{S(E_2)} \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

规范证据相关度为

$$\left. \begin{aligned} r'(E_1, E_2) &= r(E_1, E_2) \cdot \frac{S(E_2)}{S(E_1) + S(E_2)} \\ r'(E_2, E_1) &= r(E_2, E_1) \cdot \frac{S(E_1)}{S(E_1) + S(E_2)} \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

对 (9) 式, 要求  $S(E_1), S(E_2) \neq 0$ , 若  $S(E_1) = 0$ , 则  $E_1$  为空, 任何一个证据与空的合成仍为其自身, 故规定此情况下  $r(E_1, E_2) = 0$ .

如果将相关证据化为相当的独立证据, 再用 Dempster 合并规则, 可得到如下的相关证据合成规则:

设证据  $E_1$  和  $E_2$  在同一识别框架  $\Theta$  下的基本可信度分别为  $m_1$  和  $m_2$ , 焦点元素集分别为  $\{A_i, i = 1, 2, 3, \dots, K\}$  和  $\{B_j, j = 1, 2, 3, \dots, L\}$ , 且设  $\sum_{A_i \cap B_j = \emptyset} m_1(A_i)m_2(B_j) < 1$ , 则新的联合后基本可信度为

$$m(C) = \frac{\sum_{A_i \cap B_j = C} m'_1(A_i)m'_2(B_j)}{1 - \sum_{A_i \cap B_j = \emptyset} m'_1(A_i)m'_2(B_j)} \quad (11)$$

其中  $m'_1(A_i) = m_1(A_i)[1 - r'(E_1, E_2)]$ ,  $m'_2(B_j) = m_2(B_j)[1 - r'(E_2, E_1)]$ 。可以证明, 由 (11) 式得到的基本可信度满足 (1) 式, 且当  $r'(E_1, E_2) = r'(E_2, E_1) = 0$  时, 退化为 (5) 式<sup>[6]</sup>。

#### 4 D-S 证据理论在机器人多感觉系统中的应用

将各传感器采集的信息作为证据, 每个传感器提供一组命题, 对应决策:  $x_1 \cdots x_i \cdots x_m$ , 并建立一个相应的可信度函数。这样, 多传感器信息融合实质上就成为在同一识别框架下, 将不同的证据体合并成一个新的证据体的过程。

运用证据决策理论, 多传感器信息融合的一般过程是

(1) 分别计算各传感器的基本可信数、可信度函数和似真度函数;

(2) 利用 Dempster 合并规则, 求得所有传感器联合作用下的基本可信数、可信度函数和似真度函数;

(3) 在一定决策规则下, 选择具有最大支持度的目标。

将证据理论应用于我所研制的一台多感觉智能机器人, 融合机器人的热觉信息和力觉信息后对目标物进行分类。用两种较难区分材质(铁和铜)的工件(大小形状一样)做试验, 设每种材质类别为  $A_i (i = 1, 2)$ , 传感器为  $j (j = 1, 2)$ , 实际测量的观察值  $x_j$  满足高斯分布, 即先验概率为

$$p(x_j|A_i) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_j} \cdot \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{x - \mu_j}{\sigma_j}\right)^2\right], \quad j = 1, 2 \quad (12)$$

定义传感器  $j$  对目标类别  $A_i$  的证据量  $C_j(i)$  为

$$C_j(i) = \begin{cases} 2 - 2 \int_{-\infty}^{x_j} p(x_j|A_i), & x_j \geq \mu_j \\ 2 \int_{-\infty}^{x_j} p(x_j|A_i), & x_j < \mu_j \end{cases}$$

显然  $0 \leq C_j(i) \leq 1$ , 再定义传感器  $u$  与传感器  $v$  的相关系数为  $\alpha'(i)$ :

$$\alpha'(i) = \frac{\min_{j=1}^2 \{m_j(i)\}}{\max_{j=1}^2 \{m_j(i)\}}$$

接下来按照如下方法计算基本可信数  $m_j(i)$  和不确定性概率  $m_j(\theta)$ :  $\alpha_j = \max_{i=1}^4 \{c_j(i)\}$  为传感器  $j$  与目标类别的最大相关系数,  $\beta_j = \alpha_j / \left(\sum_{i=1}^4 c_j(i)\right)$  为传感器  $j$  与各相关系数的分布系数,  $R_j = \alpha_j \beta_j / \left(\sum_{j=1}^2 \alpha_j \beta_j\right)$  为传感器  $j$  的可靠系数,  $m_j(i) = c_j(i) / \left[\sum_{i=1}^4 c_j(i) + \alpha'(i)(1 - R_j)(1 - \alpha_j \beta_j)\right]$  为传感器  $j$  赋予类别  $i$  的基本可信数,  $m_j(\theta) = \alpha'(i)(1 - R_j)(1 - \alpha_j \beta_j) / \left[\sum_{i=1}^4 c_j(i) + \alpha'(i)(1 - R_j)(1 - \alpha_j \beta_j)\right]$  为传感器  $j$  的不确定性概率值。其中, 在计算传感器的不确定性  $m_j(\theta)$  时, 主要考虑了传感器自身的不可靠性因素  $(1 - R_j)$ 、传感器与目标类别间相关的不可靠因素  $(1 - \alpha_j \beta_j)$  和传感器观测的相似程度  $\alpha'(i)$ 。

按上述定义得到两个基本可信数  $m_1$  和  $m_2$ , 然后通过前述的 Dempster 合并规则来进行融合, 可得到融合后的基本可信数  $m(i)$ , ( $i = 1, 2$ ) 和不确定性概率  $m(\theta)$ , 从而推得证据区间  $[\text{Bel}, \text{pl}]$ , 表 1 是根据实验数据计算得到的结果。

表 1 融合前后的证据区间和不确定性概率

材质	传感器	$m(\theta)$	证据区间 [Bel(x), pl(x)]	
			铁	铜
铁	力觉	0.388	0.290, 0.678	0.172, 0.560
	热觉	0.303	0.573, 0.876	0.343, 0.646
	融合	0.136	0.667, 0.805	0.302, 0.438
铜	力觉	0.293	0.235, 0.528	0.331, 0.624
	热觉	0.364	0.317, 0.681	0.612, 0.976
	融合	0.102	0.398, 0.500	0.706, 0.808

从表中结果可看出, 融合后的  $m_j(\theta)$  明显减小, 这说明信息融合降低了系统的不确定性, 同时使融合后的基本可信度函数比融合前各传感器的基本可信度函数具有更好的可区分性, 即提高了系统的识别能力。

## 5 结束语

传感器在采集信息过程中受多种因素的影响, 不确定性是普遍存在的。Dempster 合并规则利用概率的上下限, 较好地解决了这种不确定性问题, 将多个传感器获得的信息准确地合成为对环境的一致描述, 增强了系统的正确决策能力。但 D-S 理论的应用要求很强的证据独立性条件, 这在很多场合很难满足。本文在分析 Dempster 合成规则的基础上, 对证据的相关性进行了分析, 并将相关证据转化为相当的独立证据进行合成。本文还给出一个具体的例子, 将证据理论用于机器人的多感觉信息融合, 取得了满意的效果。

## 参 考 文 献

- [1] L. A. Klein, Sensor and data fusion concepts and applications, Proc. of SPIE, 1993, TT-14, 125-128.
- [2] G. A. Shafer, A Mathematical Theory of Evidence., Princeton, NJ., Princeton Univ. Press, 1976, Chapter 3.
- [3] R. M. Fung, *et al.*, Metaprobability and Dempster-Shafer in Evidential Reasoning, Uncertainty in Artificial Intelligence, North-Holland, Elsevier Science Publishers, 1986, 295-302.
- [4] 邵远, 何发昌, 罗志增, 多传感器信息融合浅析, 电子学报, 1994, 22(5), 73-79.
- [5] 段新生, 证据理论与决策、人工智能, 北京, 中国人民大学出版, 1993, 第二章.
- [6] Y. Q. Cheng, Y. G. Wu, *et al.*, Generalized integration method of evidence with dependency information, Proc. of SPIE, 1992, 1828, 288-293.

## FUSION OF DEPENDENCY INFORMATION USING DEMPSTER-SHAFER EVIDENTIAL REASONING

Luo Zhizeng Ye Ming

(Robotics Laboratory, Hangzhou Institute of Electronic Engineering, Hangzhou 310037, China)

**Abstract** Multisensor data fusion using Dempster-Shafer evidential reasoning is based on information's independence, but it is not true in many practical situations. This paper describes a multisensor data fusion method based on Dempster-Shafer evidential reasoning, and also gives a generalized Dempster-Shafer theory of evidence which is efficient in dealing with dependent information. A test is tried out for object assortment based on the fusion of information from force and thermal sensors of the robot.

**Key words** Dependent evidence, Data fusion, D-S evidential reasoning

罗志增: 男, 1965年生, 教授, 博士, 现从事机器人智能、传感器、信息融合等领域的研究。

叶明: 男, 1942年生, 教授, 现从事自动化工程、仪器仪表、计算机等领域的教学和研究工作。