

分级复合服务策略的多站循环服务系统¹

王思明

(暨南大学电子工程系 广州 510632)

摘 要 对于多站(多队列)循环服务系统,本文提出一种可动态调整服务量的分级复合型新策略,以适应站点负荷非均衡系统。文章讨论的主要内容有:(1)新策略简介;(2)新策略系统排队服务模型特点;(3)新策略系统在队列容量有限时的队列状态转移规律;(4)队列状态转移概率算法;(5)队列状态概率的非常规算法。

关键词 多站循环服务, 分级复合策略, 有限容量, 状态概率, 状态转移

中图分类号 TN913.2

1 引 言

具有若干广义服务员、单向有序和周而复回到物理分布的多个站点进行服务的整体,称为多站循环服务系统(MSCSS)。该类系统在通信、计算机网络等电子信息领域中,获得广泛应用。其模型形式表现为逻辑环(含物理环和非物理环)。

众多论著对 MSCSS 进行了深入的研究,成果显著。这些论著大多讨论的系统,对各个站点使用均一的服务策略^[1-6]。另一部分论著探讨预先设置站点的优先级别,优先者可以获得更多的服务机会^[7-11],或者每次服务允许有较大的服务数量。

均一的服务策略适宜负荷均衡系统,而实际的系统各个站点的负荷有轻有重,时轻时重。很明显,容量有限系统的重载者,其溢出损失率就有别于轻载者。因此,均一服务策略不适合一般系统。

采用优先策略,在一定程度上适宜站点级别有高低之分和负荷不均系统,只要给予重载者、实时性要求高者以优先权。但固定设置优先,不能在运行中灵活变动,将导致非优先者利益经常受损。

为此,作者提出另一种非划一的服务策略:依据本站点当前负荷轻重,采用分级复合型策略,自行动态调整服务数量。

2 新服务策略简述

如表 1 所述,按服务员抵站时该队列的队长 n ,把站点负荷划分为若干等级,使用不同的服务方式,以自行动态调整每次的服务数量。

表 1 中 K 为服务数量; $M_1 < M_2 < M_3 < M_4 < M_5$,各 M 值后括号内数字表示本文举例数字(下同)。实例按负荷的轻重分为三个等级。

3 假设条件与变量、参量符号

本文作如下常规假设:

¹ 1999-01-12 收到, 1999-09-04 定稿
国务院侨务办公室重点学科科研基金项目(93A112)

表 1 三级复合服务策略例举

站点负荷	服务方式	服务数量限定	优点
轻负荷 $n \leq M_1(2)$	全服务 (穷举式)	$K_1 = 1 \sim M_1(2)$	灵活公平. 不用多次循环就可以完成在列对象的服务(指与每次服务 1 个对象的策略比较).
中负荷 $M_2(3) \leq n \leq M_4(5)$	限额 批量服务	$K_2 = M_2(3)$	循环次数不会太多时, 就可以完成在列对象的服务, 同时避免周期过长, 以使各个站点能较快获得服务.
重负荷 $n \geq M_5(6)$	最高限额 批量服务	$K_3 = M_3(4)$	防止重载者长期占用服务资源、其它站点长时间等待(与一般全服务比较); 防止长大周期出现. 在容量有限时, 与上面两种服务方法相比较, 可以减少重载者的溢出损失率. 重载者在循环次数不多时, 可完成在列对象的服务.

(1) 系统有 $N(2 \leq N < \infty)$ 个站点, 各站点的对象到达为 Poisson 流, 第 i 站为 $\lambda_i(i = 1, 2, \dots, N, \text{下同})$, 已知 λ_i/λ_1 值;

(2) 服务员抵站时, 该站如无对象, 随即到下一站点; 如有对象, 则按本站负载轻重作不同处理;

(3) 队列容量有限, 第 i 站为 $C_i(1 \leq C_i < \infty)$;

(4) 第 i 站的单个对象服务时间 t_{is} 为服从已知分布 $F_{is}(t)$ 的随机变量, 均值为 $1/\mu_{is}$;

(5) 服务员在第 $i-1$ 至第 i 站之间行走时间 t_{ib} , 系服从已知分布 $F_{ib}(t)$ 的随机变量, 均值为 \bar{t}_{ib} ;

(6) 实行门限服务, 在本次服务期间到达对象不在本次服务之列. 有关参量和变量符号说明:

T_c : 系统工作周期, 其均值和分布函数分别用 T_c 和 $F_c(t)$ 表示.

t_{iz} : 第 i 站重访(间歇活动)时间, 服务员离开该站后重新抵达的时间间隔.

t_{igs} : 服务员抵达第 i 站后的服务时间.

$\pi_n^{(i)}$: 服务员抵达第 i 站时, 该站有 n (称此站为 n 态, $n = 0, 1, 2, \dots, C_i$) 个对象的概率.

$P_{m,n}^{(i)}$: 第 i 站在周期中从 m 态转为 n 态的概率, 称状态周期转移概率.

P_i : 第 i 站状态周期转移概率矩阵.

$p_k^{(i)}(t)$: 第 i 站在时间 t 中到达 k 个对象的概率.

r_i : 第 i 站溢出损失率.

$LS[F(t)]$: 函数 $F(t)$ 的 Laplace-Stieltjes(LS) 变换, 记作 $F(s) = LS[F(t)]$.

依据在列对象的多少来区别队列状态的不同, 相对而言, 多时称高态, 少时称低态; 最低态为 0 态, 第 i 站最高态为 C_i 态.

服务员从第 $i-1$ 站行走至第 i 站, 如第 i 站无对象, 则称这段行走是“空跑”或“无效行走”.

4 新策略系统的排队服务模型特点

图 1(a) 和 1(b) 分别为系统和队列的排队服务模型, 图 2 为站点的工作时间示意图。由图 1 和图 2 分析, 系统有如下特点:

(1) 系统由 N 个相对独立又相互联系的站点结合而成, 共享一个服务员。(2) 对单个站点而言, 服务员实施间歇服务, 在间歇活动时间里, 为其它站点服务, 或者在站与站之间行走。(3) 服务员抵站, 必定为下列四种情况之一:

- (a) 该站无对象, 不服务, 概率为 $\pi_0^{(i)}$;
 - (b) 该站点轻负载, 全服务, 概率为 $\sum_{n=1}^{M_1} \pi_n^{(i)}$, 服务的平均个数为 $\sum_{n=1}^{M_1} n\pi_n^{(i)}$;
 - (c) 该站点中负载, 实施限额批量服务, 概率为 $\sum_{n=M_2}^{M_4} \pi_n^{(i)}$, 服务的平均个数为 $M_2 \sum_{n=M_2}^{M_4} \pi_n^{(i)}$;
 - (d) 该站点重负载, 实施最高限额批量服务, 概率为 $\sum_{n=M_5}^{C_i} \pi_n^{(i)}$, 服务的平均个数为 $M_3 \sum_{n=M_5}^{C_i} \pi_n^{(i)}$;
- (4) 该站点服务的概率 $p_{iS} = \sum_{n=1}^{C_i} \pi_n^{(i)}$, 服务的平均个数为

$$\sum_{n=1}^{M_1} n\pi_n^{(i)} + M_2 \sum_{n=M_2}^{M_4} \pi_n^{(i)} + M_3 \sum_{n=M_5}^{C_i} \pi_n^{(i)}$$

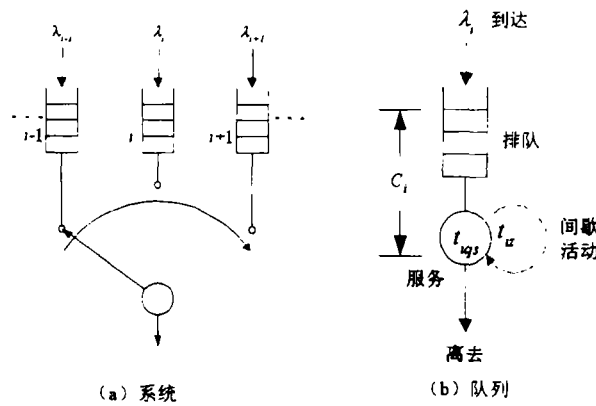


图 1 新策略排队服务模型

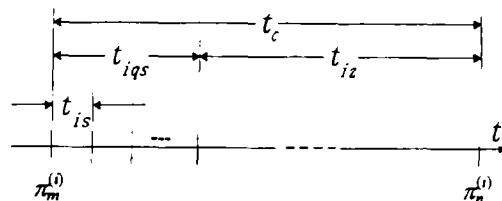


图 2 站点工作时间示意图

5 新策略系统的队列状态周期转移规律

从排队服务模型和图 3 所示的队列状态周期转移分解图分析, 新策略系统有如下队列状态周期转移规律 (图例 $C_i = 7$, 其它有关参量数值见表 1)。

(1) 所有状态均能自返转移, 其中 (a) 0 态在周期中无到达; (b) $1 \sim C_i - 1$ 态在周期中到达数等于离去数; (c) C_i 态在周期中到达数等于或大于离去数;

(2) $1 \sim C_i - 1$ 态在周期中可能有若干新到达, 故低态有可能转向任何高态;

(3) 高态在周期中, 可以转向状态之差等于或小于服务数的低态, 不可能超越服务数转向更低态。

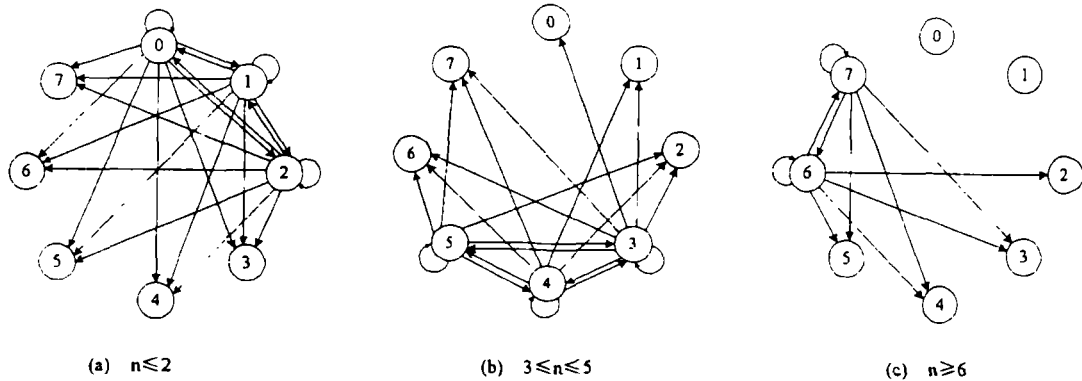


图 3 队列状态周期转移分解图

6 队列状态周期转移概率及其矩阵

根据队列状态周期转移图和规律分析, 可以列出如 (1) 式所示的实例的状态周期转移概率矩阵:

$$\mathbf{P}_i = \begin{bmatrix} P_{0,0}^{(i)} & P_{0,1}^{(i)} & P_{0,2}^{(i)} & P_{0,3}^{(i)} & P_{0,4}^{(i)} & P_{0,5}^{(i)} & P_{0,6}^{(i)} & P_{0,7}^{(i)} \\ P_{1,0}^{(i)} & P_{1,1}^{(i)} & P_{1,2}^{(i)} & P_{1,3}^{(i)} & P_{1,4}^{(i)} & P_{1,5}^{(i)} & P_{1,6}^{(i)} & P_{1,7}^{(i)} \\ P_{2,0}^{(i)} & P_{2,1}^{(i)} & P_{2,2}^{(i)} & P_{2,3}^{(i)} & P_{2,4}^{(i)} & P_{2,5}^{(i)} & P_{2,6}^{(i)} & P_{2,7}^{(i)} \\ P_{3,0}^{(i)} & P_{3,1}^{(i)} & P_{3,2}^{(i)} & P_{3,3}^{(i)} & P_{3,4}^{(i)} & P_{3,5}^{(i)} & P_{3,6}^{(i)} & P_{3,7}^{(i)} \\ 0 & P_{4,1}^{(i)} & P_{4,2}^{(i)} & P_{4,3}^{(i)} & P_{4,4}^{(i)} & P_{4,5}^{(i)} & P_{4,6}^{(i)} & P_{4,7}^{(i)} \\ 0 & 0 & P_{5,2}^{(i)} & P_{5,3}^{(i)} & P_{5,4}^{(i)} & P_{5,5}^{(i)} & P_{5,6}^{(i)} & P_{5,7}^{(i)} \\ 0 & 0 & P_{6,2}^{(i)} & P_{6,3}^{(i)} & P_{6,4}^{(i)} & P_{6,5}^{(i)} & P_{6,6}^{(i)} & P_{6,7}^{(i)} \\ 0 & 0 & 0 & P_{7,3}^{(i)} & P_{7,4}^{(i)} & P_{7,5}^{(i)} & P_{7,6}^{(i)} & P_{7,7}^{(i)} \end{bmatrix} \quad (1)$$

依据假设 (1), 第 i 站在时间 t 中到达 k 个对象的概率为:

$$p_k^{(i)}(t) = \frac{(\lambda_i t)^k}{k!} e^{-\lambda_i t} \quad (2)$$

按照队列状态周期转移规律分析, 在 T_c 有

$$P_{m,n}^{(i)} = \begin{cases} 0, & M_2(3) + 1 \leq m \leq M_4(5), \quad n < m - M_2(3); \\ & \text{或 } m \geq M_5(6), \quad n < m - M_3(4); \\ p_n^{(i)}(T_c), & m \leq M_2(3), \quad n < C_i(7); \\ p_{n-[m-M_2(3)]}^{(i)}(T_c), & M_2(3) + 1 \leq m \leq M_4(5), \quad m - M_2(3) \leq n < C_i(7); \\ p_{n-[m-M_3(4)]}^{(i)}(T_c), & M \geq M_5(6), \quad m - M_3(4) \leq n < C_i(7); \\ \sum_{k=C_i(7)}^{\infty} p_k^{(i)}(T_c), & m \leq M_2(3), \quad n = C_i(7); \\ \sum_{k=C_i(7)-[m-M_2(3)]}^{\infty} p_k^{(i)}(T_c), & M_2(3) + 1 \leq m \leq M_4(5), \quad n = C_i(7); \\ \sum_{k=C_i(7)-[m-M_3(4)]}^{\infty} p_k^{(i)}(T_c), & m \geq M_5(6), \quad n = C_i(7); \end{cases} \quad (3)$$

上式中

$$\sum_{k=j}^{\infty} p_k^{(i)}(T_c) = 1 - \sum_{k=0}^{j-1} p_k^{(i)}(T_c). \quad (4)$$

7 队列状态概率等参量的算法

根据马尔可夫链理论和队列状态周期转移图、队列状态周期转移矩阵, 当 $\lambda_i > 0$ 时, 由于本系统队列各状态为正常返, 并且构成的马氏链是齐次、不可约、非周期的, 因此有

$$\sum_{j=0}^{C_i} \pi_j^{(i)} = 1, \quad (5)$$

$$\pi_n^{(i)} = \sum_{m=0}^{C_i} \pi_m^{(i)} P_{m,n}^{(i)} \quad (6)$$

将 (3) 式的 $P_{m,n}^{(i)}$ 代入, 联立方程 (6) 式的实例的具体表达式为 (不同 C_i 、 K 和 M 值时类同):

$$\left. \begin{aligned} \pi_0^{(i)} &= \left(\sum_{j=0}^3 \pi_j^{(i)} \right) p_0^{(i)}(T_c), \\ \pi_1^{(i)} &= \left(\sum_{j=0}^3 \pi_j^{(i)} \right) p_1^{(i)}(T_c) + \pi_4^{(i)} p_0^{(i)}(T_c), \\ \pi_2^{(i)} &= \left(\sum_{j=0}^3 \pi_j^{(i)} \right) p_2^{(i)}(T_c) + \pi_4^{(i)} p_1^{(i)}(T_c) + (\pi_5^{(i)} + \pi_6^{(i)}) p_0^{(i)}(T_c), \end{aligned} \right\} \quad (7a)$$

$$\left. \begin{aligned}
 \pi_3^{(i)} &= \left(\sum_{j=0}^3 \pi_j^{(i)} \right) p_3^{(i)}(T_c) + \pi_4^{(i)} p_2^{(i)}(T_c) + (\pi_5^{(i)} + \pi_6^{(i)}) p_1^{(i)}(T_c) + \pi_7^{(i)} p_0^{(i)}(T_c), \\
 \pi_4^{(i)} &= \left(\sum_{j=0}^3 \pi_j^{(i)} \right) p_4^{(i)}(T_c) + \pi_4^{(i)} p_3^{(i)}(T_c) + (\pi_5^{(i)} + \pi_6^{(i)}) p_2^{(i)}(T_c) + \pi_7^{(i)} p_1^{(i)}(T_c), \\
 \pi_5^{(i)} &= \left(\sum_{j=0}^3 \pi_j^{(i)} \right) p_5^{(i)}(T_c) + \pi_4^{(i)} p_4^{(i)}(T_c) + (\pi_5^{(i)} + \pi_6^{(i)}) p_3^{(i)}(T_c) + \pi_7^{(i)} p_2^{(i)}(T_c), \\
 \pi_6^{(i)} &= \left(\sum_{j=0}^3 \pi_j^{(i)} \right) p_6^{(i)}(T_c) + \pi_4^{(i)} p_5^{(i)}(T_c) + (\pi_5^{(i)} + \pi_6^{(i)}) p_4^{(i)}(T_c) + \pi_7^{(i)} p_3^{(i)}(T_c), \\
 \pi_7^{(i)} &= \left(\sum_{j=0}^3 \pi_j^{(i)} \right) \sum_{k=7}^{\infty} p_k^{(i)}(T_c) + \pi_4^{(i)} \sum_{k=6}^{\infty} p_k^{(i)}(T_c) + (\pi_5^{(i)} + \pi_6^{(i)}) \sum_{k=5}^{\infty} p_k^{(i)}(T_c) + \pi_7^{(i)} \sum_{k=4}^{\infty} p_k^{(i)}(T_c).
 \end{aligned} \right\} \quad (7b)$$

联立方程 (7) 式虽然已列出, 但不能用线性方程组的求解方法解出各个 $\pi_n^{(i)}$ 值, 原因是:

- (1) 由 (2) 式代入 (7) 式的各个 $p_k^{(i)}(T_c)$ 之后, (7) 式为超越方程;
- (2) 在 (2) 式、(3) 式和 (7) 式中, 参量 T_c 实际是随机变量 T_c .

本文采用如下非常规方法:

(1) $[\lambda_i T_c]$ 表示第 i 站在周期均值 T_c (集中参数) 中到达对象的平均值, 可设 $[\lambda_1 T_c] = 0.1, 0.2, 0.3, \dots, 1.0, 1.5, 2.0$ 等值, 由假设 (1) 已知 λ_i/λ_1 值, 因此, $[\lambda_1 T_c] \cdot \lambda_i/\lambda_1 = [\lambda_i T_c]$;

(2) $[\lambda_1 T_c]$ 设定后, 按照 (2) 式可计算 $p_k^{(i)}(T_c) (k = 0, 1, 2, \dots, C_1)$, 该计算是用 $[\lambda_1 T_c]$ 替代 $\lambda_1 t_c$;

(3) 用有关 $p_k^{(i)}(T_c)$ 代入 (7) 式, 解联立方程, 求出 $\pi_n^{(i)}$ 近似值;

(4) 用其它 $[\lambda_i T_c]$ 代入 (2) 式, 求解其它站点的联立方程 (7) 式, 得到各个站点的 $\pi_n^{(i)}$ 近似值;

(5) 代入不同的 $[\lambda_1 T_c]$ 取样值和对应的 $[\lambda_i T_c]$ 取样值, 做第 (2)~(4) 步, 求出系统各站点一系列的 $\pi_n^{(i)}$ 近似值;

(6) 参看文献 [11] 和 [12], 对于工作周期有

$$\begin{aligned}
 \text{LS}[F_c(t)] &= F_c(s) \\
 &= \prod_{i=1}^N F_{ib}(s) \prod_{i=1}^N \left[\sum_{n=1}^2 \pi_n^{(i)} F_{is}^n(s) + \sum_{n=3}^5 \pi_n^{(i)} F_{is}^3(s) + \sum_{n=6}^7 \pi_n^{(i)} F_{is}^4(s) + \pi_0^{(i)} \right], \quad (8)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 T_c &= -\frac{dF_c(s)}{ds} \Big|_{s=0} \\
 &= \sum_{i=1}^N \bar{t}_{ib} + \sum_{i=1}^N \left[\sum_{n=1}^2 n \pi_n^{(i)} + 3 \sum_{n=3}^5 \pi_n^{(i)} + 4 \sum_{n=6}^7 \pi_n^{(i)} \right] \frac{1}{\mu_{is}}. \quad (9)
 \end{aligned}$$

利用上式可求出不同 $[\lambda_i T_c]$ 值时的 T_c 近似值。(9) 式中第二部分方括号内数值为周期中第 i 站平均服务对象个数, 它与 $1/\mu_{is}$ 的乘积为周期中该站平均服务时间。

(7) 利用 $\lambda_i = [\lambda_i T_c]/T_c$, 便可求出不同 λ_i 值时所对应的 $\pi_n^{(i)}$ 、 T_c 值, 并且有

$$r_i = 1 - \frac{\sum_{n=1}^2 n\pi_n^{(i)} + 3\sum_{n=3}^5 \pi_n^{(i)} + 4\sum_{n=6}^7 \pi_n^{(i)}}{[\lambda_i T_c]} \quad (10)$$

如仅求近似值, 上述参量的计算便可到此为止。逼近精确值的计算, 可参看文献 [13]。其它有关系统和队列的工作特性参量, 如重访时间均值、等待时间均值、平均队长的算法, 可参看文献 [12]。所有计算均可用计算机编程, 最后可获得各种特性参量的数据表或曲线。

参 考 文 献

- [1] Ferguson M J, Aminezah Y J. Exact results for non-symmetric token ring system. IEEE Trans. on Commun. 1985, COM-33(3): 223-231.
- [2] Backer J E, Rubin I. Polling with a general-service order table. IEEE Trans. on Commun. 1987, COM-35(3): 283-288.
- [3] Phuoc Tran-Gia. Analysis of polling system with general input process and finite capacity. IEEE Trans. on Commun. 1992, COM-40(2): 337-344.
- [4] Dionysios Karvelas, Leon Garcia. Delay analysis of various service disciplines in symmetric token passing network. IEEE Trans. on Commun. 1993, COM-41(9): 1332-1335.
- [5] 王思明, 马自立, 陈永义. 多队列双向循环服务系统的研究. 兰州大学学报, 1991, 27(4): 10-18.
- [6] 逯昭义, 王思明. 环形 LAN 存取方式建模的研究. 电子科学学报, 1994, 16(2): 148-157.
- [7] Manfield D R. Analysis of priority polling system for two-way traffic. IEEE Trans. on Commun. 1985, COM-33(9): 1001-1006.
- [8] Fukagawa Y, Yanaru T, Yoshida S. A cyclic time of multiqueues with priority service rule. Trans. Inst. Electron. Commun. Eng. Jpn. 1986, J69-A(2): 159-160.
- [9] Ma Zili, Wang Siming, Li Qinglan. A class of cyclic queue with priority batch service. Appl. Math. Modelling, 1991, 15(9): 450-458.
- [10] Ma Zili. Waiting time for a cyclic service system with priority. Appl. Math. Modelling, 1992, 16(6): 320-323.
- [11] 王思明. 一类多站循环服务系统的分析与建模. 系统工程学报, 1994, 9(2): 20-27.
- [12] 王思明, 逯昭义. 一种单帧协议令牌环形 LAN 的数学建模与解析. 暨南大学学报. 1993, 4(3): 37-44.
- [13] Wang Siming, Wang Hong. Limited capacity multiqueue cyclic service system. International Semimar on Teletraffic and Network, 1997, November 19-21, China Xi'an, 北京: 中国建材工业出版社, 1997: 541-544.

MULTI-STATION CYCLIC SERVICE SYSTEM OF GRADE COMPOUND SERVICE STRATEGY

Wang Siming

(Department of Electronic Engineering, Jinan University, Guangzhou 510632)

Abstract To multi-station(multiqueue) cyclic service system, this paper advances a grade compound new strategy of a development adjust service quantity to fit the station load unbalance system. This paper discusses mainly about: (1) Introduce new strategy; (2) The features of new strategy system line up service model; (3) The queue status transition regularity of limited capacity new strategy system; (4) The algorithm of queue status transition rate; (5) The irregular algorithm of queue status rate.

Key words Multi-station cyclic service, Grade compound strategy, Limited capacity, Status rate, Status transsition

王思明: 男, 1941 年生, 教授, 中国电子学会高级会员, 主要从事信息与控制、电子信息技术模仿社会等方面研究.