

## 基于三维矩阵的 Turbo 码交织器设计

李小玮 韦岗

(华南理工大学电子与信息学院 广州 510640)

**摘要:** 该文从理论上分析了 Turbo 码的性能特点, 探讨了交织器在 Turbo 码中所起的作用, 并分析指出交织器设计的主要参考因素。通过对常用交织算法的分析和比较, 提出了一种基于三维(3-D)矩阵的低复杂度交织算法, 实验结果验证了该算法具有较好的性能。

**关键词:** Turbo 码, 交织器, 三维矩阵

**中图分类号:** TN911.22 **文献标识码:** A **文章编号:** 1009-5896(2005)06-0888-04

## Device of Interleaver for Turbo Codes Based on 3-D Matrix

Li Xiao-wei Wei Gang

(College of Electronics and Information Engineering, South China University of Technology, Guangzhou 510640, China)

**Abstract** This paper analyzes theoretically the properties of Turbo codes and the effects of the interleaver. Some elements for devising good interleaver are pointed out in this paper. Compared with some traditional algorithms, a low-complexity method based on three-Dimensional (3-D) matrix is proposed. The simulation results demonstrate its good performance.

**Key words** Turbo codes, Interleaver, Three-dimensional matrix

### 1 引言

Turbo 码又被称为并行级连卷积码(Parallel Concatenated Convolutional Codes, PCCC), 是由 Berrou 等在 1993 年国际通信会议(ICC'93)上提出来的<sup>[1]</sup>。Turbo 码应用了并行的递归系统码和软输入输出迭代译码算法, 实现了 Shannon 编码理论中采用随机编码和最大似然译码的思想。Turbo 码的提出是纠错码发展的一个重要的里程碑, 它具备的优秀性能也使其在深空通信、卫星通信和移动通信中得到了广泛的应用。

Turbo 码的编码和译码框图如图 1 所示。

从图 1 可以看出, 交织器是 Turbo 码系统中的一个重要

部分。原始的信息序列首先经过第 1 个成员编码器编码, 接着经过了交织, 进入第 2 个成员编码器进行编码, 从两个编码器输出的校验位经过删余处理后与信息位一起输出。在解码端, 不同的成员编码器的校验信息通过交织器和解交织器为相互之间提供外信息进行解码。这种迭代译码的算法可以接近最大似然译码的理论极限, 使 Turbo 码的性能验证了 Shannon 理论的信道容量。

目前研究提出的交织方法中, 最简单的是分块交织器, 这种算法缺乏随机特点, 达不到好的性能。另一种是随机交织器, 是产生一组随机数作为交织序列, 这种交织算法被证明是一种能够达到平均误码性能的方法。此外, Divsalar 等人<sup>[2]</sup>提出了一种 S-random 交织器, 是目前公认的一种性能很好的算法; Briffa 等人<sup>[3]</sup>提出了一种利用模拟退火方法的交织器设计方法; Hokfelt<sup>[4]</sup>设计了一种利用近似相关系数为参数来计算选择交织器的方法。后两种算法也能达到很好的性能, 但是算法过程比较复杂。本文中采用了一种应用三维矩阵产生交织器并随机化的简单的交织方法, 既满足了交织器的随机特性, 也较好的处理了低重量信息输入造成的低码重的问题。实验结果的比较显示该交织算法达到了很好的性能。

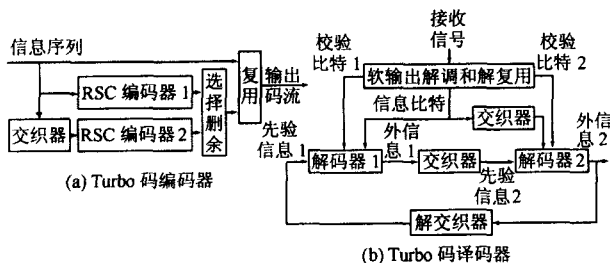


图 1 Turbo 码编码器和译码器框图

## 2 交织器设计原理

在传统的通信系统中,交织器的主要作用是抗信道突发错误,通过交织将信道中的突发连续错误变为独立的随机错误,提高编码的纠错能力,一般应用的分组交织器或者卷积交织器就可满足要求。Turbo码编译码器要求两个成员编码器的输入信息序列尽可能的不相关,因此交织器首先要具有随机的特点。文献[5]指出,随机交织就是一种性能良好的交织器,可以达到Turbo码的平均性能。对Turbo码更进一步的研究表明,交织器在改善码的距离谱方面有更重要的作用,这个作用被称为距离谱细化<sup>[6]</sup>。

根据纠错编码的理论可知<sup>[7]</sup>,在采用软译码的条件下,卷积码的性能是由码字的最小自由距离决定的。Turbo码中的交织器将两个分量编码器连接起来,通过交织,使产生较小重量的信息序列在交织以后通过第2个编码器产生较重的码字,这样提高了整个码字的自由距离,改善了Turbo码的性能。在高斯白噪声信道条件下应用最大似然译码算法,可以得到卷积码性能的联合界<sup>[6]</sup>:

$$P_b \leq \sum_{i=1}^{2^N} \frac{w_i}{N} Q \left( \sqrt{d_i \frac{2RE_b}{N_0}} \right) \quad (1)$$

其中 $w_i$ 表示第 $i$ 个码字的信息重量, $d_i$ 表示该码字的汉明重量。式(1)是一个求和关系式,将其中具有相同重量的码字合并,定义平均信息重量:

$$\tilde{w}_d = W_d / N_d \quad (2)$$

其中 $W_d$ 表示具有相同重量码字的总信息重量, $N_d$ 表示该码字的重数,因此由式(1)和式(2)可以得到

$$P_b \leq \sum_{d=d_{\text{free}}}^{2^{(v+N)}} \frac{N_d \tilde{w}_d}{N} Q \left( \sqrt{d \frac{2RE_b}{N_0}} \right) \quad (3)$$

其中 $v$ 表示卷积码的归零比特长度。从式(3)中可以看出,卷积码的性能与码的最小自由距离和具有该自由距离的码字的多少相关。Turbo码中输入重量较轻的信息序列通过编码器1通常会产生重量较轻的码字,然而由于交织器的作用,在序列交织以后通过编码器2后生成较轻码重码字的概率大大降低,因此全部码的最小自由距离增大,提高了Turbo码的性能。由于 $Q(\cdot)$ 函数是积分函数,从文献[6]的结果可以看出,大码重码字对误码率的贡献相比低码重码字的贡献可以忽略,因此可以得到Turbo码具有的近似性能限:

$$P_b \approx (N_{\text{free}} \tilde{w}_{\text{free}} / N) Q \left( \sqrt{d_{\text{free}} (2RE_b / N_0)} \right) \quad (4)$$

其中 $N_{\text{free}}$ 和 $\tilde{w}_{\text{free}}$ 分别表示码重为自由距离的码的重数和信息重量。

从以上结果看出,Turbo码的误码率性能与其码字的自由距离以及该自由距离码字的多少和信息重量相关,增大自

由距离可以提高Turbo码的性能。交织器的作用就是尽可能地分隔邻近比特到尽量大的距离,使码字自由距离增加的概率变大,详细解释可见文献[2]。同时随机编译码原理要求交织器应该具有随机性。综合以上,可以得到交织器的设计准则:相邻前后信息比特通过交织映射作用分隔尽可能大的距离,并且映射具有随机特点。

## 3 交织器的设计

### 3.1 常用交织算法的分析

交织器是一种单输入单输出装置,它的输出和输入具有相同的符号集,只是在顺序上有所不同。可以用一个映射关系表示交织器: $\pi: Z \rightarrow Z$ 。其中的 $Z$ 表示整数的集合。在通信系统中经常使用的交织器有:分组交织器,随机交织器和S-random交织器。

分组交织器:分组交织是一种传统的通信系统中抗突发错误的算法,信息序列按照行顺序依次读入一个 $m \times n$ 的矩阵,然后按列的顺序读出,形成的新的序列对应于相应位置的映射关系。该交织器具有较好抗突发错误能力,但是不具有随机性特点。

随机交织器:随机交织器的特点就是交织器的序号索引具有随机性,前面提到随机交织算法具有交织器的平均性能特点,是一种较好的交织算法。但是,随机方法也有产生不好交织算法的可能性。例如,随机交织产生了与原序列相同的序列,即不改变任何信息位置的随机序列,这种可能性虽然很小,但却是存在的,也是理论上一种最不理想的情况。随机交织器的产生方法是随机产生一组各不相同的 $[0,1]$ 之间的随机数,每个数在所有数中排序大小对应于它在序列中的前后位置就是一组随机的交织索引。

S-random交织器:S-random交织器又称为半随机交织器,它是在随机交织算法基础上加入人为干预,避免出现低信息重量序列产生低码重码字的现象,是目前公认的一种较好的交织算法,它的设计方法见文献[2]。S-random交织器比普通随机交织器性能更好,但是运行的复杂度随参数 $S$ 增大而增大,在参数 $S$ 增大时算法失败的可能性也大大增加。

### 3.2 基于三维矩阵交织算法的设计

从交织器的分析可以看出,随机交织算法是一种反映出平均性能的交织算法,因此必然存在着比随机交织器更好的交织器,S-random交织器是其中一种。本文设计了一种基于三维矩阵的交织器产生算法,比S-random算法具有更低的实现复杂度和更高性能。

新交织算法的目标是根据第2节中的准则将原始序列中邻近的信息比特通过交织后分散到距离尽量远的位置上,使其交织后相隔距离最大化。假设交织器长度为 $N$ ,简单的计算分析可以得到,初始序列距离小于 $S$ 的信息比特通过交

织后距离可以大于等于  $S$ , 这里的  $S = \lfloor \sqrt{N/2} \rfloor$ , 表示交织器分隔的最小距离, 其中  $\lfloor a \rfloor$  表示对  $a$  下取整。用映射关系表示该交织器的原理如下:

$$\pi_I: \{(x, y) | \rho(x, y) < S, x, y \in I_2\} \rightarrow \{(x', y') | \rho(x', y') \geq S, x', y' \in I'_2\} \quad (5)$$

其中  $I_2$  和  $I'_2$  分别表示交织前后的序列,  $\rho(\cdot)$  表示任意两点的分隔距离。对于长度为  $N$  的交织器, 新算法设定一个三维矩阵, 令三维矩阵的 3 个维度分别为  $S$ ,  $S$  和 2。整个算法包括两个主要的步骤: 首先基于设定的矩阵, 将  $N$  个正整数依次按照不同的维顺序写入和读出矩阵, 得到初始序列, 该序列满足邻近比特分隔距离大于  $S$  的特点。然后按照规则对其进行保持分隔距离  $S$  的随机化, 得到最后交织序列。具体流程描述如下:

第 1 步 产生初始的满足用最小距离  $S$  分隔的序列。

(1) 产生 1 个分量为从 1 到  $S$  随机排列的向量, 代表第 1 维的随机行坐标的索引, 第 2 维产生 1 到  $S$  的顺序索引, 第 3 维产生 1 到 2 的顺序索引。

(2) 按照 1, 3, 2 维的顺序, 按产生的维索引依次写入从 1 到  $N$  的整数到矩阵中。

(3) 按照 2, 3, 1 维的顺序从矩阵中顺序读出写入的整数, 可以保证此时相邻  $S$  以内的序号之间分隔至少为  $(S-1)$  长度。

第 2 步 对产生的序列应用以下的规则进行保持最小分隔距离  $S$  的随机化。

(1) 随机选择一个起始点, 再随机选择另一个对应点, 如果起始点和对应点与相互前后距离相邻  $S$  以内的点的距离均大于  $S$ , 则互换两个点的位置, 否则保持两个点位置不变。

(2) 依次分别遍历对应点和起始点到所有点的位置, 循环 5~10 次, 得到的最后序列为交织器的交织序列。

算法第 2 步是对序列的‘随机化’处理步骤, 虽然从处理方法上看, 处理流程不同于真正意义上的‘随机’置换, 但是从处理过程来看, 这样的处理具有近似随机的特点, 这种人为干预下的随机性正是前文中提到的找到比普通随机交织器性能更优的交织器的途径, 以下的实验结果很好地证明了这一点。

## 4 实验结果和分析

### 4.1 交织器分隔谱的比较

分析交织器的特点可以通过分析交织器的输入输出分隔谱得到<sup>[3]</sup>, 好的交织算法不仅具有随机性, 而且对输入的小的分隔得到大的输出分隔。图 2 中所示的是上述各种交织器输入输出分隔谱的比较结果, 横坐标表示输入分隔长度, 纵坐标表示输出分隔长度, 黑点位置表示存在对应输入分隔

和输出分隔的序列点对。

以上结果可以看出, 分组交织器输入输出分隔距离固定, 不具有随机性; 随机交织器具有随机性, 而且任何输入分隔长度都对任何可能的输出分隔长度, 黑点布满整个平面; S-random 和基于矩阵交织方法加入人为干预, 左下角一块没有黑点, 说明映射后分隔距离小于  $S$  的序列点对不存在。因此交织器的分隔距离和随机性很难同时满足, 必须在两者中取一个合理折衷, 这也是后两种算法的特点。后两者相比, 基于矩阵交织的方法则具有更大的分隔距离  $S$ , 同时也具有很好的随机性, 在改善码字自由距离上作用更大。

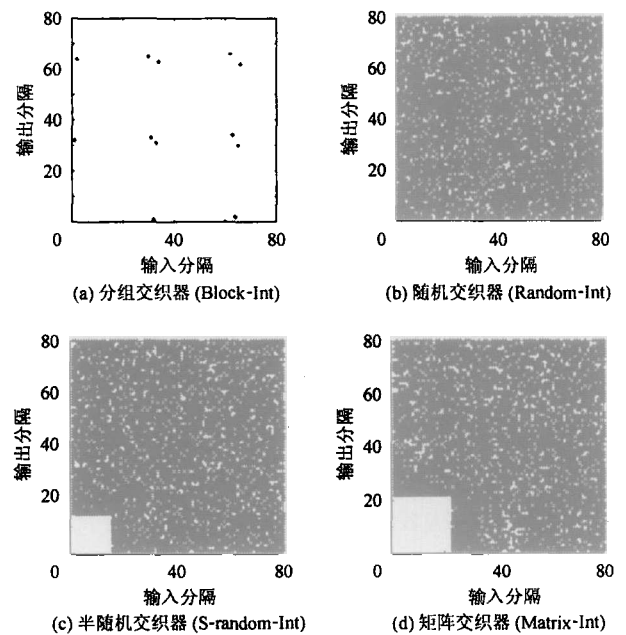


图 2 各种交织器的输入输出分隔谱比较

### 4.2 误码率性能比较

应用文献[1]中的 Turbo 码进行蒙特卡洛仿真, 成员编码器采用 RSC 编码器, 生成多项式  $G = (37, 21)$ , 码率为 1/2, 删余矩阵采用  $[1 \ 0; 0 \ 1]$ , 译码算法采用修正的 BCJR 算法, 6 次迭代。信道假设为 AWGN 信道, BPSK 调制方式, 文中分别仿真了每帧长度为 256, 1024 和 4096 的 3 种情况。不同交织算法的误码率性能曲线如图 3 所示。

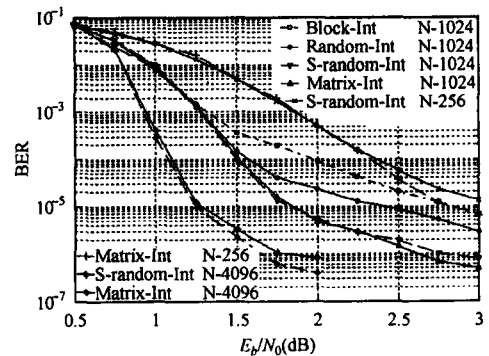


图 3 各种交织算法的误码率比较

从图3中长度为1024的一组结果可以看出,分组交织算法由于缺乏随机特点,随机交织算法则没有改善交织器的最小分隔特性,所以两者的性能在高信噪比的情况下要差于S-random交织和基于矩阵的交织算法。后两者相比较,基于矩阵的交织算法对信息比特具有更大的分隔长度同时具备近似随机的特点,因此在高信噪比条件下的性能比S-random交织器还有一定的提高。同样的结果也可以从图3中帧长为256和4096的仿真结果看出。

最后分析比较一下后两种算法的实现特点:由于S-random交织算法的参数 $S$ 越大,性能越好,但是算法失败的可能性越大,若越小,则性能越差,因此参数 $S$ 的选择在帧长不同的条件下需要根据经验选取,在实际应用中的实用性受到局限;而基于矩阵的交织算法可以选择最大可能的参数 $S$ ,使得输入输出的最小分隔更大,该算法不存在前者算法中可能失败的特点,因此相比前者的算法更稳定,具有更小的复杂度和更强的实用性,实验结果亦验证了该算法的有效性。

## 5 结束语

本文在分析信道编码的最小自由距离、距离谱与Turbo码的性能关系的基础上,深入讨论了设计Turbo码交织器的要求和准则。文中提出的基于三维矩阵的交织算法很好地改善了Turbo码的距离谱特性,相比其他的交织算法具有低复杂度和低误码率的特点,对于在实际应用中提高Turbo码的性能具有重要的意义。

## 参考文献

- [1] Berrou C, Glavieux A. Near optimum error correcting coding and decoding: Turbo-codes. *IEEE Trans. on Communications*, 1996, 44(10): 1261 – 1271.
- [2] Divsalar D, Pollara F. Turbo codes for PCS application. *Proceeding ICC'95, Seattle, June 1995, Vol.1: 54 – 59.*
- [3] Briffa J A, Buttigieg V. Interleaving and termination in unpunctured symmetric Turbo codes. *IEE Proc.-Communications*, 2002, 149(1): 6 – 12.
- [4] Hokfelt J, Edfors O, Maseng T. Interleaver design for Turbo codes based on the performance of iterative decoding. *Proceeding ICC'99, Vancouver, Canada, June 1999, Vol.1: 93 – 97.*
- [5] Benedetto S, Montorsi G. Unveiling Turbo codes: some results on parallel concatenated coding schemes. *IEEE Trans. on Info. Theory*, 1996, 42(2): 409 – 428.
- [6] Perez L C, Seghers J, Costello D J. A distance spectrum interpretation of Turbo codes. *IEEE Trans. on Info. Theory*, 1996, 42(6): 1698 – 1709.
- [7] Shu L, Costello D J. *Error Control Coding: Fundamentals and Applications*. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1983, Chapter 10.

李小玮: 男, 1976年生, 博士生, 研究方向为移动通信中的信道编码技术。

韦岗: 男, 1963年生, 教授, 博士生导师, 主要研究方向为通信和信号处理、神经网络、模式识别等。