

一种无线信道状态估计新算法

孟德香 吴湛击 吴伟陵

(北京邮电大学信息工程学院 181 信箱 北京 100876)

摘要: 在实践中, Nakagami 衰落信道下的信道状态的估值算法在很多最优化的信号处理技术中都是必需的。该文根据高阶统计量的分析提出一种简单有效的信噪比估值算法, 而且首次提出了 Nakagami 衰落信道下的全盲信道状态估值算法, 同时通过进行信道状态估值对 turbo 码译码精度的灵敏性仿真测试证明了新算法的有效性。

关键词: 衰落信道, turbo 码, 信道状态估值, 高阶统计量分析

中图分类号: TN911.23 **文献标识码:** A **文章编号:** 1009-5896(2005)02-0177-04

A New State Estimation Algorithm of Wireless Channel

Meng De-xiang Wu Zhan-ji Wu Wei-ling

(P.O. Box181, Info. Eng. School, Beijing Univ. of Posts and Telecomm., Beijing 100876, China)

Abstract In practice, the channel state in Nakagami fading needs to be estimated for many optimum signal processing techniques. A new algorithm is put forward on the basis of the higher order statistical analysis, which is simple and effective, furthermore, a new all-blind channel state estimation algorithm in Nakagami fading is presented for the first time, and its validity is proved by simulations.

Key words Fading channel, Turbo codes, Channel state estimation, Higher order statistical analysis

1 引言

在实践中, 信道状态的估值算法在很多最优化的信号处理技术中都是必需的。Nakagami- m 分布能够很好地描述无线信道的统计特性^[1-3], 成为公认的无线信道仿真较好的模型。对于单纯 Nakagami- m 随机变量的 m 估值算法, 目前研究已经到了登堂入室的境地^[3-7], Cheng 基于矩估计的算法^[7]和 Greenwood 基于最大似然估计的算法^[5]是这个领域的最重要的研究成果。另一方面, 对于 Nakagami 衰落信道下的估值算法, 目前的研究方兴未艾^[8-12], 这些都是在假设已知 m 的情况下估值信噪比 (SNR), 是一种半盲估计而非全盲估计。Summers 基于低阶统计量分析, 得出了 SNR 估值的二项式拟合经验性公式, 适用于高斯信道^[8]。Remash 同样基于低阶统计量分析进一步推导了在 Nakagami 信道下的 SNR 估值算法^[9]。Remash^[12]和本文作者^[10,11]基于高阶统计量分析进一步推导了在 Nakagami 信道下的 SNR 估值算法, 首次提出并证明了 Nakagami 衰落随机变量的原点阶公式和概率密度分布公式, 并根据高阶统计量分析得出了 SNR 估值的准确表达式, 大大扩展了准确预测的范围^[10]。

本文将在文献[10]的基础上, 提出一种更为简单的基于高阶统计量的 SNR 估值公式, 首次推导出在 Nakagami- m 衰

落信道下同时估值 m 和 SNR 的全盲算法, 并进行估值算法测试和 turbo 译码估值补偿仿真测试。本文安排如下: 第 2 节, 系统模型及其相关数学基础; 第 3 节, Nakagami 衰落信道下的半盲估值算法; 第 4 节, SNR 估值新算法及全盲估值算法; 第 5 节, turbo 译码估值补偿仿真测试; 最后是结论。

2 系统模型及其相关数学基础

我们首先假设信号 u 是信道编码、调制后的双极性数据, 它经历了大尺度乘性干扰 μ 和小尺度乘性干扰 a , 还有加性干扰 n 的作用; 假设信道是经过充分交织的无记忆平坦 Nakagami 衰落信道, μ , a 和 n 相互独立; r 是接收端进行精确同步的相干解调后得到的信号, 为简约起见, 文中将 r 称为 Nakagami 衰落随机变量。则

$$r = a\sqrt{E_s}u + n = a\mu u + n \quad (1)$$

式中 E_s 是接收到的符号能量; $\mu = E_s^{1/2}$, μ 在相当长的统计时间内 (如一个编码块) 可以认为是常数; n 是均值为 0 方差为 $N_0/2$ 加性白色噪声; a 是均方归一化的参量为 m 的 Nakagami 分布随机变量。SNR 为 $E_s/N_0 = \mu^2 E(a^2)/(2\sigma^2) = \mu^2/(2\sigma^2)$ 。 a 的概率密度分布函数为

$$f(a) = \frac{2m^m a^{2m-1}}{\Gamma(m)} \exp(-ma^2), \quad m > 0.5, \quad a > 0 \quad (2)$$

瑞利信道是 Nakagami 信道在 m 为 1 时的特例, 而高斯信道是 Nakagami 信道在 m 趋于无穷时的特例。

本文定义 β 为估测的 SNR, $\beta \equiv \mu^2/(2\sigma^2)$; z 为高阶统计量的比值, $z \equiv E(r^4)/[E^2(r^2)]$ 。

3 Nakagami 衰落信道下的半盲估值算法

Summers 基于低阶统计量分析, 定义 $z_{\text{low}} \equiv E(r^2)/[E^2(|r|)]$, $y = 2\beta = 2E_s/N_0$ 。在 AWGN 信道下, 提出了一个基于二项式拟合的经验性公式^[8]:

$$r(\text{dB}) = -34.0516z_{\text{low}}^2 + 65.9548z_{\text{low}} - 23.6184 \quad (3)$$

式(3)中 y 的有效预测范围是 0dB 到 6dB (相当于本文 β 的有效预测范围是 -3dB 到 3dB), 存在着很大的局限性。

Ramesh 同样基于低阶统计量分析, 进一步推导了 Nakagami 信道下 z 和信噪比 γ (等同于本文中的 β) 关系式^[9]:

$$z = \frac{1+2\gamma}{\left(\sqrt{\frac{2}{n}} \left(\frac{m}{m+\gamma} \right)^m + \sqrt{\frac{2\gamma}{m}} \frac{\Gamma(m+1/2)}{\Gamma(m)} \left(1 - \frac{2I(m)}{\pi} \right) \right)^2} \quad (4)$$

Ramesh 采用多项式拟合方法可得信噪比估值的近似解, 但方法繁琐, 预测范围有限, 误差较大^[9]。Ramesh 提出了有 L 个等增益接收合并下的 Nakagami 衰落信道下的信噪比估值算法^[12]。Ramesh 定义 $z_{\text{div}} = E^2(r^2)/[E(r^4)]$, Ramesh 推导出:

$$z_{\text{div}} = \frac{\left[L + \left((L^2 - L) \left(\frac{\Gamma(m+1/2)}{[\sqrt{m}\Gamma(m)]} \right)^2 + L \right) 2\gamma \right]^2}{3L^2 + 4\Delta_m \gamma^2 + 12L \left[L + (L^2 - L) \left(\frac{\Gamma(m+1/2)}{(\sqrt{m}\Gamma(m))} \right)^2 \right] \gamma} \quad (5)$$

本文作者在文献[11]中独立地根据高阶统计量进行分析, 推导出 AWGN 和平坦瑞利信道下精确的 SNR 估值算法。在文献[6]中, 更进一步地首次提出并证明了 Nakagami 衰落随机变量的两个公式, 原点阶公式和概率密度分布公式, 并以这两个公式为数学基础根据高阶统计量的分析得出了 Nakagami 衰落信道下的 SNR 估值的准确的解析表达式。

定义 $z \equiv E(r^4)/[E^2(r^2)]$, $\beta \equiv \mu^2/(2\sigma^2)$, 则

$$\left. \begin{aligned} z &= \frac{4(1+1/m)\beta^2 + 12\beta + 3}{4\beta^2 + 4\beta + 1}, & \beta > 0 \\ \beta &= \frac{c}{2(1-c)}, & c = \sqrt{\frac{3-z}{2-1/m}}, & z \in \left(1 + \frac{1}{m}, 3 \right) \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

上式不仅便于操作, 而且能准确预测的范围也比 Ramesh 的方法大大扩展了。事实上, L 个等增益接收与单个接收的数学处理难度是等价的, 只是繁简程度不同, 所以为简便起见, 我们在下文中主要讨论单个接收的估值算法。

4 Nakagami 信道下 SNR 估值的新算法及全盲估值算法

在文献[10]的基础上, 我们提出一种更简单的 Nakagami 信道下 SNR 估值的新算法。

4.1 Nakagami 信道下 SNR 估值定理

定理 1 定义 β 为估测的 SNR: $\beta \equiv \mu^2/(2\sigma^2)$; z 为高阶统计量的值: $z \equiv [15E^3(r^2) - E(r^6)]/[3E^3(r^2) - E(r^2)E(r^4)]$, 则

$$\left. \begin{aligned} z &= \frac{2(7+2/m)\beta + 15}{2\beta + 1}, & \beta > 0 \\ \beta &= \frac{z - 15}{2(7+2/m-z)}, & m > 0.5, & z \in \left(7 + \frac{2}{m}, 15 \right) \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

证明见附录 1。

4.2 Nakagami 衰落信道下的信道状态的全盲估值定理

定理 2 定义 β 为估测的 SNR: $\beta \equiv \mu^2/(2\sigma^2)$; k_1, k_2 为高阶统计量的比值: $k_1 = [E^2(r^2)]/[3E^2(r^2) - E(r^4)]$, $k_2 \equiv [15E^3(r^2) - E(r^6)]/[3E^3(r^2) - E(r^2)E(r^4)]$, $c \equiv [k_1(15 - k_2)^2]/4$, 则

$$\left. \begin{aligned} m &= \frac{1}{4} \left(1 + \sqrt{\frac{c}{c-8}} \right), & c > 8 \\ \beta &= \frac{k_2 - 15}{2(15 - k_2 - c + \sqrt{c(c-8)})}, & c > 8, & k_2 \in \left(7 + \frac{2}{m}, 15 \right) \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

证明见附录 2。

定理 2 根据高阶矩统计分析首次提出了 Nakagami 衰落信道下的全盲估值算法, 从而将对单纯 Nakagami 衰落随机变量的 m 估值算法和 Nakagami 衰落信道下的 SNR 估值算法有机地联系起来。

4.3 各种估值算法的仿真对比验证

Nakagami 信道下的 SNR 估值仿真对比测试结果如图 1 和图 2 所示。

图 1 比较了高斯信道下 Summers, Remash 和本文四阶矩(式(6))以及六阶矩算法(式(7))的 SNR 误差。从图中可以明显看到: Summers 和 Remash 式估值算法在低 SNR 和高 SNR

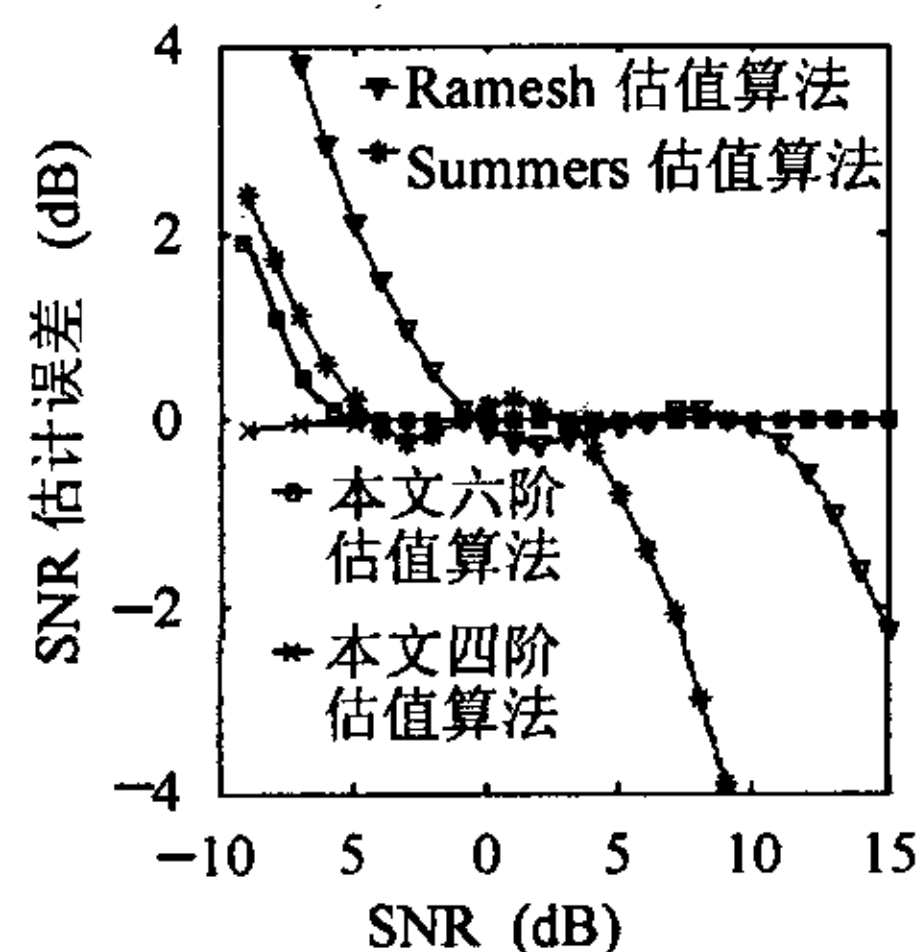


图 1 高斯信道下的信噪比误差新旧算法比较图

偏差较大,而本文的四阶矩算法是无偏估计,而且估值误差的标准差与 SNR 成反比,六阶矩算法在低 SNR ($< -5\text{dB}$) 有偏差且标准差较大, -5dB 以上则基本上是无偏估计,且估值误差的标准差与 SNR 成反比。因此,本文四阶矩算法是最优估计;六阶矩算法次之;再次是 Remash 和 Summers 的算法。

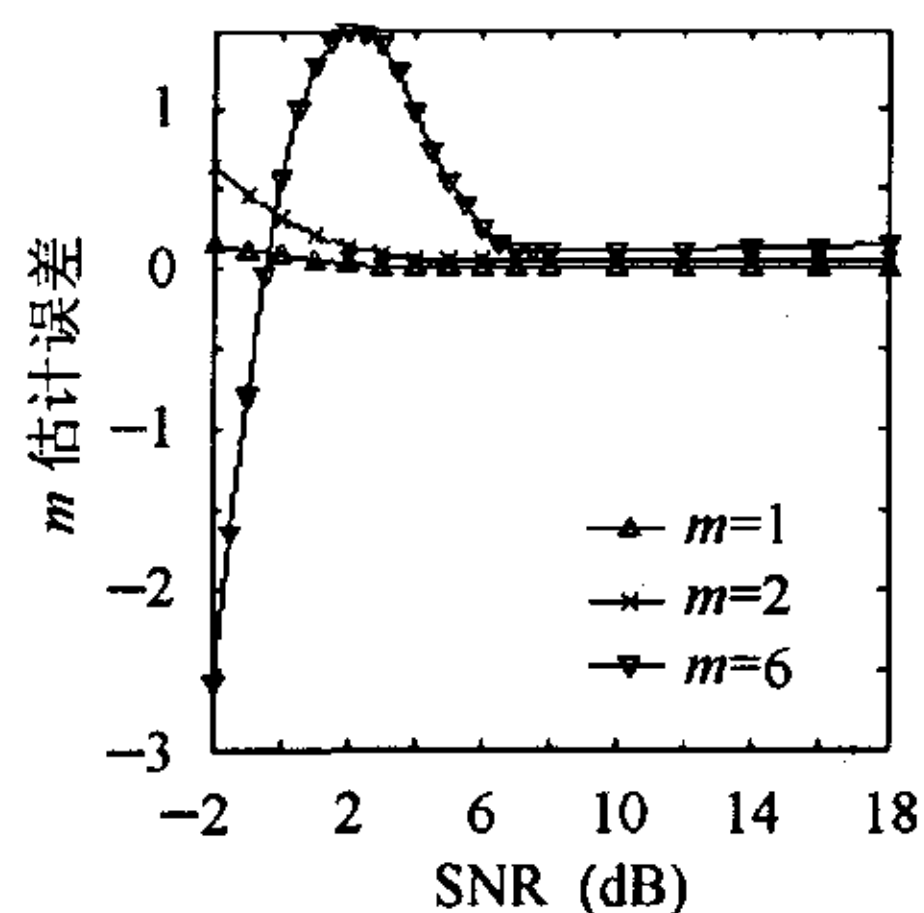


图2 Nakagami 信道下的全盲估值算法的 m 估值误差图

图2比较了在充分交织(无时间相关性)的平坦 Nakagami 衰落信道下的 m 分别为 1, 2, 6 的本文全盲估值算法(式(8))在不同 SNR 时的 m 估值误差。从图中,我们可以观察到:(1)在低 SNR, m 的估值均出现了不同程度的偏差,而随着 SNR 的升高, m 估值偏差减小;(2)同一 SNR 下, m 越大,对它的估值误差也就越大。

5 Turbo 译码信道补偿估值的仿真测试

我们按文献[10]中的信道补偿定理实现了 turbo 码的编解码算法和估值算法,进行了 SNR 估值对译码精度的灵敏性仿真对比测试。相关的实验参数为:生成多项式 $g_1=(13)_8$, 反馈多项式 $g_2=(15)_8$, 码率 1/3, 10 次迭代 MAP 算法,编码前的信息比特为 10000bit, 编码后为 30006bit, 交织采用 100×100 块交织。所有的估值算法都是基于一个编码块(30006bit)统计长度。仿真测试结果如图3所示。

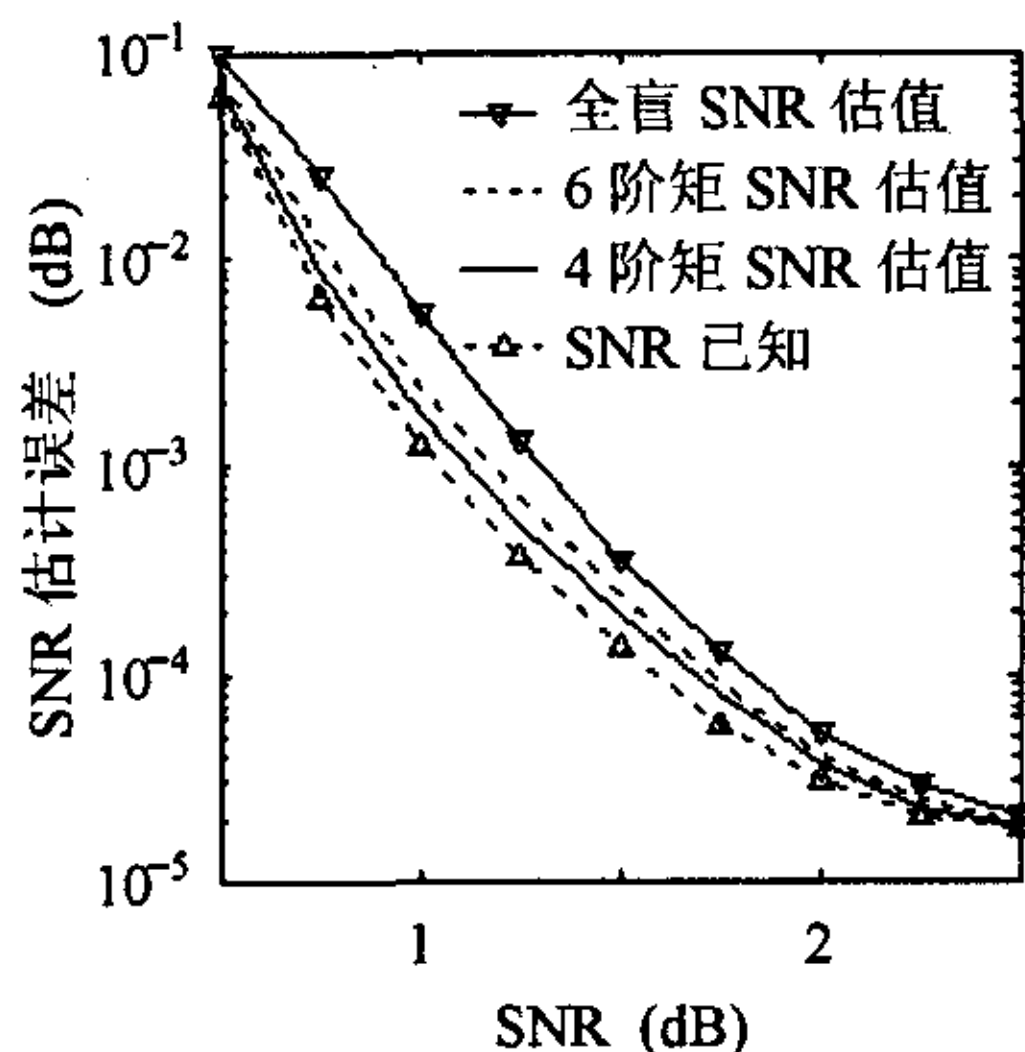


图3 平坦 Nakagami 信道($m=2$)下几种不同 SNR 估值算法的 turbo 译码性能比较

图3分别比较了非相关平坦 Nakagami 衰落信道 m 为 2 时的四种算法的性能, SNR 已知道算法和 3 种估值算法:四阶矩(式(6)), 六阶矩(式(7))和全盲(式(8))估值算法。这四种

算法都是假设衰落幅度是已知的。我们可以观察到:(1)按算法性能从优到劣排序为:完全确知 SNR 的算法,本文的四阶矩,六阶矩和全盲估值算法。(2)除了在低 SNR 后两种估值算法与前两种略有差别外,在中高 SNR,这 4 种算法性能基本一致,这就验证了本文提出的估值算法对 turbo 码的译码是有效的。

6 结论

总结全文,(1)本文提出一种新的六阶 SNR 半盲估值公式,继而首次推导出在 Nakagami- m 衰落信道下同时估值 m 和 SNR 的全盲算法。(2)对于平坦非相关的 Nakagami 衰落信道下的半盲的 SNR 估值算法,本文的四阶矩算法是最优估计,六阶矩算法次之,再次是 Remash 和 Summers 的算法。(3)对于平坦非相关的 Nakagami 衰落信道下的全盲的 m 和 SNR 估值算法, m 估值误差和 SNR 估值误差是互补的,一方误差大,则另一方误差小,反之亦然。(4)在已知衰落幅度条件下,按 turbo 码译码算法性能从优到劣排序为:SNR 已知算法,四阶矩,六阶矩和全盲估值算法。除了在低 SNR 后两种估值算法与前两种略有差别外,在中高 SNR,这四种算法性能基本一致,本文估值算法对 turbo 码的译码是有效的。

附录1 定理1的证明

文献[10]给出了 Nakagami 衰落信道下的随机变量 r 的 k 阶矩为

$$E(x^k) = \begin{cases} 0, & k = 2t + 1 \\ \mu^k \prod_{j=0}^{t-1} (1 + \frac{j}{m}) + \sigma^k (k-1)!! + \sum_{i=1}^{t-1} \frac{k!}{(2i)!(k-2i)!!} \mu^{2i} \sigma^{k-2i} \\ \times \prod_{j=0}^{i-1} (1 + \frac{j}{m}), & k = 2t, \quad m > 0.5 \end{cases} \quad (\text{A1})$$

则

$$E(r^2) = \mu^2 + \sigma \quad (\text{A2})$$

$$E(r^4) = (1 + \frac{1}{m})\mu^4 + 6\mu^2\sigma^2 + 3\sigma^4 \quad (\text{A3})$$

$$E(r^6) = (1 + \frac{3}{m} + \frac{2}{m^2})\mu^6 + 15(1 + \frac{1}{m})\mu^4\sigma^2 + 45\mu^2\sigma^4 + 15\sigma^6 \quad (\text{A4})$$

因为 $z \equiv \frac{15E^3(r^2) - E(r^6)}{3E^3(r^2) - E(r^2)E(r^4)}$, 将式(A2)、(A3)和(A4)代入,

得

$$z = \frac{2(2-1/m)\beta\{2(7+2/m)\beta+15\}}{2(2-1/m)\beta(2\beta+1)}, \quad \beta > 0, \quad m > 0.5 \quad (\text{A5})$$

化简即得

$$z = \frac{2(7+2/m)\beta+15}{2\beta+1}, \quad \beta > 0, \quad m > 0.5 \quad (\text{A6})$$

由式(A6)可求得

$$\beta = \frac{z-15}{2(7+2/m-z)}, \quad m > 0.5, \quad z \in (7+\frac{2}{m}, 15) \quad (\text{A7})$$

证毕

附录2 定理2的证明

因为 $k_1 \equiv E^2(r^2)/[3E^2(r^2) - E(r^4)]$, 将式(A2)、(A3)和(A4)代入, 得

$$k_1 \equiv \frac{E^2(r^2)}{3E^2(r^2) - E(r^4)} = \frac{1}{(2-1/m)} \left(\frac{1+2\beta}{2\beta} \right)^2, \quad m > 0.5, \quad \beta > 0 \quad (\text{A8})$$

由式(A7)知

$$\beta = \frac{k_2-15}{2(7+2/m-k_2)}, \quad m > 0.5, \quad k_2 \in (7+\frac{2}{m}, 15) \quad (\text{A9})$$

将式(A9)代入式(A8)中, 整理得

$$(16-2c)m^2 + (c-8)m + 1 = 0 \quad (\text{A10})$$

解方程得

$$m = \frac{1}{4} \left(1 + \sqrt{\frac{c}{c-8}} \right), \quad c > 8 \quad (\text{A11})$$

将式(A11)代入式(A9)中, 可得

$$\beta = \frac{k_2-15}{2(15-k_2-c+\sqrt{c(c-8)})}, \quad c > 8, \quad k_2 \in (7+\frac{2}{m}, 15) \quad (\text{A12})$$

证毕

参考文献

- [1] Yacoub M D, Bautistu J E V, Guerra de Rezende Guedes L. On higher order statistics of the Nakagami-distribution. *IEEE Trans. on Veh. Tech.*, 1999, 48(3): 790 - 794.
- [2] Nakagami M. The m-distribution—a general formula of intensity distribution of rapid fading, *Statistical Methods in Radio Wave Propagation Conference*, W. C. Hoffman, Ed. Elmsford, NY: Pergamon, 1960, 1: 3 - 36.
- [3] Abdi A, Kaveh M. Performance comparison of three different estimators for the Nakagami m parameter using Monte Carlo simulation. *IEEE Comm. Lett.*, 2000, 4(4): 119 - 121.
- [4] Zhang Q T. A note on the estimation of Nakagami m fading parameter. *IEEE Comm. Lett.*, 2002, 6(6): 237 - 238.
- [5] Greenwood J A, Durand D. Aids for fitting the Gamma distribution by maximum likelihood. *Technometrics*, 1960, 2(1): 55 - 65.
- [6] Cheng J, Beaulieu N C. Maximum-likelihood based estimation of the Nakagami m parameter. *IEEE Comm. Lett.*, 2001, 5(3): 101 - 103.
- [7] Cheng J. Generalized moment estimators for the Nakagami fading parameters. *IEEE Comm. Lett.*, 2002, 6(4): 144 - 146.
- [8] Summers T A, Wilson S G. SNR mismatch and online estimation in turbo decoding. *IEEE Trans. on Comm.*, 1998, 46(4): 421 - 423.
- [9] Ramesh A, Chockaligam A, Milstein L B. SNR estimation in generalized fading channels and its application to turbo decoding, 2001 International Conference on Communication, Helsinki, Finland, 2001, 4: 1094 - 1098.
- [10] 吴湛击, 孟德香, 吴伟陵. 无线信道下 turbo 码的信噪比估值新算法. *电子与信息学报*, 2005, 27(2): 181 - 184.
- [11] Wu Zanji, Meng Dexing, Wu Weiling. On the channel estimation of turbo codes, 2003 International Conference on Communication Technology, Beijing, 2003.
- [12] Ramesh A, Chockalingam A, Milstein L B. SNR estimation in Nakagami m fading with diversity combining and its application to turbo decoding. *IEEE Trans. on Comm.*, 2002, 50(11): 1719 - 1724.

孟德香: 男, 1973年生, 博士生, 主要研究方向为移动通信信号处理、信道编码等。

吴湛击: 男, 1977年生, 博士, 研究范围包括宽带通信、编码理论、移动通信等。

吴伟陵: 1938年生, 教授、博士生导师, 中国电子学会信息论分会主任委员, 主要从事信息论、信息处理与移动通信方面的教学和科研工作。