

圆锥变张角系统差模的模转换*

刘顺祥 周康健

(石家庄通信研究所)

提 要

本文对圆锥变张角系统中差模的模转换问题进行了较详细的讨论和计算。得到了一些数据图表,对实际设计工作具有一定使用价值。

前 言

文献[1]中论述了圆锥变张角系统中和模的模转换。对于单脉冲自跟踪天线,除了要求有良好的和信号性能外,还希望有一个良好的差信号性能。在圆锥喇叭中,当我们通过改变喇叭各段的张角获得一个合适的各模的幅度和相位关系,从而得到比较好的和方向图时,也必然会引起差模各高次模的出现。所以我们必须同时考虑和模与差模在圆锥变张角系统中的模转换,以使我们控制圆锥喇叭的和方向图与差方向图。本文就是讨论圆锥变张角系统中差模的模转换系数的。

一、 TM_{0n} 差模的模转换系数

圆锥系统变张角连接的几何示意图如图1所示。

圆波导中 TM_{0n} 模的场表达式为:

$$E_r = -J'_0\left(\nu_{0n} \frac{r}{a}\right) e^{-i\beta_{0n}z} \quad (1)$$

$$H_\phi = -\frac{\omega\epsilon}{\beta_{0n}} J_0\left(\nu_{0n} \frac{r}{a}\right) e^{-i\beta_{0n}z} \quad (2)$$

$$E_z = -j \frac{\nu_{0n}}{\beta_{0n}a} J_0\left(\nu_{0n} \frac{r}{a}\right) e^{-i\beta_{0n}z} \quad (3)$$

$$H_r = E_\phi = H_z = 0 \quad (4)$$

式中, a ——圆波导的半径; β_{0n} —— TM_{0n} 模的传播常数; ν_{0n} ——零阶贝塞尔函数的第 n 个根, 即 $J_0(\nu_{0n}) = 0$ 。

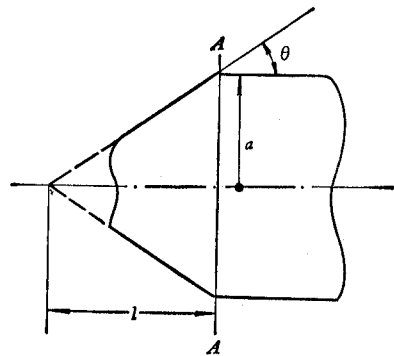


图1 变张角连接示意图

* 1979年9月11日收到。

圆波导中 TE_{0n} 模的场表达式为:

$$E_{\varphi} = -J_0\left(\mu_{0n} \frac{r}{a}\right) e^{-i\beta'_{0n}z} \quad (5)$$

$$H_r = \frac{\beta'_{0n}}{\omega\mu} J_0\left(\mu_{0n} \frac{r}{a}\right) e^{-i\beta'_{0n}z} \quad (6)$$

$$H_z = j \frac{\mu_{0n}}{\omega\mu a} J_0\left(\mu_{0n} \frac{r}{a}\right) e^{-i\beta'_{0n}z} \quad (7)$$

$$H_{\varphi} = E_r = E_z = 0 \quad (8)$$

式中, β'_{0n} —— TE_{0n} 模的传播常数; μ_{0n} ——零阶贝塞尔函数的导数的第 n 个根, 即 $J_0'(\mu_{0n}) = 0$; ε ——介电常数; μ ——导磁率; ω ——角频率。

如图 1 所示, 当 $A-A$ 截面左侧来波为 TM_{0i} 模波时, 横向场表达式为:

$$E_r = -J_0\left(\nu_{0i} \frac{r}{a}\right) e^{-i\Phi_M \left(\frac{r}{a}\right)^2} \quad (9)$$

$$E_{\varphi} = 0 \quad (10)$$

则 $A-A$ 截面右侧的横向场表达式为:

$$E_r = \sum_{n=1}^{\infty} -B_{0n} J_0\left(\nu_{0n} \frac{r}{a}\right) \quad (11)$$

$$E_{\varphi} = \sum_{n=1}^{\infty} -A_{0n} J_0\left(\mu_{0n} \frac{r}{a}\right) \quad (12)$$

$A-A$ 截面左右两侧的场应相等, 即

$$-J_0\left(\nu_{0i} \frac{r}{a}\right) e^{-i\Phi_M \left(\frac{r}{a}\right)^2} = \sum_{n=1}^{\infty} -B_{0n} J_0\left(\nu_{0n} \frac{r}{a}\right) \quad (13)$$

$$0 = -\sum_{n=1}^{\infty} A_{0n} J_0\left(\mu_{0n} \frac{r}{a}\right) \quad (14)$$

式中, $\Phi_M = \beta_{0i} a \lg \frac{\theta}{2}$; A_{0n} , B_{0n} 分别为 TE_{0n} , TM_{0n} 模的场的系数 (包括起始相位和振幅)。

为了解出 A_{0n} 和 B_{0n} , 我们对截面左右两边的场进行同样的函数变换:

$$F_1(u) = \frac{j}{\pi} \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^1 [E_r \cos(\varphi - \varphi') - E_{\varphi} \sin(\varphi - \varphi')] e^{j u t \cos(\varphi - \varphi')} t dt \quad (15)$$

$$F_2(u) = \frac{j}{\pi} \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^1 [E_r \sin(\varphi - \varphi') + E_{\varphi} \cos(\varphi - \varphi')] e^{j u t \cos(\varphi - \varphi')} t dt \quad (16)$$

$A-A$ 截面左侧场的横向电场经过 (15)、(16) 式变换后为:

$$F_{1L}(u) = -2 \int_0^1 J_1(\nu_{0i} t) J_1(ut) e^{-j\Phi_M t^2} t dt \quad (17)$$

$$F_{2L}(u) = 0 \quad (18)$$

$A-A$ 截面右侧场的横向电场经过 (15)、(16) 式变换后为:

$$F_{1R}(u) = \frac{2J_0(u)}{u} \sum_{n=1}^{\infty} B_{0n} \frac{J_1(\nu_{0n})}{1 - (\nu_{0n}/u)^2} \quad (19)$$

$$F_{2R}(u) = 2J_1(u) \sum_{n=1}^{\infty} A_{0n} \frac{J_0(\mu_{0n})/\mu_{0n}}{1 - (u/\mu_{0n})^2} \quad (20)$$

变换后 $A-A$ 截面左右两侧的场也应相等,故 $F_{1L}(u) = F_{1R}(u)$, $F_{2L}(u) = F_{2R}(u)$, 即

$$-2 \int_0^1 J_1(\nu_{0i}t) J_1(ut) e^{-i\Phi_M t^2} dt = \frac{2J_0(u)}{u} \sum_{n=1}^{\infty} B_{0n} \frac{J_1(\nu_{0n})}{1 - (\nu_{0n}/u)^2} \quad (21)$$

$$0 = 2J_1(u) \sum_{n=1}^{\infty} A_{0n} \frac{J_0(\mu_{0n})/\mu_{0n}}{1 - (u/\mu_{0n})^2} \quad (22)$$

当 $u = \mu_{0j}$ 时, $J_1(u) = J_1(\mu_{0j}) = 0$

$$\left. \frac{J_1(u)}{1 - (u/\mu_{0n})^2} \right|_{u=\mu_{0j}} = \begin{cases} = 0 & n \neq j \\ \neq 0 & n = j \end{cases}$$

故

$$A_{0n} = 0$$

这说明当左侧来波为 TM_{0i} 模波时,右侧只能激发起 TM_{0n} 模波,而不会激发起 TE_{0n} 模波. 令

$$\tilde{B}_n = \frac{2J_0(u)/u}{1 - (\nu_{0n}/u)^2} \cdot \frac{J_1(\nu_{0n})}{J_1(\nu_{01})} \quad (23)$$

则

$$F_{1L}(u) = J_1(\nu_{01}) \sum_{n=1}^{\infty} \tilde{B}_n B_{0n}$$

当 $u = \nu_{0j}$ 时, $J_0(u) = J_0(\nu_{0j}) = 0$, 故

$$\left. \frac{J_0(u)}{1 - (\nu_{0n}/u)^2} \right|_{u=\nu_{0j}} = \begin{cases} = 0 & j \neq n \\ \neq 0 & j = n \end{cases}$$

$$\tilde{B}_n = \begin{cases} = 0 & j \neq n \\ \neq 0 & j = n \end{cases}$$

$$B_{0n} = \frac{F_{1L}(u = \nu_{0n})}{\tilde{B}_n(u = \nu_{0n})} \cdot \frac{1}{J_1(\nu_{01})} \quad (24)$$

我们用计算机进行数值计算,求得 \tilde{B}_n 和 B_{0n} 的数值,结果如表 1 至表 3 和图 2 图 3 所示.

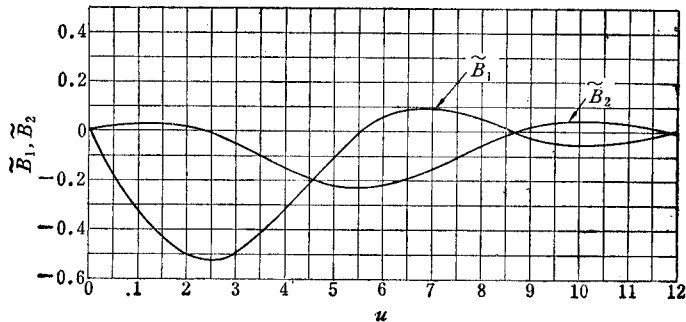


图 2 \tilde{B}_1 、 \tilde{B}_2 与 u 的关系

表 1 截面左侧来波为 TM_{01I} 模,右侧激发各模 TM_{0nII} 的幅度和相位

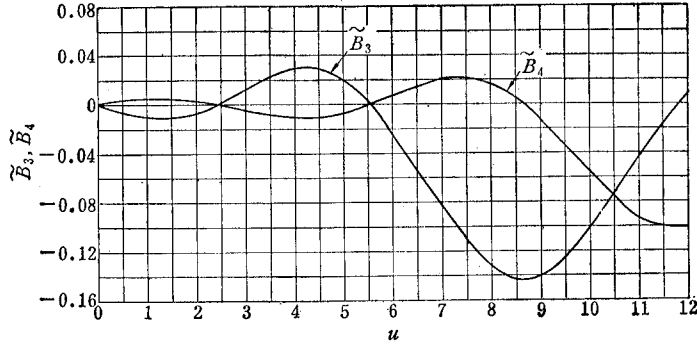
$\Phi_M(\pi)$		0	0.2	0.4	0.6	0.8	1.0	1.2	1.4	1.6	1.8	2.0
TM_{01II}	幅度	1.0	0.9876	0.9511	0.8921	0.8137	0.7196	0.6143	0.5026	0.3896	0.2802	0.1796
TM_{01I}	相位	0	-20.30°	-40.64°	-61.03°	-81.52°	-102.2°	-123.0°	-144.3°	-166.2°	170.8°	145.1°
TM_{02II}	幅度	0	0.2291	0.4641	0.7119	0.9811	1.2839	1.6391	2.0787	2.6638	3.5277	5.0258
TM_{01I}	相位	90°	92.1°	94.2°	96.3°	98.6°	101.1°	103.9°	107.1°	111.0°	116.3°	124.5°
TM_{03II}	幅度	0	0.0843	0.1868	0.3246	0.5149	0.7797	1.1520	1.6896	2.5042	3.8451	6.3901
TM_{01I}	相位	-90°	-101.7°	-111.7°	-119.4°	-124.8°	-128.1°	-129.8°	-130.0°	-128.8°	-125.7°	-119.4°
TM_{04II}	幅度	0	0.0470	0.1016	0.1732	0.2751	0.4274	0.6622	1.0357	1.6568	2.7701	5.0469
TM_{01I}	相位	90°	75.9°	62.3°	49.6°	38.3°	28.7°	21.1°	15.4°	11.8°	10.7°	13.4°

表 2 截面左侧来波为 TM_{02I} 模,右侧激发各模 TM_{0nII} 的幅度和相位

$\Phi_M(\pi)$		0	0.2	0.4	0.6	0.8	1.0	1.2	1.4	1.6	1.8	2.0
TM_{01II}	幅度	0	0.0993	0.2066	0.3322	0.4914	0.7074	1.0006	1.2906	1.2852	1.0176	0.7589
TM_{02I}	相位	90°	85.3°	80.2°	74.2°	66.6°	55.8°	38.9°	12.2°	-19.8°	-44.4°	-59.5°
TM_{02II}	幅度	1.0	0.9790	0.9178	0.8212	0.6979	0.5611	0.4323	0.3477	0.3469	0.4173	0.5109
TM_{02I}	相位	0°	-13.5°	-26.7°	-38.9°	-49.5°	-56.8°	-58.0°	-49.2°	-35.3°	-28.5°	-31.0°
TM_{03II}	幅度	0	0.1698	0.3494	0.5508	0.7910	1.0927	1.4615	1.7482	1.5725	1.0968	0.6862
TM_{02I}	相位	90°	87.9°	85.4°	82.2°	77.6°	70.1°	57.1°	35.3°	9.6°	-5.5°	-4.7°
TM_{04II}	幅度	0	0.0554	0.1261	0.2288	0.3857	0.6319	1.0103	1.4593	1.6110	1.3995	1.1324
TM_{01I}	相位	-90°	-107.6°	-123.9°	-138.5°	-152.4°	-167.5°	172.8°	144.5°	111.7°	87.2°	73.0°

表 3 截面左侧来波为 TM_{03I} 模,右侧激发各模 TM_{0nII} 的幅度和相位

$\Phi_M(\pi)$		0	0.2	0.4	0.6	0.8	1.0	1.2	1.4	1.6	1.8	2.0
TM_{01II}	幅度	0	0.0232	0.0525	0.0945	0.1574	0.2532	0.3962	0.5876	0.7704	0.8559	0.8567
TM_{03I}	相位	-90°	-109.4°	-127.5°	-144.1°	-159.8°	-175.9°	165.6°	142.7°	115.7°	89.6°	69.1°
TM_{02II}	幅度	0	0.1079	0.2206	0.3435	0.4828	0.6440	0.8234	0.9793	1.0026	0.8386	0.6092
TM_{03I}	相位	90°	86.9°	83.6°	79.7°	74.6°	67.7°	57.5°	42.9°	25.0°	10.5°	7.7°
TM_{03II}	幅度	1.0	0.9809	0.9253	0.8381	0.7277	0.6059	0.4883	0.3951	0.3462	0.3442	0.3662
TM_{03I}	相位	0°	-12.6°	-24.8°	-36.3°	-46.5°	-54.3°	-58.4°	-57.0°	-50.6°	-44.5°	-43.5°
TM_{04II}	幅度	0	0.1538	0.3150	0.4922	0.6957	0.9367	1.2161	1.4833	1.5851	1.4260	1.1626
TM_{03I}	相位	90°	87.7°	85.2°	82.1°	77.9°	71.9°	62.7°	49.1°	32.1°	17.7°	12.0°

图3 \tilde{B}_3, \tilde{B}_4 与 u 的关系

二、 TE_{2n}, TM_{2n} 差模的模转换系数

在图1中,当 $A-A$ 截面左侧来波为 TE_{mn} ($n \neq 0$) 波时,利用(15)与(16)式的函数变换法可得如下的结果。

左边场进行函数变换的结果为:

$$F_{1L}(u) = \sin m\varphi \int_0^1 [J_{m-1}(\mu_{mn}t)J_{m-1}(ut) - J_{m+1}(\mu_{mn}t)J_{m+1}(ut)] e^{-i\Phi_M t^2} t dt \quad (25)$$

$$F_{2L}(u) = \cos m\varphi \int_0^1 [J_{m-1}(\mu_{mn}t)J_{m-1}(ut) + J_{m+1}(\mu_{mn}t)J_{m+1}(ut)] e^{-i\Phi_M t^2} t dt \quad (26)$$

右边场进行函数变换的结果为:

$$F_{1R}(u) = 2 \sin m\varphi \left[\sum_{n=1}^{\infty} A_{mn} \frac{m J_m(u) J_m(\mu_{mn})}{u \mu_{mn}} - \sum_{n=1}^{\infty} B_{mn} \frac{u J_m(u) J'_m(v_{mn})}{(v_{mn})^2 - u^2} \right] \quad (27)$$

$$F_{2R}(u) = 2 \cos m\varphi \left[\sum_{n=1}^{\infty} A_{mn} \frac{J'_m(u) J_m(\mu_{mn}) / \mu_{mn}}{1 - (u/\mu_{mn})^2} \right] \quad (28)$$

式中, μ_{mn} —— m 阶贝塞尔函数的导数的第 n 个根,即: $J'_m(\mu_{mn}) = 0$; v_{mn} —— m 阶贝塞尔函数的第 n 个根,即 $J_m(v_{mn}) = 0$; $t = r/a$; $u = ka \sin \theta$; $\Phi_M = ka \operatorname{tg} \frac{\theta}{2}$, 为左边的球面波前与右边的平面波前的最大相位差。

当 $m = 2$ 时, (25)–(28) 式变为:

$$F_{1L}(u) = \sin 2\varphi \int_0^1 [J_1(\mu_{2n}t)J_1(ut) - J_3(\mu_{2n}t)J_3(ut)] e^{-i\Phi_M t^2} t dt \quad (29)$$

$$F_{2L}(u) = \cos 2\varphi \int_0^1 [J_1(\mu_{2n}t)J_1(ut) + J_3(\mu_{2n}t)J_3(ut)] e^{-i\Phi_M t^2} t dt \quad (30)$$

$$F_{1R}(u) = \sin 2\varphi \left[\sum_{n=1}^{\infty} A_{2n} \frac{4J_2(u)J_2(\mu_{2n})}{u\mu_{2n}} + \sum_{n=1}^{\infty} B_{2n} \frac{2J'_2(v_{2n})J_2(u)/u}{1 - (v_{2n}/u)^2} \right] \quad (31)$$

$$F_{2R}(u) = \cos 2\varphi \left[\sum_{n=1}^{\infty} A_{2n} \frac{2J'_2(u)J_2(\mu_{2n})/\mu_{2n}}{1 - (u/\mu_{2n})^2} \right] \quad (32)$$

变换后左右两边的场应相等。令

$$\tilde{A}'_n = \frac{4J_2(u)}{u} \cdot \frac{J_2(\mu_{2n})/\mu_{2n}}{J_2(\mu_{21})/\mu_{21}} \quad (33)$$

$$\tilde{A}_n = \frac{2J'_2(u)}{1 - (u/\mu_{2n})^2} \cdot \frac{J_2(\mu_{2n})/\mu_{2n}}{J_2(\mu_{21})/\mu_{21}} \quad (34)$$

$$\tilde{B}_n = \frac{2J_2(u)}{u} \cdot \frac{J'_2(\nu_{2n})/[1 - (\nu_{2n}/u)^2]}{J_2(\mu_{21})/\mu_{21}} \quad (35)$$

则

$$F_{1R}(u) = \frac{J_2(\mu_{21})}{\mu_{21}} \left[\sum_{n=1}^{\infty} \tilde{A}'_n A_{2n} + \sum_{n=1}^{\infty} \tilde{B}_n B_{2n} \right] \sin 2\varphi \quad (36)$$

$$F_{2R}(u) = \frac{J_2(\mu_{21})}{\mu_{21}} \left[\sum_{n=1}^{\infty} \tilde{A}_n A_{2n} \right] \cos 2\varphi \quad (37)$$

因为 μ_{2n} 是 $J_2(x)$ 的第 n 个根, 当 $u = \mu_{2i}$ 时, $\tilde{A}_1, \tilde{A}_2, \dots, \tilde{A}_n$ 中除 \tilde{A}_i 外均为零. 因为 ν_{2n} 是 $J_2(x)$ 的第 n 个根, 当 $u = \nu_{2i}$ 时, $\tilde{A}'_1, \tilde{A}'_2, \dots, \tilde{A}'_n$ 和 $\tilde{B}_1, \tilde{B}_2, \dots, \tilde{B}_n$ 中除 \tilde{B}_i 外均为零. 故

$$A_{2n} = \frac{F_{2L}(u = \mu_{2n})}{\tilde{A}_n(u = \mu_{2n})} \cdot \frac{1}{J_2(\mu_{21})/\mu_{21}} \quad (38)$$

$$B_{2n} = \frac{F_{1L}(u = \nu_{2n})}{\tilde{B}_n(u = \nu_{2n})} \cdot \frac{1}{J_2(\mu_{21})/\mu_{21}} \quad (39)$$

我们用计算机计算了 $A_{21}, A_{22}, A_{23}, A_{24}, B_{21}, B_{22}, B_{23}$ 及 $\tilde{A}'_1, \tilde{A}'_2, \tilde{A}'_3, \tilde{A}'_4, \tilde{A}_1, \tilde{A}_2, \tilde{A}_3, \tilde{A}_4, \tilde{B}_1, \tilde{B}_2, \tilde{B}_3$ 的数值, 结果如表 4 至表 6 和图 4 至图 8 所示.

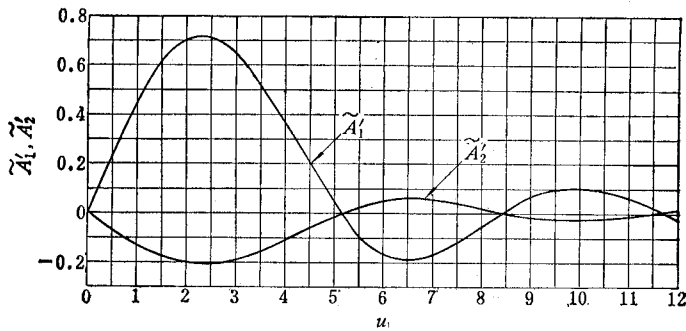


图 4 $\tilde{A}'_1, \tilde{A}'_2$ 与 u 的关系

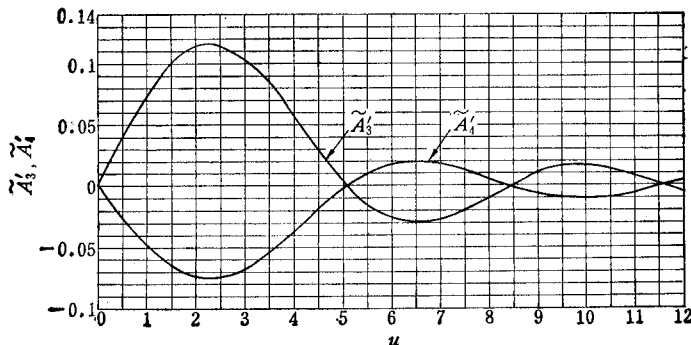


图 5 \tilde{A}_3, \tilde{A}_4 与 u 的关系

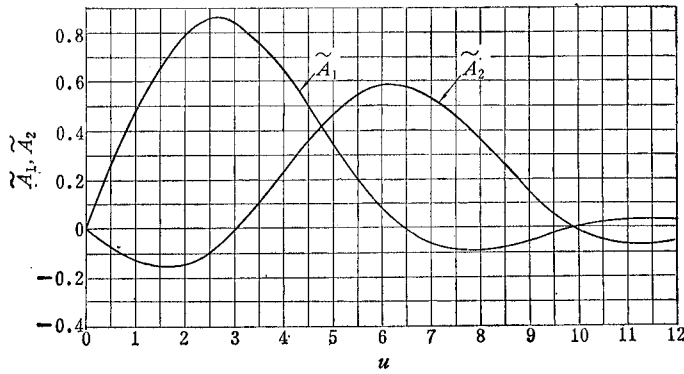


图 6 \tilde{A}_1, \tilde{A}_2 与 u 的关系

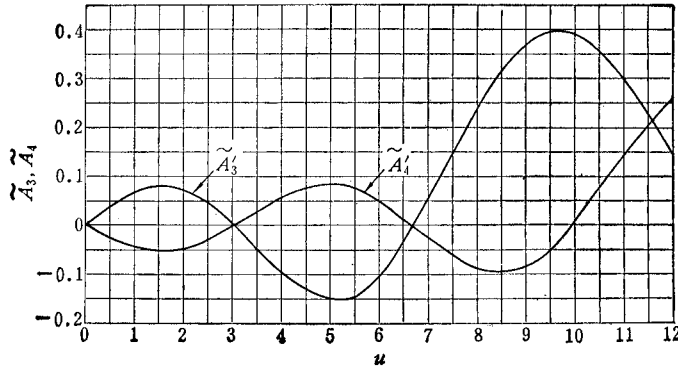


图 7 \tilde{A}_3, \tilde{A}_4 与 u 的关系

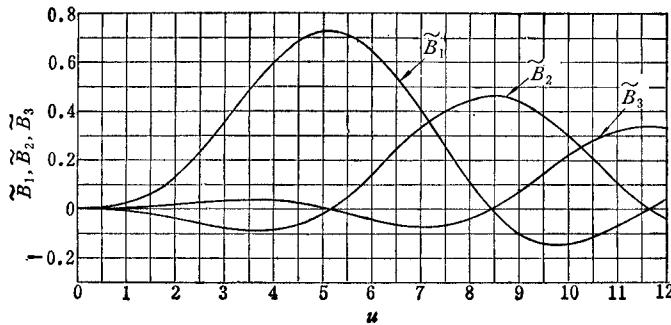


图 8 $\tilde{B}_1, \tilde{B}_2, \tilde{B}_3$ 与 u 的关系

当左边来波为 TM_{2n} 时,运用同样的方法可得:

$$F'_{1L}(u) = \sin 2\varphi \int_0^1 [J_1(\nu_{2n}t)J_1(ut) + J_3(\nu_{2n}t)J_3(ut)]e^{-i\varphi M^2 t} dt \quad (40)$$

$$F'_{2L}(u) = \cos 2\varphi \int_0^1 [J_1(\nu_{2n}t)J_1(ut) - J_3(\nu_{2n}t)J_3(ut)]e^{-i\varphi M^2 t} dt \quad (41)$$

则

$$A_{2n} = \frac{F'_{2L}(u = \mu_{2n})}{\tilde{A}_n(u = \mu_{2n})} \cdot \frac{1}{J_2(\mu_{21})/\mu_{21}} \quad (42)$$

表 4 截面左侧来波为 TE_{211} 模时,右侧激发各模 TE_{2n11} 、 TM_{2n11} 的幅度和相位

$\Phi_M(\pi)$		0	0.2	0.4	0.6	0.8	1.0	1.2	1.4	1.6	1.8	2.0
TE_{211}	幅度	1.0	0.9873	0.9499	0.8896	0.8094	0.7133	0.6059	0.4923	0.3778	0.2678	0.1676
TE_{211}	相位	0°	-18.4°	-36.8°	-55.2°	-73.4°	268.4°	250.5°	233.0°	216.2°	200.8°	189.0°
TE_{2211}	幅度	0	0.1028	0.2088	0.3217	0.4461	0.5892	0.7618	0.9833	1.2921	1.7750	2.6726
TE_{2211}	相位	90°	92.8°	95.5°	98.3°	101.1°	104.0°	106.9°	109.7°	112.2°	113.9°	112.9°
TE_{2311}	幅度	0	0.0298	0.0659	0.1143	0.1815	0.2761	0.4113	0.6112	0.9231	1.4566	2.5200
TE_{2311}	相位	270°	259.3°	250.0°	242.9°	237.8°	-125.5°	-127.6°	-128.9°	-129.9°	-131.5°	-135.8°
TE_{2411}	幅度	0	0.0135	0.0293	0.0504	0.0808	0.1268	0.1987	0.3149	0.5126	0.8776	1.6549
TE_{2411}	相位	90°	75.9°	63.2°	49.7°	38.4°	28.7°	20.6°	13.7°	7.7°	1.6°	-6.9°
TM_{2111}	幅度	0	0.1389	0.2817	0.4329	0.5981	0.7854	1.0076	1.2867	1.6654	2.2389	3.2662
TE_{2111}	相位	90°	90.1°	90.2°	90.3°	90.3°	90.2°	89.9°	89.3°	88.1°	85.6°	79.8°
TM_{2211}	幅度	0	0.0499	0.1116	0.1956	0.3131	0.4782	0.7127	1.0554	1.5831	2.4716	4.2115
TE_{2111}	相位	270°	255.8°	243.4°	233.5°	225.9°	220.0°	215.5°	211.6°	207.8°	203.4°	195.9°
TM_{2311}	幅度	0	0.0281	0.0609	0.1043	0.1666	0.2606	0.4072	0.6435	1.0429	1.7749	3.3189
TE_{2111}	相位	90°	73.8°	58.0°	43.0°	29.3°	17.1°	6.4°	-3.0°	-11.6°	-20.4°	-31.5°

表 5 截面左侧来波为 TE_{221} 模时,右侧激发各模 TE_{2n11} 、 TM_{2n11} 的幅度和相位

$\Phi_M(\pi)$		0	0.2	0.4	0.6	0.8	1.0	1.2	1.4	1.6	1.8	2.0
TE_{2111}	幅度	0	0.0680	0.1378	0.2112	0.2907	0.3798	0.4842	0.6134	0.7852	1.0389	1.4734
TE_{2211}	相位	90°	88.4°	86.7°	85.0°	83.3°	81.5°	79.7°	77.6°	75.1°	71.7°	65.9°
TE_{2211}	幅度	1.0	0.9883	0.9536	0.8977	0.8230	0.7329	0.6314	0.5228	0.4119	0.3031	0.2014
TE_{2211}	相位	0°	-14.0°	-28.0°	-41.9°	-55.6°	-69.1°	-82.3°	-94.9°	-106.7°	-117.0°	-124.1°
TE_{2311}	幅度	0	0.1368	0.2774	0.4265	0.5894	0.7743	0.9931	1.2664	1.6326	2.1733	3.0938
TE_{2211}	相位	90°	89.2°	88.4°	87.5°	86.5°	85.3°	83.9°	82.0°	79.3°	75.3°	68.3°
TE_{2411}	幅度	0	0.0384	0.0856	0.1497	0.2390	0.3638	0.5400	0.7947	1.1800	1.8086	2.9711
TE_{2211}	相位	270°	254.2°	240.0°	228.2°	218.7°	210.8°	204.0°	197.8°	191.5°	184.4°	174.6°
TM_{2111}	幅度	0	0.03800	0.0808	0.1334	0.2013	0.2917	0.4152	0.5896	0.8486	1.2645	2.0231
TE_{2211}	相位	90°	97.6°	104.7°	110.6°	115.4°	118.9°	121.1°	122.1°	121.7°	119.4°	113.7°
TM_{2211}	幅度	0	0.0333	0.0660	0.0973	0.1273	0.1571	0.1918	0.2453	0.3494	0.5703	1.0615
TE_{2211}	相位	90°	93.0°	96.4°	100.5°	106.0°	113.8°	124.5°	138.6°	153.8°	166.1°	171.5°
TM_{2311}	幅度	0	0.0118	0.0270	0.0478	0.0760	0.1129	0.1604	0.2218	0.3040	0.4238	0.6138
TE_{2211}	相位	270°	251.8°	236.7°	225.3°	217.2°	211.5°	207.6°	205.2°	204.3°	204.7°	205.8°

表 6 截面左侧来波为 TE_{231} 模时, 右侧激发各模 TE_{2n11} 、 TM_{2n11} 的幅度和相位

$\Phi_M(\pi)$		0	0.2	0.4	0.6	0.8	1.0	1.2	1.4	1.6	1.8	2.0
TE_{2111}	幅度	0	0.0138	0.0306	0.0537	0.0866	0.1349	0.2074	0.3199	0.4940	0.7152	0.8210
TE_{2311}	相位	270°	253.8°	238.9°	225.9°	214.4°	203.9°	193.1°	180.5°	163.2°	137.2°	105.1°
TE_{2211}	幅度	0	0.0954	0.1953	0.3050	0.4319	0.5869	0.7879	1.0627	1.4378	1.8232	1.8283
TE_{2311}	相位	90°	88.1°	86.1°	83.8°	80.9°	77.2°	71.8°	63.5°	49.5°	26.2°	-3.9°
TE_{2311}	幅度	1.0	0.9854	0.9422	0.8729	0.7812	0.6724	0.5535	0.4333	0.3252	0.2512	0.2370
TE_{231}	相位	0°	-12.9°	-25.7°	-38.2°	-50.0°	-60.9°	-70.2°	-76.4°	-76.9°	-67.9°	-52.0°
TE_{2411}	幅度	0	0.1384	0.2822	0.4376	0.6132	0.8215	1.0822	1.4241	1.8656	2.2679	2.1512
TE_{2311}	相位	90°	88.5°	86.8°	84.8°	82.4°	79.2°	74.5°	67.1°	54.5°	33.0°	5.6°
TM_{2111}	幅度	0	0.0057	0.0142	0.0284	0.0515	0.0892	0.1514	0.2564	0.4337	0.6868	0.8616
TE_{2311}	相位	270°	251.4°	237.7°	228.7°	222.5°	217.3°	211.4°	203.1°	189.4°	166.4°	136.6°
TM_{2211}	幅度	0	0.0169	0.0354	0.0575	0.0852	0.1211	0.1692	0.2348	0.3215	0.4034	0.3896
TE_{2311}	相位	90°	97.0°	103.4°	109.0°	113.3°	116.0°	116.6°	114.1°	106.2°	90.0°	69.2°
TM_{2411}	幅度	0	0.0155	0.0311	0.0470	0.0638	0.0834	0.1100	0.1523	0.2252	0.3314	0.4012
TE_{2311}	相位	90°	93.6°	97.4°	101.9°	107.1°	113.4°	120.3°	126.1°	126.9°	117.1°	98.2°

表 7 截面左侧来波为 TM_{211} 模时, 右侧激发各模 TE_{2n11} 、 TM_{2n11} 的幅度和相位

$\Phi_M(\pi)$		0	0.2	0.4	0.6	0.8	1.0	1.2	1.4	1.6	1.8	2.0
TE_{2111}	幅度	0	0.1191	0.2453	0.3872	0.5582	0.7823	1.1104	1.6760	2.6637	4.3283	4.3243
TM_{2111}	相位	90°	89.2°	88.3°	87.3°	86.1°	84.5°	82.3°	78.3°	69.0°	26.7°	-56.8°
TE_{2211}	幅度	0	0.0492	0.1066	0.1817	0.2884	0.4507	0.7197	1.2313	2.4892	4.0721	4.8384
TM_{2111}	相位	90°	101.1°	111.5°	120.9°	129.0°	135.7°	140.7°	143.2°	139.7°	102.7°	24.1°
TE_{2311}	幅度	0	0.0106	0.0267	0.0541	0.1008	0.1819	0.3307	0.6379	1.4446	4.5784	3.5012
TM_{2111}	相位	270°	256.0°	246.8°	242.7°	241.7°	242.2°	243.1°	242.8°	237.3°	198.8°	119.1°
TE_{2411}	幅度	0	0.0043	0.0101	0.0197	0.0368	0.0688	0.1326	0.2742	0.6695	2.2939	1.8986
TM_{2111}	相位	90°	73.0°	57.2°	43.6°	32.7°	24.4°	17.7°	11.2°	0.7°	-42.0°	-125.1°
TM_{2111}	幅度	1.0	0.9825	0.9311	0.8488	0.7400	0.6111	0.4692	0.3226	0.1809	0.0698	0.1080
TM_{2111}	相位	0°	-17.5°	-34.9°	-52.1°	-69.2°	-85.9°	-101.8°	-116.0°	-124.7°	-100.0°	-34.5°
TM_{2211}	幅度	0	0.1557	0.3186	0.4973	0.7052	0.9658	1.3287	1.9236	3.2193	7.3410	3.8555
TM_{2111}	相位	90°	89.7°	89.4°	89.0°	88.3°	87.3°	85.5°	82.1°	73.1°	31.0°	-52.4°
TM_{2311}	幅度	0	0.0523	0.1168	0.2067	0.3387	0.5415	0.8747	1.4968	2.9938	8.3194	5.5197
TM_{2111}	相位	270°	255.9°	243.1°	232.4°	223.6°	216.1°	209.3°	201.7°	189.3°	144.4°	58.5°

表 8 截面左侧来波为 TM_{221} 模时, 右侧激发各模 TE_{2n11} 、 TM_{2n11} 的幅度和相位

$\Phi_M(\pi)$		0	0.2	0.4	0.6	0.8	1.0	1.2	1.4	1.6	1.8	2.0
TE_{2111}	幅度	0	0.0273	0.0620	0.1114	0.1845	0.2938	0.4559	0.6801	0.9236	1.0681	1.0725
TM_{2211}	相位	270°	251.4°	234.3°	219.1°	205.2°	191.5°	176.1°	157.1°	133.4°	108.3°	87.6°
TE_{2211}	幅度	0	0.0276	0.0555	0.0844	0.1151	0.1498	0.1930	0.2534	0.3354	0.4211	0.4917
TM_{2211}	相位	90°	93.0°	96.1°	99.4°	103.3°	107.6°	112.4°	116.1°	116.5°	113.2°	110.2°
TE_{2311}	幅度	0	0.0200	0.0424	0.0698	0.1052	0.1523	0.2146	0.2890	0.3504	0.3551	0.3045
TM_{2311}	相位	90°	98.0°	105.4°	111.6°	116.1°	118.0°	116.5°	110.2°	98.7°	86.2°	80.0°
TE_{2411}	幅度	0	0.0051	0.0128	0.0253	0.0457	0.0783	0.1295	0.2045	0.2923	0.3537	0.3691
TM_{2211}	相位	270°	252.4°	239.4°	230.9°	224.8°	218.9°	211.2°	199.5°	182.7°	164.2°	149.8°
TM_{2111}	幅度	0	0.0994	0.2032	0.3165	0.4451	0.5958	0.7713	0.9517	1.0536	0.9692	0.7416
TM_{2211}	相位	90°	86.3°	82.3°	77.6°	71.9°	64.4°	53.8°	38.5°	17.7°	-5.1°	-24.2°
TM_{2211}	幅度	1.0	0.9826	0.9316	0.8513	0.7484	0.6323	0.5160	0.4162	0.3528	0.3376	0.3585
TM_{211}	相位	0°	-14.0°	-27.7°	-40.8°	-52.8°	-63.0°	-70.1°	-72.5°	-69.3°	-64.1°	-62.7°
TM_{2311}	幅度	0	0.1477	0.3017	0.4691	0.6587	0.8802	1.1389	1.4086	1.5746	1.4874	1.2184
TM_{2211}	相位	90°	88.2°	86.2°	83.7°	80.4°	75.6°	68.3°	57.0°	41.6°	26.0°	17.3°

$$B_{2n} = \frac{F'_{1L}(u = v_{2n})}{\tilde{B}_n(u = v_{2n})} \cdot \frac{1}{J_2(\mu_{21})/\mu_{21}} \quad (43)$$

A_{21} 、 A_{22} 、 A_{23} 、 A_{24} 、 B_{21} 、 B_{22} 、 B_{23} 的数值计算结果如表 7 和表 8 所示。

前面表 1 至表 8 各表中的 Φ_M 均为正值(截面左侧的张角大于截面右侧的张角)。当 Φ_M 为负值时(截面左侧的张角小于截面右侧的张角), 以上各表中的数值仍然适用, 只是所有相位数据均改变一次符号, 即原来为正值的变为负值, 原来为负值的变为正值。

A_{mn} 和 B_{mn} 分别为 TE_{mn} 模和 TM_{mn} 模的模式系数。

以上各表中的 TE_{mn} 和 TM_{mn} 也分别表示 TE_{mn} 模和 TM_{mn} 模的模式系数。故表中的 TE_{mn} 和 TM_{mn} 也就是表达式中的 A_{mn} 和 B_{mn} 。

三、计算举例

计算一个以 TM_{01} 模激励的喇叭的差方向图。

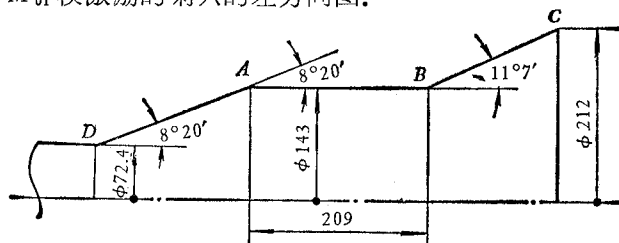


图 9 多模喇叭结构尺寸示意图

多模喇叭的结构尺寸如图 9 所示。设计频率为: $f = 4023.36\text{MHz}$, 即 $\lambda = 74.54\text{mm}$ 。

在 \overline{DA} 段, 对各高次模产生强烈的衰减, 故不考虑在 D 截面处, 由于张角变化产生的各高次模, 到达 A 截面左侧的波仍为原来的激励模式 TM_{01} 模。

在 A 截面上 TM_{01} 模的最大相位差为 $\Phi_M = 0.1278\pi$

查表 2 得 A 截面右侧的模比为:

$$B_{02}/B_{01} = TM_{02II}/TM_{01II} = 0.1461e^{j91.3^\circ}$$

\overline{AB} 段的传输相位差 $\Delta\varphi_{AB}$ 为^[2]:

$$\Delta\varphi_{AB} = \varphi_{E_{02}} - \varphi_{E_{01}} = 161^\circ$$

故传输至 B 截面左侧时,

$$B_{02}/B_{01} = TM_{02I}/TM_{01I} = 0.1461e^{j252.3^\circ}$$

在 B 截面上 TM_{01} 模的最大相位差为 $\Phi_{ME_{01}} = -0.1705\pi$, TM_{02} 模的最大相位差为 $\Phi_{ME_{02}} = -0.0745\pi$ 。查表 2 和表 3 并进行合成运算得 B 截面右侧各模的模比为:

$$B_{02}/B_{01} = TM_{02II}/TM_{01II} = 0.3335e^{-j103.9^\circ}$$

\overline{BC} 段的传输相位差 $\Delta\varphi_{BC}$ 为:

$$\Delta\varphi_{BC} = \varphi_{E_{02}} - \varphi_{E_{01}} = 250.1^\circ$$

故传输至 C 截面左侧时:

$$B_{02}/B_{01} = TM_{02I}/TM_{01I} = 0.3335e^{j146.2^\circ}$$

在 C 截面上 TM_{01} 模的最大相位差为 $\Phi_{ME_{01}} = 0.2665\pi$, TM_{02} 模的最大相位差为 $\Phi_{ME_{02}} = 0.2175\pi$ 。查表 2 和表 3 并进行合成运算得 C 截面右侧各模的模比为:

$$B_{02}/B_{01} = TM_{02II}/TM_{01II} = 0.545e^{j129.0^\circ}$$

$$B_{03}/B_{01} = TM_{03II}/TM_{01II} = 0.1797e^{j253.7^\circ}$$

由喇叭口面场各模的模比我们可以根据下面公式计算辐射场,

$$\dot{E}_\theta = \tilde{B}_1 \left(1 + \frac{k}{\beta_{01}} \cos\theta \right) + \sum_{n=2}^{\infty} \frac{B_{0n}}{B_{01}} \tilde{B}_n \left(1 + \frac{k}{\beta_{0n}} \cos\theta \right) \sqrt{\beta_{0n}/\beta_{01}} \quad (44)$$

从上面计算结果看, 在喇叭口面上主要是 TM_{01} 、 TM_{02} 、 TM_{03} 三个模, 其它高次模均可以略去不计, 故

$$\begin{aligned} \dot{E}_\theta = & \tilde{B}_1 \left(1 + \frac{k}{\beta_{01}} \cos\theta \right) + \frac{B_{02}}{B_{01}} \left(1 + \frac{k}{\beta_{02}} \cos\theta \right) \tilde{B}_2 \sqrt{\beta_{02}/\beta_{01}} \\ & + \frac{B_{03}}{B_{01}} \tilde{B}_3 \left(1 + \frac{k}{\beta_{03}} \cos\theta \right) \sqrt{\beta_{03}/\beta_{01}}, \end{aligned}$$

$$\beta_{0n} = 2\pi/\lambda_{gE_{0n}}.$$

式中,

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = 0.0842; \quad k/\beta_{01} = \lambda_{gE_{01}}/\lambda = 1.04;$$

$$k/\beta_{02} = \lambda_{gE_{02}}/\lambda = 1.272;$$

$$k/\beta_{03} = \lambda_{gE_{03}}/\lambda = 4.405;$$

$$\sqrt{\beta_{02}/\beta_{01}} = 0.904;$$

$$\sqrt{\beta_{03}/\beta_{01}} = 0.485.$$

这个多模喇叭是用作初级馈源的,对副面的最大照射角为 $\theta_m = 26.7^\circ$ 。所以我们可以近似地取为 $\cos\theta = 1$ 。这样取近似引起的误差为:第二项的误差小于 0.54%,第三项的误差小于 3.5%是可取的,故

$$\dot{E}_\theta \approx \tilde{B}_1 + 0.548\tilde{B}_2e^{j129.0^\circ} + 0.231\tilde{B}_3e^{j253.7^\circ} = |E_\theta|e^{j\varphi}$$

把从表 1 查得的 \tilde{B}_1 、 \tilde{B}_2 、 \tilde{B}_3 代入即可求出 \dot{E}_θ 。计算结果如图 10 所示。在图 10 中我们同时画出了喇叭的实测差方向图,由图可见计算值与测量值比较一致。

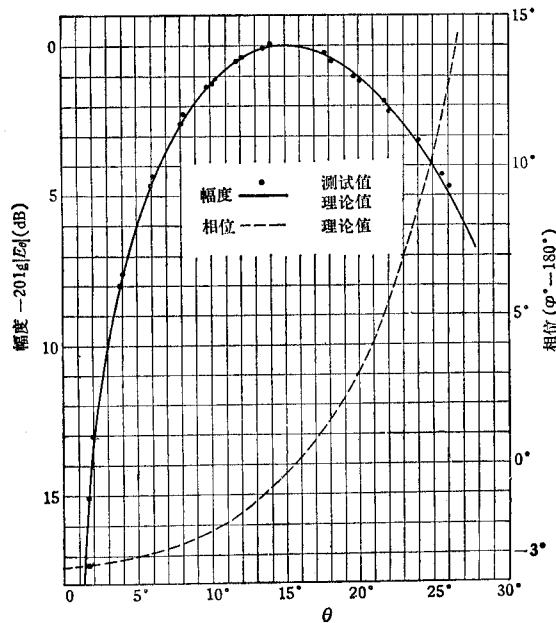


图 10 多模喇叭的差方向图(TM_{01} 激励)

参 考 文 献

- [1] 章日荣编,反射镜天线及高效率馈源,人民邮电出版社,1977。
 [2] P. E. Mayes, *The Microwave Journal*, 6 (1963), 61.