

喇叭馈源混合相位中心的优化模型 及计算法

焦永昌 漆一宏

(西安电子科技大学, 西安) (东南大学, 南京)

王五兔

(西安无线电技术研究所, 西安)

摘要 本文提出了喇叭馈源混合相位中心的一种定义, 给出了圆锥喇叭 E 面和 H 面混合相位中心的计算公式和相应的优化模型, 也给出了求解该模型的快速优化方法, 并用该方法对波纹喇叭混合相位中心进行了讨论和计算, 还给出了相位中心随观察球面和工作频率的变化规律。

关键词 喇叭馈源; 混合相位中心; 优化模型; 优化方法

一、引言

馈源是反射面天线系统的关键部件之一。由于圆锥喇叭的辐射场具有良好的对称性、较低的副瓣及交叉极化电平, 因而被广泛地用作通讯卫星地面站的馈源。馈源的相位特性不仅影响反射面天线的增益, 而且影响其副瓣和交叉极化电平。因此, 准确地计算馈源的相位中心对设计优质馈源及提高整个天线系统的性能都是十分重要的。

确定某一观察球面上喇叭的相位中心就是要在空间中找到一个相位参考点, 使得以这一点为中心的球面为一等相位面。通常这样的相位中心是不存在的。Rusch 和 Potter^[1] 提出了一种实用的定义。它是在给定的立体角内, 以最小二乘的方法确定一个近似常相位的球面中心作为馈源的相位中心。虽然这个定义对确定喇叭在给定的立体角内的相位中心是适合的, 但其计算式只适合于观察距离为无穷远的单个主平面的情况。对喇叭的 E 面和 H 面相位中心不重合的情况, Shafai 和 Kishk^[2] 定义相位中心 d_{av} 为

$$d_{av} = (d_E + d_H)/2 \quad (1)$$

其中 d_E 和 d_H 分别为 E 面和 H 面的相位中心位置。显然这是一种工程上的简单处理方法。另一种是所谓的 45° 面混合相位中心定义^[3]。它基于这样的结论, 即 $\phi = 45^\circ$ 的平面一般是一个能较好权衡 E 面和 H 面特性的平面, 它也是喇叭交叉极化电平最高的平面。该定义把此平面的相位中心作为喇叭的混合相位中心, 当然这也是一种工程近似方法。另

外,在反射面天线系统中, Kildal 等人^[4,5]定义馈源的相位中心为使反射面天线增益最大的相位参考点. 但此种定义主要用于反射面天线馈源位置的调整上. 本文提出了喇叭馈源混合相位中心的另一种定义; 给出了圆锥喇叭 E 面和 H 面混合相位中心的计算公式及相应的优化模型; 并利用快速优化方法研究了圆锥波纹喇叭相位中心随观察球面半径 R 和工作频率 f 的变化规律. 文中给出的定义对观察球面位于近场区时的情况依然实用, 因此文中给出的计算方法对喇叭馈源的优化设计具有一定的工程实用价值.

二、圆锥喇叭近远场的确定

要研究喇叭相位中心与观察球面半径 R 的关系, 就必须先研究喇叭的近远场辐射特性.

设在柱坐标 (r, θ, z) 意义下, 圆锥喇叭的口面场为 $E_{r1}, E_{\phi1}, E_{z1}$. 如图 1 所示, 以喇叭的顶点为原点, 喇叭的斜长 R_0 为半径作一球帽. 设此球帽上场的相位相同, 幅度与喇叭口径面对应点相同, 则在球坐标 (r', θ', ϕ') 意义下, 此球帽上的场为

$$\left. \begin{aligned} E_{\theta'} &= E_{r1} \cos \theta' - E_{z1} \sin \theta', & 0 \leq \theta' \leq \theta_0 \\ E_{\phi'} &= E_{\phi1}, & 0 \leq \phi' = \phi \leq 2\pi \\ E_{\theta'} &= E_{\phi'} = 0, & \theta' > \theta_0, 0 \leq \phi' \leq 2\pi \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

其中 θ_0 为喇叭的半张角.

用球面波展开法对球帽上的场进行拟合并展开, 则可得空间中任意一点 $P(R', \theta', \phi')$ 的场为^[6]

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{E}(R', \theta', \phi') &= - \sum_{n=1}^N \sum_{\substack{m=0 \\ c,o}}^n (a_{c,mn} \mathbf{m}_{c,mn} + b_{c,mn} \mathbf{n}_{c,mn}) \\ \mathbf{H}(R', \theta', \phi') &= \frac{k}{j\omega\mu} \sum_{n=1}^N \sum_{\substack{m=0 \\ c,o}}^n (a_{c,mn} \mathbf{n}_{c,mn} + b_{c,mn} \mathbf{m}_{c,mn}) \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

其中 ω 为角频率, $\mu = 4\pi \times 10^{-7}$ H/m, k 为相移常数,

$$\begin{aligned} \mathbf{m}_{c,mn} &= \mp \frac{m}{\sin \theta'} h_n^{(2)}(kR') P_n^m(\cos \theta') \frac{\sin m\phi' \hat{a}_{\theta'}}{\cos m\phi' \hat{a}_{\phi'}} \\ &\quad - h_n^{(2)}(kR') \frac{\partial}{\partial \theta'} [P_n^m(\cos \theta')] \frac{\cos m\phi' \hat{a}_{\theta'}}{\sin m\phi' \hat{a}_{\phi'}} \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{n}_{c,mn} &= \frac{n(n+1)}{kR'} h_n^{(2)}(kR') P_n^m(\cos \theta') \frac{\sin m\phi' \hat{a}_{R'}}{\cos m\phi' \hat{a}_{R'}} \\ &\quad + \frac{1}{kR'} \frac{\partial}{\partial R'} [R' h_n^{(2)}(kR')] \frac{\partial}{\partial \theta'} [P_n^m(\cos \theta')] \frac{\cos m\phi' \hat{a}_{\theta'}}{\sin m\phi' \hat{a}_{\phi'}} \\ &\quad \mp \frac{m}{kR' \sin \theta'} \frac{\partial}{\partial R'} [R' h_n^{(2)}(kR')] P_n^m(\cos \theta') \frac{\sin m\phi' \hat{a}_{\theta'}}{\cos m\phi' \hat{a}_{\phi'}} \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} a_{c,mn} &= \frac{-1}{[h_n^{(2)}(kR_0)]^2} \cdot \frac{2n+1}{2n\pi(n+1)} \cdot \frac{(n-m)!}{(n+m)!} \\ &\quad \times \int_0^{2\pi} \int_0^{\theta_0} \mathbf{m}_{c,mn} \cdot \mathbf{E}(R_0, \theta', \phi')_{\tan} \sin \theta' d\theta' d\phi' \end{aligned} \quad (6)$$

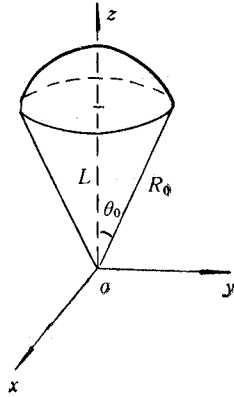


图 1

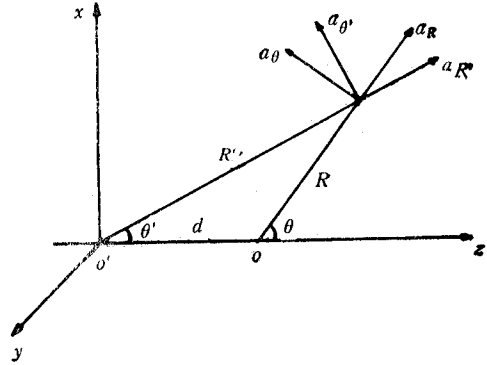


图 2

$$b_{o'mn}^c = \frac{-1}{\left\{ \frac{1}{kR_0} \cdot \frac{\partial}{\partial R'} [R' h_n^{(2)}(kR')] \right\}_{R'=R_0}^2} \cdot \frac{2n+1}{2n\pi(n+1)} \cdot \frac{(n-m)!}{(n+m)!} \times \int_0^{2\pi} \int_0^{\theta_0} n_{o'mn}^c \mathbf{E}(R_0, \theta', \phi')_{\tan} \sin \theta' d\theta' d\phi' \quad (7)$$

注意在上面各式中， $h_n^{(2)}(kR')$ 为第二类球汉克尔函数， $P_n^m(\cos \theta')$ 为连带勒让德多项式， $a_{R'}$ 、 $a_{\theta'}$ 、 $a_{\phi'}$ 为球坐标单位矢量。

由(3)–(7)式可得圆锥喇叭的近场的幅度和相位特性。如果取

$$\left. \begin{aligned} h_n^{(2)}(kR') &= j^{n+1} \frac{e^{-ikR'}}{kR'} \\ \frac{1}{kR'} \cdot \frac{\partial}{\partial R'} [R' h_n^{(2)}(kR')] &= j^n \cdot \frac{e^{-ikR'}}{kR'} \end{aligned} \right\} kR' \gg n \quad (8)$$

则由(3)–(8)式立即可得圆锥喇叭的远场幅相特性。

对圆锥喇叭，其辐射场关于 ϕ' 对称，故对 ϕ' 为常数的每个面来说，其相位中心都位于其轴线上。因此，可在其轴线上寻求其相位中心。作图 2 所示的坐标变换，由前面的结果可求出以 o 为中心的喇叭的辐射场。

由图 2 易得如下关系式

$$\left. \begin{aligned} a_{R'} &= \cos(\theta - \theta') a_R - \sin(\theta - \theta') a_{\theta} \\ a_{\theta'} &= \sin(\theta - \theta') a_R + \cos(\theta - \theta') a_{\theta} \\ a_{\phi'} &= a_{\phi} \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

$$\theta' = \arcsin \left(\frac{R}{R'} \sin \theta \right) \quad (10)$$

$$R' = R \sqrt{1 + \left(\frac{d}{R} \right)^2 + 2 \cdot \frac{d}{R} \cos \theta} \quad (11)$$

当观察球面半径 R 不变而 θ 改变时，对给定的喇叭和工作频率，等 R 球面上的场是 d 的函数。

三、混合相位中心的定义

对工作于主模的圆锥喇叭,不失一般性,可将其辐射场表示为

$$\mathbf{E}(R, \theta, \phi, d) = \bar{A}(R, \theta, d) \sin \phi \hat{a}_R + \bar{B}(R, \theta, d) \sin \phi \hat{a}_\theta + \bar{C}(R, \theta, d) \cos \phi \hat{a}_\phi \quad (12)$$

注意(12)式中 $\bar{A}(R, \theta, d)$ 是很小的,空间场的主要贡献来自于 θ 和 ϕ 分量. 令

$$\bar{B}(R, \theta, d) = |\bar{B}(R, \theta, d)| e^{j\Phi_E(R, \theta, d)} \quad (13)$$

$$\bar{C}(R, \theta, d) = |\bar{C}(R, \theta, d)| e^{j\Phi_H(R, \theta, d)} \quad (14)$$

则(13)和(14)式中的 Φ_E 和 Φ_H 分别为 E 面和 H 面的相位方向图.

若喇叭的辐射图形完全对称,则 Φ_E 和 Φ_H 完全相等,此时喇叭的 E 面和 H 面相位中心重合. 而当 Φ_E 和 Φ_H 不相等时, E 面和 H 面相位中心不同,这时需要找一个混合相位中心. 下面我们给出一种新的喇叭混合相位中心的定义和数学模型. 其基本思想是,利用极小极大模型,在给定的立体角内确定一个近似于常相位的球面的中心作为喇叭的混合相位中心.

由于主极化单位矢 $\hat{a}_{c_0} = \sin \phi \hat{a}_\theta + \cos \phi \hat{a}_\phi$, 则利用(12)式可得,喇叭的主极化场为

$$\mathbf{E}(R, \theta, \phi, d) \cdot \hat{a}_{c_0} = \bar{B}(R, \theta, d) \sin^2 \phi + \bar{C}(R, \theta, d) \cos^2 \phi \quad (15)$$

若令(15)式为

$$|\bar{B}(R, \theta, d) \sin^2 \phi + \bar{C}(R, \theta, d) \cos^2 \phi| e^{j\Phi(R, \theta, \phi, d)}$$

则由(13)、(14)两式得

$$\Phi(R, \theta, \phi, d) = \arctan \left[\frac{|\bar{B}(R, \theta, d)| \sin \Phi_E \sin^2 \phi + |\bar{C}(R, \theta, d)| \sin \Phi_H \cos^2 \phi}{|\bar{B}(R, \theta, d)| \cos \Phi_E \sin^2 \phi + |\bar{C}(R, \theta, d)| \cos \Phi_H \cos^2 \phi} \right] \quad (16)$$

为寻求喇叭的混合相位中心位置,我们构造如下的数学模型:

$$\min_{\bar{d} \leq d \leq \bar{d}} F(d) \quad (17)$$

其中 $F(d) = \max_{\theta_0 \leq \theta \leq \bar{\theta}, 0 \leq \phi \leq 2\pi} |\Phi(R, \theta, \phi, d) - \Phi(R, \bar{\theta}_0, \bar{\phi}_0, d)|$, R 为观察球面半径, $\bar{\theta}$ 和 $\bar{\theta}_0$ 分别为给定的立体角内的 θ 值的下限和上限, $\bar{\theta}_0$ 和 $\bar{\phi}_0$ 分别为相位参考点的 θ 和 ϕ 值, \bar{d} 和 \bar{d} 分别为混合相位中心存在区间的下限和上限.

当 $\Phi(R, \theta, \phi, d)$ 在给定的立体角 $\{(\theta, \phi) | \theta_0 \leq \theta \leq \bar{\theta}, 0 \leq \phi \leq 2\pi\}$ 内近似于一个球面时,主极化能量是很大的,当然可以证明此时的交叉极化能量是比较小的.

求解(17)式,即可得喇叭的混合相位中心位置 d^* . 为求混合相位中心,有必要研究快速算法.

四、快速优化计算方法

由(17)式可知,求喇叭的混合相位中心问题实际上是一个一维优化问题. 下面给出一种求解一维优化问题的快速算法——组合的 DSC-Powell 方法.

1964年, Davies, Swann 和 Campey 提出了一种求解一维优化问题的插值法称为

DSC 法。它是外推法与内插法相结合、比较法与插值法相结合,并吸收了几种简单的一维搜索法的优点的综合方法。Powell 法也是一种插值法,它是通过构造一系列二次插值的最小点来逼近原问题的极值点的。综合 DSC 法与 Powell 法的突出优点可产生更好的效果^[7]。组合的 DSC-Powell 法的计算步骤为(给定初值 d_0 , 步长 Δd 和精度 ε):

(1) 令 $k=0$; 若 $F(d_0 + \Delta d) \leq F(d_0)$, 转(2); 否则令 $\Delta d = -\Delta d/2$, 转(2);

(2) 计算 $d_{k+1} = d_k + \Delta d$ 及 $F(d_{k+1})$;

(3) 若 $F(d_{k+1}) \leq F(d_k)$, 则令 $\Delta d = \Delta d + \Delta d$, $k = k + 1$, 转(2); 否则令 $\Delta d = \Delta d/2$, $d_m = d_{k+1}$, $d_{m+1} = d_m - \Delta d$, $d_{m-1} = d_k$, $d_{m-2} = d_{k-1}$;

(4) 在 $\{d_{m-2}, d_{m-1}, d_m, d_{m+1}\}$ 中, 若 $F(d_{m+1}) > F(d_{m-1})$, 则去掉 d_m , 令 $d_b = d_{m-1}$; 否则去掉 d_{m-2} , 令 $d_b = d_{m+1}$

(5) 令 $d_a = d_b - \Delta d$, $d_c = d_b + \Delta d$, 作二次插值

$$\bar{d} = d_b + \frac{F(d_a) - F(d_c)}{2[F(d_a) - 2F(d_b) + F(d_c)]} \cdot \Delta d \quad (18)$$

(6) 计算 $\min\{F(d_a), F(d_b), F(d_c)\} = F(\bar{d})$, 若 $|\bar{d} - d| < \varepsilon$, 则停, $d^* = \bar{d}$; 否则计算 $F(\bar{d})$, 从 $\{d_a, d_b, d_c, \bar{d}\}$ 中去掉函数值最大的一点, 余下三点仍记为 d_a, d_b, d_c ;

(7) 计算二次插值的极小点

$$\bar{d} = \frac{1}{2} \frac{(d_b^2 - d_c^2) \cdot F(d_a) + (d_c^2 - d_a^2) \cdot F(d_b) + (d_a^2 - d_b^2) \cdot F(d_c)}{(d_b - d_c) \cdot F(d_a) + (d_c - d_a) \cdot F(d_b) + (d_a - d_b) \cdot F(d_c)} \quad (19)$$

再转(6)。

注意,对具有简单上、下界约束的一维优化问题,必须合理地选择初值 d_0 和步长 Δd , 使得在整个迭代过程中,约束条件总是满足的。

五、波纹喇叭混合相位中心研究

利用上面给出的优化模型及计算方法,我们对卫星通讯中常用的工作于 HE_{11} 模的小张角波纹喇叭的混合相位中心随观察球面半径 R 和 I 工作频率 f 的变化规律进行了研究。

由文献 [8] 可得小张角波纹喇叭的口径场。取 $m=1$, 由球面波展开法和坐标变换,即 (3)~(11) 式可算出波纹喇叭的近远场幅相特性。作为算例,取 $\theta = 0^\circ$, $\theta = 20^\circ$, $\bar{\theta}_0 = \bar{\phi}_0 = 0^\circ$, $\Phi(R, \bar{\theta}_0, \bar{\phi}_0, d) = 0$, $d = 0$, $\bar{d} = L$, 这里 L 为喇叭的总长。

注意(17)式是一个连续的 min-max 问题,直接求解它是非常困难的。为简化问题的求解,可把区域 $\{(\theta, \phi) | \theta \leq \theta \leq \theta_0, 0 \leq \phi \leq 2\pi\}$ 离散化。注意到场分布关于 ϕ 对称,则可设离散化点为

$$\theta_i = \theta + i * \frac{(\theta - \theta)}{N}, \quad i = 0, 1, 2, \dots, N$$

$$\phi_j = j\pi / (2M), \quad j = 0, 1, 2, \dots, M$$

利用这些点可把(17)式化为

$$\min_{d \leq d \leq d} \bar{F}(d) \quad (20)$$

其中 $\bar{F}(d) = \max_{0 \leq i \leq N, 0 \leq j \leq M} |\Phi(R, \theta_i, \phi_j, d) - \Phi(R, \bar{\theta}_0, \bar{\phi}_0, d)|$. 将组合的 DSC-Powell 法稍作修改用来求解(20)式, 即可得波纹喇叭的混合相位中心位置 d^* .

本文对圆口径波纹喇叭进行了大量的计算. 对半张角 $\theta_0 = 10.18^\circ$, $kR_0 = 78.927$, $D/\lambda = 4.44$, $L/\lambda = 12.364$ (这里 D 为喇叭的口面直径; λ 为工作波长; $k = 2\pi/\lambda$, 为相移常数)的波纹喇叭, 当频率 $f_0 = 3.95(\text{GHz})$ 固定时, 其混合相位中心位置 d^* 与观察球面半径 R 的关系如图 3 所示. 由图可见, 随着 R 的增大, 相位中心位置向喇叭的口面移动. 当 $R\lambda/D^2 < 0.6$ 时, 相位中心位置几乎与 R 成线性关系向口面移动. 随着 R 的进一步增大, 相位中心的变化越来越小, 且越来越靠近喇叭的远场相位中心位置.

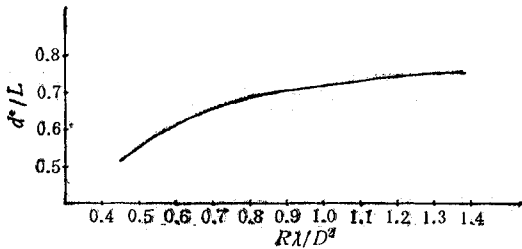


图 3 $f_0 = 3.95(\text{GHz})$

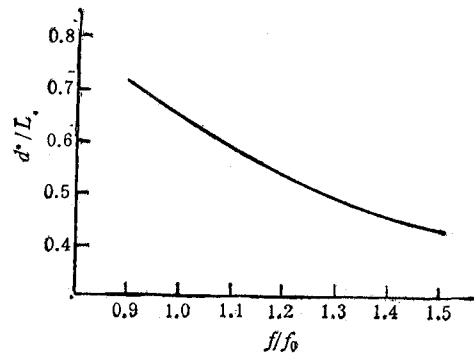


图 4 $R = 1000(\text{mm})$, $L = 939.03(\text{mm})$

图 4 给出了当观察球面半径 R 一定时, 波纹喇叭混合相位中心位置 d^* 随工作频率 f 的变化规律. 由图可见, 当喇叭的参数和 R 一定时, 相位中心位置 d^* 随工作频率的升高向喇叭的顶点移动, 且随着 f 的增大, d^* 的变化越来越小.

六、相位中心定义的进一步讨论

本文给出的圆锥喇叭混合相位中心的定义和计算方法, 能准确地计算出圆锥喇叭的远场和近场相位中心. 近场相位中心的准确计算对高性能通讯天线的设计是十分重要的.

由(16)式显然可得

$$\tan \Phi(R, \theta, \phi, d) = \frac{M}{M+N} \tan \Phi_E + \frac{N}{M+N} \tan \Phi_H \quad (21)$$

其中 $M = |\bar{B}(R, \theta, d)| \sin^2 \phi / \cos \Phi_H$, $N = |\bar{C}(R, \theta, d)| \cos^2 \phi / \cos \Phi_E$. 因为一般情况下, $0 < \Phi_E < 90^\circ$, $0 < \Phi_H < 90^\circ$, 故 $M \geq 0$, $N \geq 0$ 且 $M + N > 0$, 这样由(21)式知, $\tan \Phi$ 是 $\tan \Phi_E$ 和 $\tan \Phi_H$ 的一个凸组合. 再由正切函数的性质知, Φ 位于 Φ_E 和 Φ_H 之间. 由上述推论可知, 本文所定义的混合相位中心是在 E 面和 H 面场的幅度和相位加权意义下的混合相位中心.

本文中提出的混合相位中心定义在理论上是严格的,这对提高馈源和反射面天线系统的性能有理论指导意义。另外,文中给出的计算方法计算速度快,且所需存贮量很小,在一般的微型计算机上即可快速地求出馈源的混合相位中心。因此,本文中给出的新定义及其计算方法有很大的工程实用价值。

参 考 文 献

- [1] W. V. T. Rusch, P. D. Potter, *Analysis of Reflector Antennas*, New York, Academic, (1970), p. 147.
- [2] L. Shafai, A. A. Kishk, *IEE Proc.*, pt. H, 132(1985)3, 207—214.
- [3] 漆一宏、焦永昌、王五兔,通信学报,1989年,第6期,第94—98页.
- [4] P. S. Kildal, *IEEE Trans. on AP*, AP-31(1983)1, 199—202.
- [5] Qi Yihong, Xu Guohua, Wu Hongshi, Feeds Phase Centre for Arbitrary Reflector Antennas, ISRAMT'89, Beijing, pp. 169—171.
- [6] P. J. Wood, *Marconi Review*, 34(1971)182, 149—172.
- [7] D. M. Himmelblau, *Applied Nonlinear Programming*, McGraw-Hill Book Co., New York, (1972), pp. 42—47.
- [8] P. J. B. Claraicoats, A. D. Olver, *Corrugated Horns for Microwave Antennas*, Peter Peregrins Ltd., London, UK, (1984), p. 36.

OPTIMAL MODEL OF COMBINED PHASE CENTRE FOR HORN FEEDS AND IT'S COMPUTATIONAL METHOD

Jiao Yongchang

(*Xidian University, Xi'an*)

Qi Yihong

(*Southeast University Nanjing*)

Wang Wutu

(*Xi'an Institute of Radio Technology, Xi'an*)

Abstract A definition of combined phase centre for conical horn feeds is given. Formulas of E-plane and H-plane combined phase centre for conical horns and the corresponding optimal model are presented, and a fast optimization method for solving this model is given. By using this method, the phase centre corrugated horn with reference to operating frequencies and distances is discussed.

Key words Horn feeds; Combined phase centre; Optimal model; Optimization method