

一种强噪声背景下弱信号检测的非线性方法¹

杨祥龙 汪乐宇

(浙江大学检测技术研究所 杭州 310027)

摘 要 该文利用随机共振技术对工程测量中常碰到的弱信号检测进行了计算机仿真,就信噪比的提高、弱信号的检测等进行了研究。并对信号经随机共振系统处理和不经随机共振系统处理进行检测比较。实验结果表明,随机共振技术完全有可能成为信号检测中一个强有力的新工具。

关键词 微弱信号, 检测, 随机共振

中图分类号 TN911.23

1 引言

在工程信号测量中,常常会碰到许多需要进行微弱信号检测的情况^[1,2]。尤其在强噪声的干扰下,微弱信号完全“淹没”在噪声中,即使采用目前最先进的弱信号检测方法,有时也无能为力。因此,人们正在积极探索,试图寻找出一种新的检测方法,来克服测试中存在的问题。

随机共振概念是 Benzi 和 Nicolis 等人在 1981 年为解释地球冰川的周期性提出的^[3]。此后,人们对这现象一直怀着浓厚兴趣,因为他们发现:当随着输入噪声的增大,线性系统的信噪比会越来越差。然而,对于非线性双稳态系统来说,噪声会使非线性系统产生“共振”,使一部分噪声能量被转化为信号能量,信号幅值被放大,噪声有效地被抑制,提高了系统信噪比^[4,5]。这一现象无疑为工程参数测量中,对信号和噪声的处理,引发出新的思路。本文结合工程信号测量背景,应用随机共振技术进行计算机仿真,探索强噪声背景下微弱信号检测的新方法。

2 双稳系统与随机共振

具有双势阱性质的朗之万 (Langevin) 方程是典型的双稳态非线性系统^[4]:

$$dx/dt = ax - bx^3 + A \cos \omega t + \Gamma(t) \quad (1)$$

式中 a , b 为大于零的实数,是势阱的形状参数。 A 为信号幅值, ω 是调制频率。 $\Gamma(t)$ 代表高斯分布白噪声,且满足统计平均 $\langle \Gamma(t) \rangle = 0$ 和 $\langle \Gamma(t)\Gamma(t') \rangle = 2D\delta(t-t')$, 其中 D 为噪声强度, t' 为延迟时间。相应的势函数为

$$V(x) = ax^2/2 + bx^4/4 - x(A \cos \omega t + \Gamma(t)) \quad (2)$$

上式描述了一个由两个势阱和一个势垒组成的双稳态系统。当输入信号幅值 A 和噪声强度 D 为零时,系统有两个相同的势阱,阱底位于 $x = \pm\sqrt{a/b}$, 垒高为 $\Delta V = a^2/(4b)$ 。系统的最终输出状态(用一小质点表示)将停留在两个势阱中的任意一个,这取决于系统的初始状态。图 1 是 $a = b = 1$ 时的双稳态势曲线,此刻,系统输出状态假设在左势阱。从图中可以看出,在没有信号或噪声的情况下,系统在 $x = \pm\sqrt{a/b} = \pm 1$, $x = 0$ 处的二个势阱点和一个势垒点分别对应势函数曲线中的两个极小值和一个极大值。当外界输入 A 不等于零时,整个系统的平衡被打破,势阱在 A 的驱动下发生倾斜。当静态值 A 达到 $\sqrt{4a^3/(27b)} = \sqrt{4/27}$ 时,系统只剩下另外一个势阱,其状态就会转入到这个势阱中,输出状态将产生大幅值的跳变,系统完成了一次势

¹ 2000-01-28 收到, 2001-09-17 定稿

阱触发, 如图 2(a), 2(b) 所示. 反之也一样. 数值 $A_c = \sqrt{4a^3/(27b)}$ 称为系统的静态触发阈值, 它是双稳系统静态触发条件.

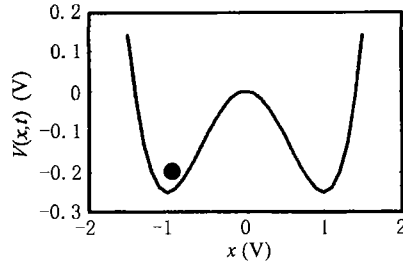


图 1 当 $A=0$, $\Gamma(t) = 0$ 时方程 2 所示的双稳态势曲线

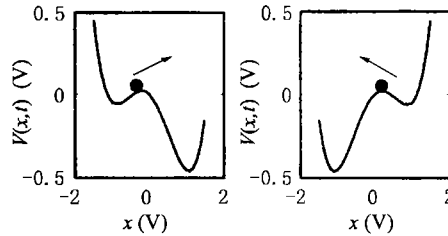


图 2 双稳态系统在两势阱间进行切换示意图

在强噪声背景下, 信号和噪声都可以引发势阱触发, 但它们的触发特性是不同的. 信号和噪声共同引发势阱触发, 其触发特性更是复杂. 当系统处于动态触发状态时, 若 $D=0$, $A < A_c$, 此时, 系统的输出状态将在 $x = \sqrt{a/b}$ 或 $x = -\sqrt{a/b}$ 处的势阱内局域地周期运动. 然而, 当系统引入噪声, 在噪声帮助下, 使系统在两个势阱底 ($\sqrt{a/b}$ 和 $-\sqrt{a/b}$) 之间按信号的变化频率进行翻转. 由于双稳态之间的电压差远远大于输入信号的幅值, 使输出信号幅值大于输入信号幅值起到了有效的放大作用. 同时因系统输出状态有规则的变化, 有效地抑制了系统输出状态中的噪声量, 从而使系统的输出信号的信噪比得到了提高, 这种现象实质上是信号与噪声在双稳态非线性系统条件下的协同效应, 被称之为随机共振^[3].

(1) 式中的随机过程 $x(t)$ 的概率密度函数 (PDF) $p(x, t)$ 满足相应的福克-普朗克方程 (FPE)^[4]:

$$\frac{\partial p(x, t)}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left\{ \left[\frac{dV(x)}{dx} - A \cos \Omega t \right] p(x, t) \right\} + D \frac{\partial^2}{\partial x^2} p(x, t) \quad (3)$$

其中初始条件为: $p(x, t_0 | x_0, t_0) = \delta(x - x_0)$. 通过对 (3) 式的数值分析, 可以得到系统输出状态与输入信号 $A \cos \omega t$ 之间的关系, 从宏观上来说, 系统输出停留在深势阱的时间要远远大于浅势阱.

噪声存在时, 两个势阱按某一速度通过噪声进行切换, 切换速度取决于噪声分布和强度. 在 $A = 0$ 情况下, 其切换速度为

$$R = (a/\pi\sqrt{2}) \exp(-2\nabla V/D) \quad (4)$$

式中 D 为噪声强度, ΔV 为势垒高度。当 $A > 0$ 时, 在信号和噪声协同作用下满足了系统静态触发条件。此刻, 信号给系统势阱的切换引入周期变化, 有效地对噪声引起的切换进行同步, 从而使系统输出 $x(t)$ 的周期分量得到加强。

3 弱信号检测仿真

弱信号检测方法计算机仿真框图如图 3 所示。

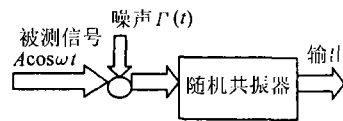


图 3 双稳态随机共振系统

随机共振的系统方程采用简单常用的朗之万方程, 如 (1) 式所示。取四价龙格-库塔算法进行仿真, 其表达式如下

$$x_{n+1} = x_n + K_1/6 + K_2/3 + K_3/3 + K_4/6 \quad (5)$$

式中 K_1 , K_2 , K_3 和 K_4 由下式给出:

$$\left. \begin{aligned} K_1 &= h[ax_n - bx_n^3 + q_{n+1}] \\ K_2 &= h[a(x_n + K_1/2) - b(x_n + K_1/2)^3 + q_{n+1}] \\ K_3 &= h[a(x_n + K_2/2) - b(x_n + K_2/2)^3 + q_{n+1}] \\ K_4 &= h[a(x_n + K_3) - b(x_n + K_3)^3 + q_{n+1}] \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

式中 $q(t) = A \cos \omega t + \Gamma(t)$, $\Gamma(t)$ 为宽带噪声。 x_n , q_n 分别为系统输出量 $x(t)$ 、输入量 $q(t)$ 的第 n 次采样值。 h 为积分步长, 根据被测信号的最大频率周期来定。一般取其值的 1/100。

在工程信号测量中, 信噪比是测量系统的一个重要指标, 尤其与被测信号同频率的噪声, 任何滤波器都无法把它滤掉, 因此输出信噪比 SNR 就是信号的功率谱幅值与同频噪声强度的比。图 (4) 和图 (5) 分别为信号输入输出信噪比与噪声强度, 输出信噪比与输入信噪比比值与噪声强度的关系曲线。此时, 信号幅值 $A = 0.5V$, 频率 $f = 100Hz$ 。系统参数经势垒高 $\Delta V = a^2/(4b)$ 和系统静态触发阈值 $A_c = \sqrt{4a^3/(27b)}$ 两公式, 变化 a, b 值, 直至系统发生随机共振。这时 $a = 2$, $b = 1$ 。

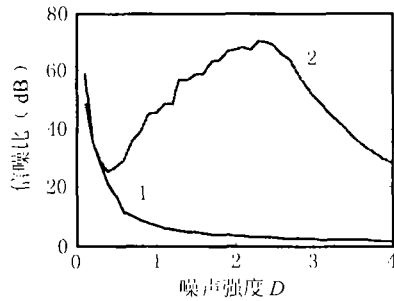


图 4 系统信号输入、输出信噪比与噪声强度关系曲线 (线 1 表示系统输入信噪比, 线 2 表示系统输出信噪比)

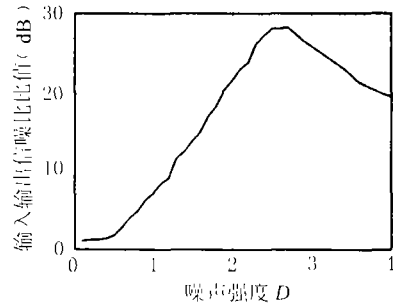


图 5 系统输出信噪比与输入信噪比的比值与噪声强度的关系曲线

图中曲线证实了小幅值的周期信号与加性噪声, 通过非线性双稳态随机共振器, 经信号和噪声 (当噪声达到某一值时) 的协同作用, 使系统发生随机共振, 此时, 一部分噪声能量被转化为信号能量, 从而较大提高了系统的输出信噪比。

图 6 是被测信号幅值 $A=0.1V$, 频率 $f=100Hz$, 系统参数 $a=b=1$, 宽带噪声强度 $D=0.5V$ 的情况下, 随机共振器输入端和输出端的频谱图。从图中可以看出, 在强噪声背景下, 用常规的频谱分析, 已无法分辨出信号频率。但经随机共振器后的频谱输出, 显然强有力地抑制了噪声, 使信号频率的谱分量突兀出来, 测得淹没在噪声中信号的频率。

图 7 是信号频率 $f=300Hz$, 其它条件与图 6 相同时, 随机共振器输出端信号的频谱图。同样可从图中看到, 淹没在强噪声中的 $300Hz$ 信号, 经随机共振器后, 仍可在频谱图中捕捉到。

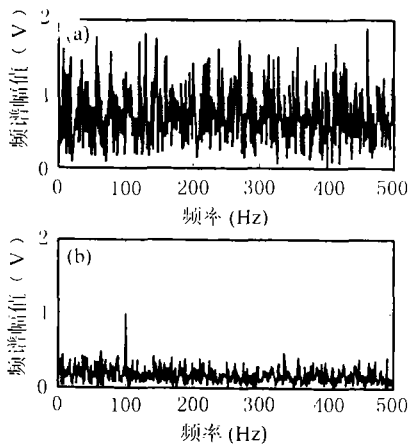


图 6 信号幅值 $A=0.1V$ 、频率 $f=100Hz$ 、噪声强度 $D=0.5V$ 和 $a=b=1$ 时随机共振系统输入端信号频谱图 (a) 和输出端信号频谱图 (b)

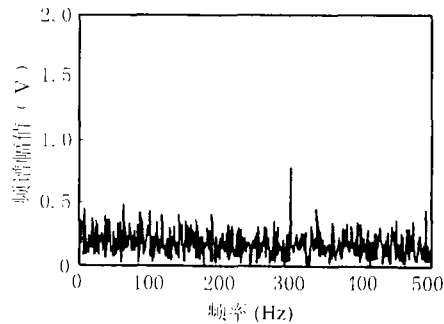


图 7 信号频率 $f=300Hz$, 其它条件同图 6 时随机共振系统输出端信号频谱图

4 结 论

本论文进行了非线性随机共振技术应用于强噪声背景下微弱信号的检测方法研究, 仿真效果是明显的: (1) 比较图 6 中的上图和下图可知, 在噪声强度是信号幅值 5 倍的情况下, 系统输入端的信号频谱图已无法分辨出信号的频率, 但经随机共振器后的频谱图, 相应的信号频率

谱分量清晰可见。(2) 观察图 4、图 5 可知, 在小幅值周期信号、噪声和双稳态系统产生的协同效应下, 系统发生随机共振, 使得一部分噪声能量转换为信号能量, 有效地抑制了噪声, 尤其是同频噪声, 较大地提高了系统的输出信噪比。从图 5 可看出, 本仿真得到的输出信噪比与输入信噪比的最大放大倍数约为 28 左右。

随机共振技术不仅可测强噪声背景下的弱周期信号, 而且也可测强噪声背景下的非周期信号。它的最大特点是能消除线性滤波器难于消除的与信号同频的噪声。所以, 一旦随机共振技术成熟, 借助于 DSP 系统, 则随机共振器将成为强噪声中提取微弱信号的强有力的工具。

参 考 文 献

- [1] 戴逸松, 微弱信号检测方法及仪器, 北京, 国防工业出版社, 1994, 1-23.
- [2] 林理忠, 宋敏, 微弱信号检测学导论, 北京, 中国计量出版社, 1996, 1-204.
- [3] R. Benzi, A. Sutera, A. Vulpiani, The mechanism of stochastic resonance, *J. Phys. A*, 1981, 14, L453-L457.
- [4] F. Moss, Stochastic resonance: a signal+ noise in a two state system, *Proc. of the 45th Annual Symposium on Frequency control*, Los Angeles, CA, USA, 1991, 649-658.
- [5] F. Chapeau-Blondeau, Input-output gains for signal noise in stochastic resonance. *Phys. Lett.*, A232, 1997, A232, 41-48.

A NEW DETECTION METHOD OF WEAK SIGNALS IN STRONG BACKGROUND-NOISE LEVEL

Yang Xianglong Wang Leyu

(Institute of Detection Technology, Zhejiang University, Hangzhou 310027, China)

Abstract In this paper, using the stochastic resonance technique, the detection method of weak signal is simulated, then the increasing of SNR and the detecting of weak signal are investigated. And the signal passing through the stochastic resonator is compared with the original signal. It indicates that the stochastic resonance is fully able to become a strong new tool in signal detection.

Key words Weak signal, Detection, Stochastic resonance

杨祥龙: 男, 1952 年生, 副教授。研究领域为信号检测方法、自动测试与控制系统。

汪乐宇: 男, 1945 年生, 教授, 博士生导师, 研究领域为数字技术与信息处理、虚拟仪器、智能仪器与系统等。目前正领导着国家九五攻关项目的研究开发工作。