

## 基于 Kalman 滤波的 Helmholtz 机进化算法<sup>1</sup>

钟伟才 刘 静 刘 芳 焦李成

(西安电子科技大学雷达信号处理国家重点实验室 西安 710071)

**摘 要:** 根据信息融合的思想, 提出了基于 Kalman 滤波的 Helmholtz 进化算法 (KFHMEA)。在 KFHMEA 中, 首先将种群分成若干子种群, 各子种群独立使用 Helmholtz 机来估计其状态, 然后用 Kalman 滤波器把这些状态信息相融合, 并将融合后的信息反馈到各子种群中。仿真实验表明, 这种 Kalman 融合机制能够大大增强原有算法的稳定性和全局搜索能力, 从而提高了算法的整体性能。

**关键词:** 进化计算, 分布估计算法, Kalman 滤波, 信息融合, Helmholtz 机

**中图分类号:** TP391 **文献标识码:** A **文章编号:** 1009-5896(2004)08-1190-06

## Helmholtz Machine Evolutionary Algorithm Based on Kalman Filter

Zhong Wei-cai Liu Jing Liu Fang Jiao Li-cheng

(Key Lab for Radar Signal Processing, Xidian University, Xi'an 710071, China)

**Abstract** On the basis of information fusion, an Evolutionary Algorithm based on Helmholtz Machine and Kalman Filter (KFHMEA) is proposed. In KFHMEA, the population is divided into several sub-populations and Helmholtz machine is used to estimate the state of each sub-population. Then the information of these states is fused using a Kalman filter, and the fused information is feed back to the sub-populations. Experimental results demonstrate that KFHMEA outperforms HMEA in the stability and global search ability.

**Key words** Evolutionary computation, Estimation of distribution algorithm, Kalman filter, Information fusion, Helmholtz machine

### 1 引言

分布估计算法 (Estimation of Distribution Algorithms, EDAs) 是一类基于概率模型的进化算法, 与传统进化算法不同, 它不使用交叉和变异算子, 而是根据当前种群的概率分布来产生下一代, 即先从当前种群  $\text{Pop}(k)$  中按照一定的选择方式选出一部分较好的个体  $\text{Pop}^*(k)$ , 并建立其概率分布模型, 然后利用所建的分模型产生新的个体, 以形成下一代种群  $\text{Pop}(k+1)$ , 如此迭代, 直到满足终止条件。由于 EDAs 较传统进化算法有更强的理论基础, 已成为当前进化计算的研究热点<sup>[1-5]</sup>。

设  $\mathbf{x} = (x_1, \dots, x_n)$  为问题的解向量,  $p^*(\mathbf{x}, k)$  为当前种群的分布, 文献 [6] 证明如果下一代种群分布  $p(\mathbf{x}, k+1) = p^*(\mathbf{x}, k)$  且选择方式为比例、截断或锦标赛选择时, 则 EDAs 收敛于全局最优解。因此, EDAs 的关键问题就是使  $p(\mathbf{x}, k+1)$  在合理的计算代价下尽可能地逼近  $p^*(\mathbf{x}, k)$ 。对于复杂问题, 变量  $x_1, \dots, x_n$  间存在着较强的相互作用, 因此要求所建立的分布模型具有描述各变量间高阶相互作用的能力。目前具有这种能力的分布模型有两类: 一类是显式地计算变量间的依赖关系, 其代表算法有 FDA (Factorized Distribution Algorithm)<sup>[1]</sup>,

<sup>1</sup> 2003-04-10 收到, 2003-08-25 改回

国家自然科学基金重点资助项目 (批准号: 60133010)

BOA(Bayesian Optimization Algorithm)<sup>[2]</sup>等, 但这类方法需要大量时间来寻找最优的模型结构; 另一类则是利用隐变量模型, 这类方法非显式地计算各变量之间的依赖关系, 而是通过引入隐变量以隐含的方式表达各变量间的关系, 其代表算法有基于 Helmholtz 机的进化算法等<sup>[4,5]</sup>。

本文从全新的角度——Kalman 滤波来看待分布估计算法, 如果把优化问题看作一个系统, 最优解向量则可看作为系统的真实状态, 优化问题的求解过程就变成了对系统进行观测以获得其真实状态的过程。因此 EDAs 实际上就是一个递归滤波器, 其输入序列为第  $k$  代的种群  $\text{Pop}(k)$  和系统状态  $\tilde{x}(k)$ , 输出序列为预测的系统状态  $\tilde{x}(k+1)$ , 它的动力学方程可以写为

$$\tilde{x}(k+1) = \text{EDAs}(\text{Pop}(k), \tilde{x}(k)) \quad (1)$$

由于对系统的观测存在误差, 测量到的数据(种群  $\text{Pop}(k)$ )总是存在噪声, 因此估计出来的  $\tilde{x}(k+1)$  也是不精确的。EDAs 的作用就在于对系统建立合适的模型并不断对其进行观测, 从而逐渐消除噪声, 获得系统的真实状态, 即问题的最优解。基于 Helmholtz 机的进化算法 (Evolutionary Algorithm based on Helmholtz Machine, HMEA) 是由 Zhang 和 Shin<sup>[4]</sup>提出的一种具有描述变量间高阶相互作用的分布估计算法, 本文将其与 Kalman 滤波相结合, 提出了 Kalman 滤波 Helmholtz 机进化算法 (Helmholtz Machine Evolutionary Algorithm based on Kalman Filter, KFHMEA)。实验结果表明本文算法性能更稳定, 具有更强的全局寻优能力。

## 2 基于 Kalman 滤波的 Helmholtz 机进化算法

我们认为分布估计算法的作用实际上相当于一个递归滤波器, 它对观测到的数据进行滤波处理以获得系统的真实状态, 但作用在一个种群上的分布估计算法相当于只有一个信息源。从信息融合的角度来看, 融合不同信息源的信息, 可产生比单个信息源更可靠、更准确的信息。因此, 我们将种群分成若干子种群, 各个子种群独立地使用分布估计算法来估计其状态, 这样就可从多个信息源获得信息。然后利用 Kalman 滤波器将这多个信息源的信息相融合, 以产生更准确的估计, 并将估计信息反馈到子种群中。

### 2.1 Kalman 滤波

Kalman 滤波是一种利用所观测的时间序列来估计未知变量的方法。对于感兴趣的变量, 可利用多个传感器进行测量, 而 Kalman 滤波则可把这多个信息源的数据“合并”起来以得到这些感兴趣变量的最佳估计。以一个简单的例子说明 Kalman 滤波的工作原理<sup>[7]</sup>。设在  $t_1$  时刻对某系统的观测值为  $z_1$ , 误差为  $\sigma_1^2$ , 根据条件概率密度, 对该系统状态的最佳估计为  $\tilde{x}(t_1) = z_1$ , 误差的方差为  $\sigma_{\tilde{x}}^2(t_1) = \sigma_1^2$ 。在  $t_2 \cong t_1$  时刻对该系统的观测值为  $z_2$ , 误差为  $\sigma_2^2$ 。在一些基本假设的前提下, 给定  $z_1$  和  $z_2$ , 该系统在  $t_2 \cong t_1$  时刻的状态  $\tilde{x}(t_2)$  是一个满足均值为  $\mu$ , 方差为  $\sigma^2$  的高斯分布, 其中

$$\mu = [\sigma_2^2/(\sigma_1^2 + \sigma_2^2)]z_1 + [\sigma_1^2/(\sigma_1^2 + \sigma_2^2)]z_2 \quad (2)$$

$$1/\sigma^2 = (1/\sigma_1^2) + (1/\sigma_2^2) \quad (3)$$

根据这个概率密度,  $\tilde{x}(t_2)$  的最优估计为  $\tilde{x}(t_2) = \mu$  且其方差为  $\sigma_{\tilde{x}}^2(t_2) = \sigma^2$ 。因此有

$$\tilde{x}(t_2) = \tilde{x}(t_1) + K(t_2)[z_2 - \tilde{x}(t_1)] \quad (4)$$

$$\sigma_{\tilde{x}}^2(t_2) = (1 - K(t_2))\sigma_{\tilde{x}}^2(t_1) \quad (5)$$

$$K(t_2) = \sigma_1^2/(\sigma_1^2 + \sigma_2^2) \quad (6)$$

式(4)~(6)便是 Kalman 滤波器算法。从式(2), (3)可以看到, 当  $\sigma_1$  等于  $\sigma_2$  时, 系统状态为这两次测量值的平均; 当  $\sigma_1$  大于  $\sigma_2$  时,  $z_1$  的不确定性大于  $z_2$  的不确定性, 因此分配给  $z_2$  的权值应远大于  $z_1$  的权值, 式(2)正体现了这一点。这样, 即使当  $\sigma_2$  非常大时, 估计的误差也

小于  $\sigma_1$ 。以上是对两个信息源的融合，联合 Kalman 滤波<sup>[8,9]</sup>可对多个信息源进行融合，所得的最优估计和误差协方差矩阵分别为式 (7) 和式 (8)：

$$\tilde{x} = (\tilde{P}_1^{-1} + \tilde{P}_2^{-1} + \cdots + \tilde{P}_m^{-1})^{-1} \cdot (\tilde{P}_1^{-1}\tilde{x}_1 + \tilde{P}_2^{-1}\tilde{x}_2 + \cdots + \tilde{P}_m^{-1}\tilde{x}_m) \quad (7)$$

$$\tilde{P} = (\tilde{P}_1^{-1} + \tilde{P}_2^{-1} + \cdots + \tilde{P}_m^{-1})^{-1} \quad (8)$$

其中  $\tilde{x}_i$  和  $\tilde{P}_i$  分别为第  $i$  个 Kalman 滤波器的最优估计及协方差。

### 2.2 算法描述

Helmholtz 机<sup>[10]</sup>是一种新的无监督多层随机神经网络，其神经元是随机二值单元，整个网络由两种连接模型构成：识别模型与产生模型。图 1 是一个具有三层结构的 Helmholtz 机，其中识别模型由自下而上的识别偏差与权值构成，即  $R = \{r_{i,j}^{1,2}, r_{j,k}^{2,3}, Rb_{2,j}, Rb_{3,k}\}$ ,  $i = 1, 2, \dots, m$ ,  $j = 1, 2, \dots, n$ ,  $k = 1, 2, \dots, q$ ，其中  $r_{i,j}^{1,2}$  和  $r_{j,k}^{2,3}$  分别为第一层到第二层和第二层到第三层的识别权值， $Rb_{2,j}$  和  $Rb_{3,k}$  分别为第二层和第三层的识别偏差。该模型的目的是获得在输入数据的条件下隐层神经元状态的概率分布  $P(s_2, s_3 | s_1, R)$ 。由于该模型下第  $l$  层第  $i$  个神经元为激活状态，即  $s_{l,i} = 1, l = 2, 3$  的概率为

$$q_{l,i}(R, s_{l-1}) = 1 / \left[ 1 + \exp \left( -Rb_{l,i} - \sum_j s_{l-1,j} r_{j,i}^{l-1,l} \right) \right] \quad (9)$$

因此有

$$P(s_2, s_3 | s_1, R) = \prod_{l=2}^3 \prod_i (q_{l,i}(R, s_{l-1}))^{s_{l,i}} (1 - q_{l,i}(R, s_{l-1}))^{1-s_{l,i}} \quad (10)$$

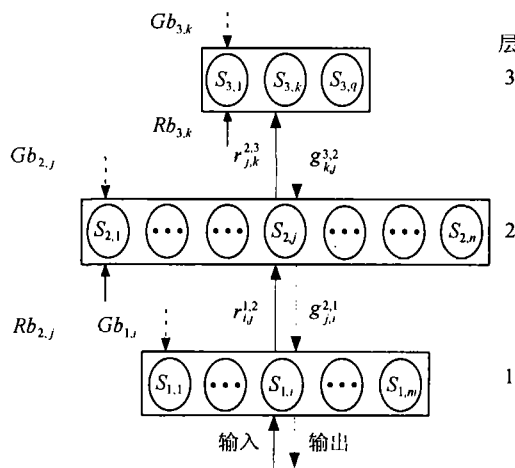


图 1 具有三层结构的 Helmholtz 机

产生模型由产生偏差与权值构成，即  $G = \{g_{k,j}^{3,2}, g_{j,i}^{2,1}, Gb_{3,k}, Gb_{2,j}, Gb_{1,i}\}$ ，其中  $g_{k,j}^{3,2}$  和  $g_{j,i}^{2,1}$  分别为第 3 层到第 2 层和第 2 层到第 1 层的产生权值， $Gb_{3,k}, Gb_{2,j}$  和  $Gb_{1,i}$  分别为第 3 层、第 2 层和第 1 层的产生偏差。该模型的目的是用隐层神经元的表达重构原始输入数据  $P(s_1 | s_2, s_3, G)$ 。由于该模型下第  $l$  层第  $i$  个神经元为激活状态，即  $s_{l,i} = 1, l = 1, 2, 3$  的概率为

$$p_{l,i}(G, s_{l+1}) = 1 / \left[ 1 + \exp \left( -Gb_{l,i} - \sum_j s_{l+1,j} g_{j,i}^{l+1,l} \right) \right] \quad (11)$$

因此有

$$P(s_1|s_2, s_3, G) = \prod_i (p_{l,i}(G, s_2))^{s_{l,i}} (1 - p_{l,i}(G, s_2))^{1-s_{l,i}} \quad (12)$$

用于 Helmholtz 机训练的 wake-sleep 算法<sup>[11]</sup> 较简单, 只利用局部  $\delta$  规则根据训练数据交替地调整识别模型与产生模型。对每一条训练数据, wake-sleep 算法的训练包括两个阶段: wake 阶段和 sleep 阶段。

在 wake 阶段, 首先用当前的识别权值确定所有隐层神经元的条件概率分布, 再根据此概率分布确定每个隐层神经元的状态, 然后根据式 (13) 调整产生权值:

$$\Delta g_{k,j}^{l,l-1} = \varepsilon s_{l,k} (s_{l-1,j} - p_{l-1,j}) \quad (13)$$

其中  $\varepsilon$  是学习速率,  $s_{l,k}$  和  $s_{l-1,j}$  是由识别模型确定的隐层神经元状态, 而  $p_{l-1,j}$  是由当前产生模型确定的神经元为激活状态的概率。在此阶段, 虽然神经元是由识别模型驱动的, 但只有产生模型作了调整, 使得每一层尽可能准确地重建下一层的状态。

在 sleep 阶段, 首先用当前的产生模型驱动整个网络, 确定每个神经元的状态, 产生一组数据, 称为虚构数据 (fantasy data), 然后根据式 (14) 调整识别权值:

$$\Delta r_{j,k}^{l,l+1} = \varepsilon s_{l,j} (s_{l+1,k} - q_{l+1,k}) \quad (14)$$

其中  $s_{l,j}$  和  $s_{l+1,k}$  是虚构数据, 而  $q_{l+1,k}$  是由当前识别模型确定的神经元为激活状态的概率。与 wake 阶段类似, 此阶段只有识别模型作了调整。

由式 (9) 和式 (11) 可知, 这种二值 Helmholtz 机的神经元的激励函数为 Sigmoid 函数, 实际上我们可以用 Gauss 函数取代 Sigmoid 函数, 从而把 Helmholtz 机推广到实数域上, 而 wake-sleep 算法同样适用。在实际中, 我们希望识别模型的调整能更有利于准确地获得产生训练数据, 而 sleep 阶段却根据虚构数据调整识别模型。在训练的初期, 虚构数据的分布与训练数据的分布差别较大, 这也正是 wake-sleep 学习算法的缺点所在, 而 HMEA 只有一个信息源, 一旦陷入局部极值, 由于它的自反馈特性, 算法不易跳出局部最优。如果算法具有多个信息源, 在某个信息源失效的情况下, 利用 Kalman 滤波机制, 算法能够“隔离”这个失效的信息源, 而使整个系统仍正常工作。同时通过多个信息源的信息反馈, 可以提高算法的搜索能力。根据此, 本文提出了基于 Kalman 滤波的 Helmholtz 机进化算法。

种群被分成  $(m+1)$  个子种群, 子种群 0# 是参考种群, 它用 Kalman 滤波器融合出的信息  $\tilde{x}(k-1)$ ,  $\tilde{P}(k-1)$  来产生下一代种群  $\text{Pop}_0^k$ ; 子种群 1# 到  $m$ # 根据训练出来的 Helmholtz 机的产生权值  $G_i^*(i=1, 2, \dots, m)$  产生种群  $\text{Pop}_i^k$ 。进一步,  $\text{Pop}_0^k$  分成  $m$  份, 每份与  $\text{Pop}_i^k$  一起选出一部分个体作为第  $i$  个 HMEA 的输入数据, HMEA 在这些数据的基础上训练 Helmholtz 机, 并估计出当前数据的均值  $\tilde{x}_i(k)$  和方差  $\tilde{P}_i(k)$ 。最后, 按照式 (7), (8) 将估计值  $\tilde{x}_i(k)$ ,  $\tilde{P}_i(k)$ , ( $i=1, 2, \dots, m$ ) 进行融合, 得到  $\tilde{x}(k)$ ,  $\tilde{P}(k)$ 。算法框图见图 2, 详细描述如下。

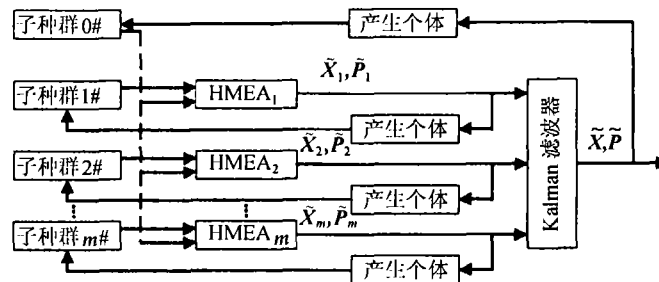


图 2 KFHMEA 框图

基于 Kalman 滤波的 Helmholtz 机进化算法

设种群的规模为  $N$ ，子种群  $i$  包含  $N_i (i = 0, 1, \dots, m)$  个个体，表示成  $\text{Pop}_i$ ，且  $N_0 + N_1 + \dots + N_m = N$ 。随机将种群  $\text{Pop}_0$  分成  $m$  等份，每份表示为  $\text{Pop}_{0,i} (i = 1, \dots, m)$ ， $\gamma$  为选择比例。

步骤 1 随机产生  $N$  个个体形成初始种群  $\text{Pop}^0$ ， $k \leftarrow 0$ ；

步骤 2 如果终止条件满足，则输出结果，停止；否则转步骤 3；

步骤 3 从  $\text{Pop}_i^k \cup \text{Pop}_{0,i}^k$  中选出最优的  $\gamma \cdot [N_i + (N_0/m)]$  个个体，第  $i$  个 HMEA 根据此数据训练 Helmholtz 机，得到产生权值  $G_i^*$ ，并估计出当前数据的均值  $\tilde{x}_i(k)$  和方差  $\tilde{P}_i(k)$ ， $i = 1, 2, \dots, m$ ；

步骤 4 按照式 (7), (8) 将  $\tilde{x}_i(k)$ ,  $\tilde{P}_i(k)$ , ( $i = 1, 2, \dots, m$ ) 进行融合，得到  $\tilde{x}(k)$ ,  $\tilde{P}(k)$ ；

步骤 5 子种群 1# 到  $m$ # 根据产生权值  $G_i^*$  产生的  $N_i - 1$  个个体与当前的最优个体一起形成  $\text{Pop}_i^{k+1} (i = 1, 2, \dots, m)$ ；而子种群 0# 则根据均值为  $\tilde{x}(k)$ 、方差为  $\tilde{P}(k)$  的正态分布产生  $N_0$  个个体，得到种群  $\text{Pop}_0^{k+1}$ ；计算  $\text{Pop}_i^{k+1}$ , ( $i = 0, 1, \dots, m$ ) 的适应度；

步骤 6  $\text{Pop}^{k+1} \leftarrow \text{Pop}_0^{k+1} \cup \text{Pop}_1^{k+1} \cup \dots \cup \text{Pop}_m^{k+1}$ ， $k \leftarrow k + 1$ ，转步骤 2。

本文方法虽然使用了多个子种群，但它与多种群的协同进化算法有根本的区别：多种群的协同进化算法只是简单地不同种群间进行个体迁移，而我们利用 Kalman 滤波的信息融合机制对各子种群的信息进行融合处理，从更深层次利用这些信息。

### 3 仿真实验

为了验证 KFHMEA 的性能，本文对 5 个标准测试函数  $f_1 \sim f_5$  进行实验，并与 HMEA 的结果进行比较。实验参数设置如下： $n = 10$ ， $N = 1000$ ， $m = 2$ ， $n_0 = 200$ ， $n_1 = n_2 = 400$ ， $\gamma = 0.2$ ，最大运行代数为 100，精度  $\varepsilon = 10^{-3}$ 。本文采用三层的 Helmholtz 机，第二层节点数为 3，最上层节点数为 1。停止准则为：如果  $f_{\min} \neq 0$ ，则考察式子  $|f_{\text{best}} - f_{\min}| < \varepsilon |f_{\min}|$  是否成立，否则考察式子  $|f_{\text{best}}| < \varepsilon$ ，此处  $f_{\min}$  和  $f_{\text{best}}$  分别表示全局最优解和到当前代为止找到的最优解。函数  $f_1$  的全局最小值为  $-10^5$ ，函数  $f_2 \sim f_5$  的全局最小值都为 0。

$$f_1(x) = -1 / (10^{-5} + \sum_{i=1}^n |y_i|), y_1 = x_1, y_i = x_i + y_{i-1}, i = 2, \dots, n, -0.16 \leq x_i \leq 0.16$$

$$f_2(x) = \frac{1}{4000n} \sum_{i=1}^n x_i^2 - \prod_{i=1}^n \cos\left(\frac{x_i}{\sqrt{i}}\right) + 1, -600 \leq x_i \leq 600$$

$$f_3(x) = \sum_{i=1}^n ((x_1 - x_i^2)^2 + (x_i - 1)^2), -10 \leq x_i \leq 10$$

$$f_4(x) = \frac{1}{10} \left\{ \sin^2(3\pi x_1) + \sum_{i=1}^{N-1} (x_i - 1)^2 [1 + \sin^2(3\pi x_{i+1})] + (x_N - 1)^2 [1 + \sin^2(2\pi x_N)] \right\}, -10 \leq x_i \leq 10$$

$$f_5(x) = \frac{\pi}{N} \left\{ 10 \sin^2(\pi y_1) + \sum_{i=1}^{N-1} (y_i - 1)^2 [1 + 10 \sin^2(\pi y_{i+1})] + (y_N - 1)^2 \right\} + \sum_{i=1}^N$$

$\times u(x_i, 10, 100, 4)$ ，其中  $y_i = 1 + (1/4)(x_i + 1)$ ， $-10 \leq x_i \leq 10$ ，

$$u(x_i, a, k, m) = \begin{cases} k(x_i - a)^m, & x_i > a \\ 0, & -a \leq x_i \leq a \\ k(-x_i - a)^m, & x_i < -a \end{cases}$$

表 1 给出了对上述 5 个函数进行 100 次试验的结果。虽然函数的变量间都有不同程度的交互作用，但由于 HMEA 有较强的描述变量间相互作用的能力，因此获得了较好的结果，不过对于函数  $f_4$  和  $f_5$ ，HMEA 仍有大约 30 次的试验没有找到全局最小值。而本文提出的 KFHMEA 显示出更优越的性能，对于这 5 个函数，算法均 100% 地找到了全局最优值，且所用的函数值计算次数均小于 HMEA，特别对于函数  $f_3 \sim f_5$ ，KFHMEA 所需的计算量分别只为 HMEA 所需计算量的 3/5, 1/5 和 3/5。这是因为 HMEA 相当于只有一个信息源的滤波器，其稳定性较差，应用在优化问题上时表现为较容易陷入局部极值，而 KFHMEA 可以从多个信息源获得信

息, 通过融合这些冗余或互补的信息并进行反馈, 增强了整个算法的鲁棒性, 同时, 由于利用了多个信息源的信息, 增强了搜索能力, 从而提高了算法的效率。

表 1 两种算法的结果比较

测试函数	找到全局最优解的实验次数		平均函数值计算次数		平均运行时间 (s)	
	KFHMEA	HMEA	KFHMEA	HMEA	KFHMEA	HMEA
$f_1$	100	95	54,095	61,500	23.12	24.45
$f_2$	100	100	28,495	30,200	11.91	11.96
$f_3$	100	100	47,906	77,100	21.13	22.18
$f_4$	100	74	11,080	54,800	3.07	7.69
$f_5$	100	70	21,859	37,400	6.19	7.42

## 4 结论

本文从 Kalman 滤波这一全新的角度分析了分布估计算法, 并指出分布估计算法相当于只有一个信息源的递归滤波器。为了改善其性能, 本文提出了一种基于 Kalman 滤波的 Helmholtz 机进化算法。它采用 Kalman 融合机制把从多个子种群获得的信息进行融合, 通过这种融合作用, 一方面降低了算法陷入局部最优的风险, 另一方面提高了算法的搜索能力。仿真实验结果表明, KFHMEA 比 HMEA 有更高稳定性、更强的全局寻优能力。

## 参 考 文 献

- [1] Muehlenbein H, Mahnig T. FDA-A scalable evolutionary algorithm for the optimization of additively decomposed function. *Evolutionary Computation*, 1999, 7(4): 353-376.
- [2] Pelikan M, et al.. BOA: the Bayesian optimization algorithm. Proceeding of the Genetic and Evolutionary Computation Conference, Orlando, Florida, USA, 1999: 525-532.
- [3] 林亚平. 概率分析进化算法及其研究进展. *计算机研究与发展*, 2001, 38(1): 43-49.
- [4] Zhang B T, Shin S Y. Bayesian evolutionary optimization using Helmholtz machines. *Parallel Problem from Nature VI, Lecture Note in Computer Science 1917*, Paris, France: Springer, 2000: 827-836.
- [5] Shin S Y, Zhang B T. Bayesian evolutionary algorithm for continuous function optimization. *The 2001 Congress on Evolutionary Computation*, Seoul, Korea, 2001: 508-515.
- [6] Zhang Q F, Muehlenbein H. On convergence of a class of optimization algorithms using estimation of distribution. <http://privatewww.essex.ac.uk/~qzhang>, 2000, 11.
- [7] Maybeck P S. *Stochastic Models, Estimation, and Control*. New York: Academic Press, 1979, Vol.1, Chapter 1.
- [8] Carlson N A. Federated square root filter for decentralized parallel process. *IEEE Trans. on Aerospace and Electronic Systems*, 1990, AES-26(3): 517-525.
- [9] Carlson N A. Federated Kalman filter simulation results. *Navigation*, 1994, 41(3): 297-321.
- [10] Dayan P, et al.. The Helmholtz machine. *Neural Computation*, 1995, 7(5): 229-904.
- [11] Hinton G E, et al.. The wake-sleep algorithm for unsupervised neural networks. *Science*, 1995, 268(5214): 1158-1161.

钟伟才: 男, 1977 年生, 博士生, 研究方向为进化计算、数据挖掘、多媒体应用、模式识别。  
 刘 静: 女, 1977 年生, 博士生, 研究方向为进化计算、数据挖掘、视频压缩、机器学习。  
 刘 芳: 女, 1963 年生, 教授, 研究方向为人工智能、模式识别、进化计算。  
 焦李成: 男, 1959 年生, 教授, 博士生导师, 研究方向为进化计算、神经网络、子波理论。