

相干 DS-SS/MPSK 系统中频差影响的简化评估

程云鹏 魏胜群 王金龙
(解放军理工大学通信工程学院 南京 210007)

摘要 该文针对单径慢衰落信道模型下的相干 DS-SS/MPSK 系统, 分析了频差对系统性能的影响, 得到了误比特率的封闭表达式。首先推导了匹配滤波解扩符号的信噪比特性和相干相位估计误差的分布; 然后给出了衰落信道中误比特率的精确积分式, 并利用 MPSK 条件误符号率的麦克劳林级数形式, 推导了 AWGN, Nakagami-m 衰落和瑞利衰落信道中 BPSK, QPSK 误比特率的简化逼近式。最后的数值结果表明: 逼近式的精度非常高, 基本没有损失, 可应用于实际系统设计和性能评估。

关键词 DS-SS, MPSK, 性能分析, 误比特率, 频差, 衰落信道

中图分类号: TN914, TN92 **文献标识号:** A **文章编号:** 1009-5896(2006)02-0217-06

Simplified Evaluation for the Effect of Frequency Offset in Coherent DS-SS/MPSK Systems

Cheng Yun-peng Wei Sheng-qun Wang Jin-long
(Institute of Communications Engineering, PLAUST, Nanjing 210007, China)

Abstract Focusing on coherent DS-SS/MPSK system in single path slow fading channel model, this paper analyzes the effect of frequency offset on system performance, and the closed-form Bit Error Rate (BER) expressions are also obtained. Firstly, the Signal Noise Ratio (SNR) characteristic of matched filter despread symbol and the distribution of coherent phase estimation error are derived. Secondly, the exact integration formula of BER for fading channel is presented, moreover, by using the Maclaurin series expansion of MPSK conditional Symbol Error Rate (SER), the simplified BER approximations for BPSK and QPSK are derived over AWGN, Nakagami-m fading and Rayleigh fading channel. Finally, numerical results show that the approximations provide excellent accuracy without loss and can be applied to practical system design and performance evaluation.

Key words DS-SS, MPSK, Performance analysis, Bit Error Rate (BER), Frequency offset, Fading channel

1 引言

在无线通信系统中, 载波频率漂移是一个普遍现象, 它主要由收发两端晶振不一致而引起, 因此, 收端要采用自动频率控制环路(AFC)来校正频差^[1-3], 但受环路控制精度限制, 难以完全矫正, 还会存在一定的残余频差, 从而对系统性能产生负面影响。

对于直接序列扩频(DS-SS)系统, 频差会引起接收扩频信号与本地扩频码相关峰值能量的损失^[2], 导致解扩符号的信噪比下降; 若系统采用MPSK调制, 那么还会影响载波相位估计^[4], 导致MPSK相干解调出现错误。因此, 如何有效地评估频差对DS-SS系统性能的影响, 对于AFC和系统的设

计是非常重要的。

文献[4]针对多径慢衰落信道下的相干 DS-SS/MPSK 系统, 利用 AFC 补偿频差和判决反馈环路来估计相干相位, 着重推导了 BPSK 的误比特率; 但公式中含有广义玛库姆(Marcum)函数, 非常复杂, 并且本质上属于多重 AWGN 信道分集接收, 并不是真正意义上的多径慢衰落信道。文献[5]针对含有导频信道的相干 DS-SS/QPSK 系统, 分析了多径快衰落信道下频差和多普勒等因素的影响。该文考虑问题比较全面, 这对于实际系统性能评估是非常有利的; 但是, 文献[5]中特定系统结构的分析难以用于其它类型的 DS-SS 系统, 如不含导频信道; 而且, DS-SS 系统的实际工作环境并非都

如此恶劣,那么运用文献[4]中复杂的误比特率公式显得多余。如:文献[4]中多径慢衰落信道,至多再考虑一下频差;若鉴于RAKE接收机结构比单一的匹配滤波(MF)结构复杂,而采用MF接收机,那么其它路径对接收路径的干扰可等效为高斯噪声^[5],这就相当于单径慢衰落信道中的MF接收。既然运用现有理论公式显得复杂,而单径慢衰落信道模型在实际DS-SS系统中经常出现,因此,非常有必要研究更为精炼和有效的性能评估方法。

在这种情况下,本文针对单径慢衰落信道模型下的相干DS-SS/MPSK系统,分析了频差对系统性能的影响,得到了误比特率的封闭形式。这些公式简洁实用,便于直接计算。第2节为信号模型,第3节为解扩符号信噪比和相干相位估计误差的特性分析。第4节为性能分析,给出了衰落信道下误比特率的精确积分式,并推导了BPSK, QPSK误比特率的封闭逼近式。第5节运用数值方法,对逼近式与精确积分式进行了比较,结果表明逼近精度非常高。最后部分为结论。

2 信号模型

本文考虑二进制DS-SS/MPSK系统,其发射机结构如图1所示。

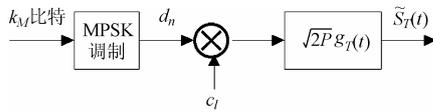


图1 发射机结构

发射信号的等效低通形式为

$$\tilde{S}_T(t) = \sqrt{2P} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} d_n \sum_{l=0}^{L-1} c_l g_T(t - lT_c - nT_s) \quad (1)$$

其中 P 为发射功率, d_n 表示 MPSK 相位调制后的符号, $d_n \in \{\exp\{j2\pi m/M\}, m=0,1,\dots,M-1\}$, k_M 个输入比特经过格雷(Gray)编码后,映射为一个符号, $M=2^{k_M}$; $c_l \in \{\pm 1\}$ 为二进制扩频码的码片, L 为扩频码长度, T_s, T_c 分别为符号和码片宽度, 并且 $L=T_s/T_c$; $g_T(t)$ 表示能量为 T_c 的平方根升余弦码片成型滤波器, 即 $\int_{-\infty}^{+\infty} |g_T(t)|^2 dt = T_c$ 。

接收机采用匹配滤波器(MF)结构,如图2所示。接收信号首先通过码片匹配滤波器 $g_R(t)$, 经过抽样,再运用本地扩频码 c_l^* 进行相关解扩、MPSK 解调,得到输出比特, $(\cdot)^*$ 表示共轭运算。在单径慢衰落信道模型下,接收信号 $\tilde{r}(t)$ 可表示为

$$\tilde{r}(t) = \sqrt{2P\beta} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} d_n \sum_{l=0}^{L-1} c_l g(t - lT_c - nT_s - \tau) \cdot e^{j(2\pi\Delta f t + \theta)} + \tilde{n}(t) \quad (2)$$

其中 $g(t) = g_T(t) * g_R(t)$, $*$ 表示卷积运算, $g(0)=1$; 若 $g(t)$

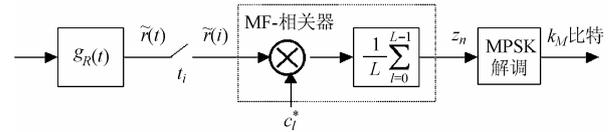


图2 MF接收机数字结构

的频谱函数记为 $G(f)$, 则 $\int_{-\infty}^{+\infty} |G(f)| df = 1$, $g_T(t), g_R(t)$

频谱函数分别为 $G_T(f) = \sqrt{T_c G(f)}$, $G_R(f) = \sqrt{G(f)/T_c}$ 。 β 为衰落幅度, τ 为信号传播时延, Δf 为残余频差, θ 为相位偏差, 由信道衰落相位和收发两端载波相位差构成。由于信道的慢衰落特性,参数 $\beta, \tau, \Delta f, \theta$ 假定在观察时间内基本保持不变。 $\tilde{n}(t)$ 表示双边功率谱密度为 $2N_0$ 的复高斯白噪声通过 $g_R(t)$ 后的输出, 其功率谱密度为 $2N_0 G(f)/T_c$ 。本节信号模型虽然针对二进制扩频码,但 c_l^* 表述使得后续推导和分析同样适用于复数扩频码。

MPSK相干解调时,需要估计相干相位,考虑到判决反馈法能够直接从数据调制信号中提取相位信息,实现结构简单,有着广泛的应用^[1,4]。这里也采用判决反馈法,如图3所示。其基本思想是利用当前若干个连续的已判决符号的相位来估计下一个待判决符号的相干相位。 N_p 为判决反馈符号个数。

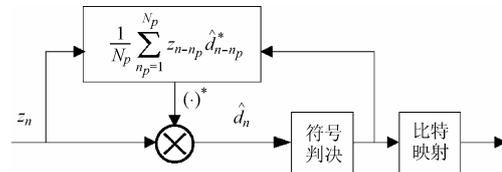


图3 基于判决反馈的 MPSK 相干解调结构

3 参数特性分析

3.1 MF解扩符号的统计特性

MF解扩条件是:时延 τ 估计正确,即 τ 的估计误差必须落在一个码片之内,甚至更小;频差 Δf 也不能过大,这两个条件由时延跟踪环路和 AFC 环路来保证。为此,假设:(1)时延估计 $\hat{\tau} \approx \tau$, 估计偏差 $\Delta\tau = \hat{\tau} - \tau \ll T_c$; (2)频差相对大小 $|\Delta f T_s| \ll 1$, 并且 $|\Delta f T_c| \ll 1$ 。那么, A/D 抽样时刻可设定为最佳时刻,即 $t_i = iT_c + \hat{\tau}$; 抽样信号 $\tilde{r}(i)$ 可表示为

$$\tilde{r}(i) = \sqrt{2P\beta} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} d_n c_l e^{j(2\pi\Delta f T_c i + \theta)} + \tilde{n}(i), \quad i = nL + l \quad (3)$$

其中 $\tilde{n}(i)$ 是均值为 0, 方差为 $\sigma_n^2 = 2N_0/T_c$ 且相互独立的复高斯随机变量。MF解扩符号 z_n 为

$$z_n = \frac{1}{L} \sum_{l=0}^{L-1} \tilde{r}(nL+l) \cdot c_l^* = d_n \sqrt{2P\beta} e^{j(2\pi\Delta f n T_s + \theta)} D(\Delta f) + w_n \quad (4)$$

其中 θ 值由初始值和一固定相位构成,为简洁仍采用同一符

号； $D(\Delta f)$ 表示相关峰值损失因子， w_n 表示均值为 0，方差为 $\sigma_w^2 = \sigma_n^2 / L = 2N_0 / T_s$ ，相互独立的复高斯随机变量，分别定义为

$$D(\Delta f) = \left| \frac{1}{L} \sum_{l=0}^{L-1} e^{j(2\pi\Delta f l T_c)} \right| = \frac{1}{L} \frac{\sin(\pi\Delta f T_s)}{\sin(\pi\Delta f T_c)} \approx \frac{\sin(\pi\Delta f T_s)}{\pi\Delta f T_s} \quad (5)$$

$$w_n = \frac{1}{L} \sum_{l=0}^{L-1} \tilde{n}(nL+l) \cdot c_l^* \quad (6)$$

定义信道码片瞬时信噪比 γ_c 和平均信噪比 $\bar{\gamma}_c$ ：

$$\gamma_c = \beta^2 \frac{PT_c}{N_0} = \beta^2 \frac{2P}{\sigma_n^2}, \quad \bar{\gamma}_c = E(\gamma_c) = E(\beta^2) \frac{2P}{\sigma_n^2} \quad (7)$$

其中 $E(\cdot)$ 表示求均值，衰落信道下 γ_c 呈现变化特性，其概率密度函数 $p(\gamma_c)$ 是 $\bar{\gamma}_c$ 的函数。那么， z_n 的符号瞬时信噪比 γ_s 和平均信噪比 $\bar{\gamma}_s$ 分别为

$$\gamma_s = \beta^2 \frac{2P \cdot D^2(\Delta f)}{\sigma_w^2} = L \cdot D^2(\Delta f) \gamma_c, \quad \bar{\gamma}_s = E(\gamma_s) = L \cdot D^2(\Delta f) \bar{\gamma}_c \quad (8)$$

从式(5)，式(8)可以看出，由于频差 Δf 的存在，MF 相关峰值上出现损失，解扩符号的平均信噪比也降低了，那么这将会对系统的误比特率产生负面影响。

3.2 相干相位估计误差的分布特性

由图 3 可知，解扩符号 z_n 的相干相位估计 $\hat{\theta}_n$ 可由 $z_{n-N_p}, \dots, z_{n-1}$ 和相应判决反馈符号 $\hat{d}_{n-N_p}, \dots, \hat{d}_{n-1}$ 得到。考虑到系统正常工作时，MPSK 未编码误符号率应比较低，如： $10^{-2} \sim 10^{-3}$ 或更低，错误判决符号对相干相位估计误差分布的影响也就非常小，可忽略不计，因此假设各个反馈符号均判决正确。定义 $\arg[\cdot] \in [0, 2\pi)$ 表示主值相位，则相干相位估计 $\hat{\theta}_n$ 可表示为

$$z_{n, N_p} = \frac{1}{N_p} \sum_{n_p=1}^{N_p} z_{n-n_p} \hat{d}_{n-n_p}^* \quad (9)$$

$$\hat{\theta}_n = \arg[z_{n, N_p}] \quad (10)$$

将式(4)代入式(9)，可得

$$z_{n, N_p} = \sqrt{2P} \beta D(\Delta f) e^{j(2\pi\Delta f T_s + \theta)} D_{N_p}(\Delta f) \cdot e^{-j\pi\Delta f T_s (N_p + 1)} + w_{n, N_p} \quad (11)$$

其中

$$D_{N_p}(\Delta f) = \left| \frac{1}{N_p} \sum_{n_p=1}^{N_p} e^{-j2\pi\Delta f T_s n_p} \right| = \frac{\sin(\pi\Delta f T_s N_p)}{N_p \sin(\pi\Delta f T_s)} \quad (12)$$

$$w_{n, N_p} = \frac{1}{N_p} \sum_{n_p=1}^{N_p} w_{n-n_p} \hat{d}_{n-n_p} \quad (13)$$

由 w_n 的相互独立性可知， w_{n, N_p} 为零均值、方差为 σ_w^2 / N_p 的复高斯随机变量。那么， z_{n, N_p} 的信噪比大小为：

$$\rho = \frac{2P\beta^2 \cdot D^2(\Delta f) D_{N_p}^2(\Delta f)}{\sigma_w^2 / N_p} = N_p D_{N_p}^2(\Delta f) \cdot \gamma_s \quad (14)$$

根据式(11)，相干相位估计 $\hat{\theta}_n$ 可进一步表示为

$$\hat{\theta}_n = 2\pi\Delta f n T_s + \theta - \pi\Delta f T_s (N_p + 1) - \phi \quad (15)$$

其中 ϕ 表示复高斯变量 w_{n, N_p} 对信号项扰动所产生的相位偏差，其概率密度函数(pdf)可表示为^[6]

$$p(\phi) = \frac{e^{-\rho}}{2\pi} + \sqrt{\frac{\rho}{4\pi}} e^{-\rho \sin^2 \phi} \cos \phi \cdot \text{erfc}(-\sqrt{\rho} \cos \phi), \quad \phi \in [-\pi, \pi] \quad (16)$$

当频差 $|\Delta f T_s| \ll 1$ 时， $D_{N_p}^2(\Delta f) \approx 1$ ， $\rho \approx N_p \gamma_s$ ；而在实际系统正常工作时，符号信噪比 γ_s 应普遍比较高，即使由于信道慢衰落特性的影响， $\rho \gg 1$ 的概率非常高。那么， ϕ 的 pdf 可逼近为

$$p(\phi) \cong \sqrt{\frac{\rho}{\pi}} e^{-\rho \phi^2} \sim N(0, \frac{1}{2\rho}), \quad \phi \in [-\pi, \pi] \quad (17)$$

即 ϕ 服从均值为 0，方差 $\sigma_\phi^2 = 1/(2\rho)$ 的正态分布。因此，相干解调符号为

$$\hat{d}_n = e^{-j\hat{\theta}_n} z_n = d_n \sqrt{2P} \beta D(\Delta f) e^{j[\pi\Delta f T_s (N_p + 1) + \phi]} + e^{-j\hat{\theta}_n} w_n \quad (18)$$

上式中，叠加在调制符号 d_n 上的相干相位估计误差为

$$\Delta\theta = \pi\Delta f T_s (N_p + 1) + \phi \quad (19)$$

可以看出，相干相位估计误差由两项构成，一项是由频差和判决反馈长度而引起的固定相位，另一项是由于噪声而产生的扰动相位，服从正态分布。那么，相位噪声 $\Delta\theta$ 服从均值 $\phi_e = \pi\Delta f T_s (N_p + 1)$ ，方差为 σ_ϕ^2 的正态分布，其概率密度函数为

$$p(\Delta\theta) \cong \sqrt{\frac{\rho}{\pi}} e^{-\rho(\Delta\theta - \phi_e)^2} \sim N(\phi_e, \sigma_\phi^2), \quad \Delta\theta \in [-\pi, \pi] \quad (20)$$

4 性能分析

4.1 MPSK 的误比特率分析

上节中，推导了解扩符号瞬时信噪比 γ_s 的表达式以及相干相位估计误差 $\Delta\theta$ 的分布，根据文献[7]中 MPSK 条件误符号率公式，对 $\Delta\theta$ ， γ_s 求统计平均，即可得到 MPSK 的平均误符号率。由于 w_n 的相互独立性， z_{n, N_p} (或 $\Delta\theta$) 与 z_n 也相互独立，因此，DS-SS/MPSK 的平均误符号率可表示为

$$P_{S, \text{MPSK}}^{\text{Fading}}(\bar{\gamma}_c) = \int_0^\infty \int_{-\pi}^\pi P_{S, \text{MPSK}}^{\text{AWGN}}(\Delta\theta, \gamma_c) p(\Delta\theta) p(\gamma_c) d\Delta\theta d\gamma_c \quad (21)$$

其中 $P_{S, \text{MPSK}}^{\text{AWGN}}(\Delta\theta, \gamma_c)$ 表示 AWGN 信道中的条件误符号率^[7]。由于 MPSK 调制前采用了 Gray 编码，因此平均误比特率为 $P_{b, \text{MPSK}}^{\text{Fading}}(\bar{\gamma}_c) = P_{S, \text{MPSK}}^{\text{Fading}}(\bar{\gamma}_c) / k_M$ 。

值得注意的是, 由于 $p(\Delta\theta)$ 是 γ_c 的函数, 式(21)是一个二重积分形式, 需要通过数值积分, 才可得到计算值, 这对于式(21)的直接运用是非常不便的。为此, 我们对式(21)进行变量代换, 并改变积分顺序, 可得

$$\begin{aligned} P_{S,\text{MPSK}}^{\text{Fading}}(\bar{\gamma}_s) &= \int_0^\infty \int_{-\pi}^\pi P_{S,\text{MPSK}}^{\text{AWGN}}(\phi_e + \phi, \gamma_s) p(\phi) p(\gamma_s) d\phi d\gamma_s \\ &= \int_0^\infty P_{S,\text{MPSK}}^{\text{AWGN}}(\gamma_s) p(\gamma_s) d\gamma_s \end{aligned} \quad (22)$$

其中

$$P_{S,\text{MPSK}}^{\text{AWGN}}(\gamma_s) = \int_{-\pi}^\pi P_{S,\text{MPSK}}^{\text{AWGN}}(\phi_e + \phi, \gamma_s) p(\phi) d\phi \quad (23)$$

由于 ϕ 服从正态分布 $N(0, 1/(2\rho))$, ϕ 普遍比较小, 因而可以将条件误符号率 $P_{S,\text{MPSK}}^{\text{AWGN}}(\phi_e + \phi, \gamma_s)$ 展开为 ϕ 的Maclaurin级数形式, 忽略高阶项, 先对 ϕ 积分, 再对 γ_s 求积分, 能够获得比式(22)更为精炼的误符号率表达式。这一思想曾用在文献[8,9]中, 不同的是: 文献[8]中运用锁相环进行BPSK, QPSK相干解调, 没有考虑频差的影响, 并且Maclaurin级数是通过忽略条件误符号率的高阶导数, 只计算一阶和二阶导数得到的^[9], 非常复杂。而本文在附录中给出了更为精炼和通用的推导过程, 从而更方便简洁地表示判决反馈BPSK, QPSK相干解调带有频差时的误比特率; 并且计算结果表明四阶导数对计算精度有着重要影响, 是不宜忽略的。

4.2 BPSK, QPSK 误比特率的闭式分析

BPSK的条件误比特率为^[7,8]

$$\begin{aligned} P_{b,\text{BPSK}}^{\text{AWGN}}(\phi_e + \phi, \gamma_s) &= \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left[\sqrt{\gamma_s} \cos(\phi_e + \phi) \right] \\ &= \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left[\sqrt{\gamma_s} (\cos\phi_e \cos\phi - \sin\phi_e \sin\phi) \right] \end{aligned} \quad (24)$$

利用 $\cos\phi \approx 1 - \phi^2/2$, $\sin\phi \approx \phi$, 可得

$$\begin{aligned} P_{b,\text{BPSK}}^{\text{AWGN}}(\phi_e + \phi, \gamma_s) &\cong \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left[\sqrt{\gamma_s} \left(\cos\phi_e - \sin\phi_e \cdot \phi - \frac{1}{2} \cos\phi_e \cdot \phi^2 \right) \right] \end{aligned} \quad (25)$$

由附录式(A-5), (A-7), (A-8)可知, AWGN, Nakagami-m衰落和瑞利衰落信道中 BPSK 误比特率为

$$\begin{aligned} P_{b,\text{BPSK}}^{\text{AWGN}}(\gamma_s) &\cong P_b^{\text{AWGN}} \left(\gamma_s, \cos\phi_e, -\sin\phi_e, -\frac{1}{2} \cos\phi_e, 2N_p D_{N_p}^2(\Delta f) \right) \end{aligned} \quad (26)$$

$$\begin{aligned} P_{b,\text{BPSK}}^{\text{Fading}}(\bar{\gamma}_s) &\cong P_b^{\text{Fading}} \left(\bar{\gamma}_s, \cos\phi_e, -\sin\phi_e, -\frac{1}{2} \cos\phi_e, 2N_p D_{N_p}^2(\Delta f) \right) \end{aligned} \quad (27)$$

其中上标Fading代表Nakagami-m和Rayleigh衰落信道。同理, QPSK的条件误比特率可表示为^[8]

$$\begin{aligned} P_{b,\text{QPSK}}^{\text{AWGN}}(\phi_e + \phi, \gamma_s) &= \frac{1}{4} \operatorname{erfc} \left[\sqrt{\gamma_s/2} (\cos(\phi_e + \phi) + \sin(\phi_e + \phi)) \right] \\ &\quad + \frac{1}{4} \operatorname{erfc} \left[\sqrt{\gamma_s/2} (\cos(\phi_e + \phi) - \sin(\phi_e + \phi)) \right] \\ &\cong \frac{1}{4} \operatorname{erfc} \left\{ \sqrt{\gamma_s/2} [(\cos\phi_e + \sin\phi_e)] \right. \\ &\quad \left. + (\cos\phi_e - \sin\phi_e)\phi - (\cos\phi_e + \sin\phi_e)\phi^2/2 \right\} \\ &\quad + \frac{1}{4} \operatorname{erfc} \left\{ \sqrt{\gamma_s/2} [(\cos\phi_e - \sin\phi_e)] - (\cos\phi_e \right. \\ &\quad \left. + \sin\phi_e)\phi - (\cos\phi_e - \sin\phi_e)\phi^2/2 \right\} \end{aligned} \quad (28)$$

令 $\alpha_1 = \cos\phi_e + \sin\phi_e$, $\alpha_2 = \cos\phi_e - \sin\phi_e$, $\alpha_4 = 2N_p D_{N_p}^2(\Delta f)$, 则 AWGN, Nakagami-m衰落和瑞利衰落信道中 QPSK 误比特率分别可表示为

$$\begin{aligned} P_{b,\text{QPSK}}^{\text{AWGN}}(\gamma_s) &\cong \frac{1}{2} P_b^{\text{AWGN}}(\gamma_s, \alpha_1, \alpha_2, -\alpha_1/2, \alpha_4) \\ &\quad + \frac{1}{2} P_b^{\text{AWGN}}(\gamma_s, \alpha_2, -\alpha_1, -\alpha_2/2, \alpha_4) \end{aligned} \quad (29)$$

$$\begin{aligned} P_{b,\text{QPSK}}^{\text{Fading}}(\bar{\gamma}_s) &\cong \frac{1}{2} P_b^{\text{Fading}}(\bar{\gamma}_s, \alpha_1, \alpha_2, -\alpha_1/2, \alpha_4) \\ &\quad + \frac{1}{2} P_b^{\text{Fading}}(\bar{\gamma}_s, \alpha_2, -\alpha_1, -\alpha_2/2, \alpha_4) \end{aligned} \quad (30)$$

5 数值结果

本节以相干 DS-SS/BPSK, QPSK 系统为例, 通过数值结果形式, 探讨了各个误比特率逼近公式(26), (27), (29), (30)与精确公式(21)的逼近关系; 同时, 为了便于评价不同频差大小对误比特率的影响, 将理想条件下(即 $\Delta\theta = 0$)的误比特率曲线作为参考, 进行比较分析。DS-SS 系统参数为: 扩频码长度 $L = 16$, 判决反馈符号个数 $N_p = 4$ 。由于误比特率是频差的偶函数, 因此只需考虑频差取非负值的情况。

图4, 图5分别给出了频差 $\Delta f T_s = 0, 1/30$ 时, 不同信道条件下相干 DS-SS/BPSK 误比特率和平均码片信噪比的关系曲线; 图6, 图7则给出了频差 $\Delta f T_s = 0, 1/60$ 时相干 DS-SS/QPSK 的误比特率曲线。通过比较各曲线, 可以得到如下几点结论。

(1) 在 AWGN, Nakagami-m衰落和瑞利衰落信道下, 相干 DS-SS/BPSK, QPSK 误比特率的逼近公式与精确公式相比, 逼近程度都非常高, 精度基本没有损失; 并且逼近公式具有封闭形式, 运算更简单, 因而可以完全替代精确公式, 用于实际系统设计和性能评估。

(2) 与理想条件下的误比特率相比, 相干相位估计误差的存在, 使得 BPSK, QPSK 的误比特率增大, 并且 QPSK

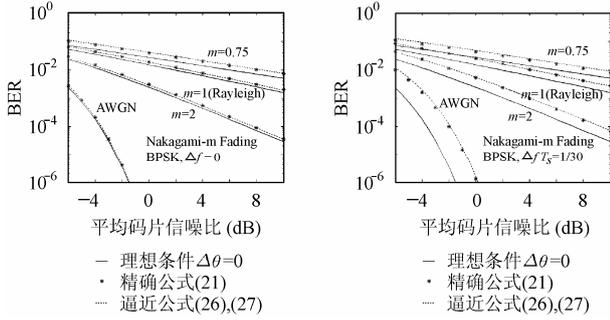


图4 误比特率~平均码片信噪比 BPSK, $\Delta T_s = 1/30$ 图5 误比特率~平均码片信噪比 BPSK, $\Delta T_s = 0$

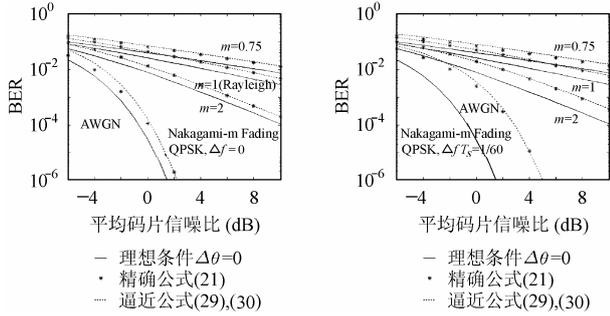


图6 误比特率~平均码片信噪比 QPSK, $\Delta T_s = 0$ 图7 误比特率~平均码片信噪比 QPSK, $\Delta T_s = 1/60$

对误差的敏感程度更大。

(3) 就相干相位估计误差两个组成部分对误比特率的影响而言, 与 $\Delta T_s = 0$ 时由噪声产生的扰动相位的负面影响相比, $\Delta T_s \neq 0$ 时由频差引起的固定相位的负面影响更大, 是导致性能降低的主要因素。这说明, 在固定频差条件下判决反馈法估计相干相位是有偏的, 若 AFC 环路较正后的残余频差 ΔT_s 越小, 则相干相位估计误差对系统性能的影响也就越小。

6 结束语

本文针对单径慢衰落信道模型下的 DS-SS/MPSK 系统, 分析了带有频差时 MPSK 相干解调的误比特率。主要做了 3 方面工作: 一是推导了匹配滤波解扩符号的信噪比特性和相干相位估计误差的分布。二是利用带有相干相位估计误差的 MPSK 条件误符号率, 给出了衰落信道中误比特率的积分公式, 但该公式比较复杂, 不便于直接应用。为了得到更精炼的表达式, 将 MPSK 条件误符号率展开为麦克劳林级数, 推导了 AWGN, Nakagami-m 衰落和瑞利衰落信道中 BPSK, QPSK 误比特率的逼近式, 这是第三方面工作。数值结果表明: 与精确积分式相比, 逼近式简洁实用, 而且逼近精度非常高, 基本没有损失。

附录

本附录推导了 BPSK 误比特率的通用表达式, 这些公式可以方便地表示 AWGN, Nakagami-m 衰落和 Rayleigh 衰落信道中 BPSK, QPSK 相干解调时的误比特率。

已知 BPSK 条件误比特率的通用形式可表示为

$$P_b^{\text{AWGN}}(\phi, \gamma) \cong \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left[\sqrt{\gamma} (\alpha_1 + \alpha_2 \phi + \alpha_3 \phi^2) \right] \quad (\text{A-1})$$

其中 γ 为瞬时信噪比, 其概率密度函数 $p(\gamma)$ 是均值 $\bar{\gamma}$ 的函数; ϕ 表示随机相位, 其概率密度函数 $p(\phi)$ 为正态分布 $N(0, \sigma_\phi^2)$, 并且 $\sigma_\phi^2 = E(\phi^2) = 1/(\alpha_4 \gamma)$, $E(\phi^4) = 3\sigma_\phi^4$; $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$ 为常数; 则 AWGN 信道中的 BPSK 误比特率公式可表示为

$$P_b^{\text{AWGN}}(\gamma) = \int_{-\pi}^{\pi} P_b^{\text{AWGN}}(\phi, \gamma) p(\phi) d\phi \quad (\text{A-2})$$

衰落信道中的 BPSK 误比特率公式为

$$P_b^{\text{Fading}}(\bar{\gamma}) = \int_0^{\infty} P_b^{\text{AWGN}}(\gamma) p(\gamma) d\gamma \quad (\text{A-3})$$

下面详细推导式(A-2), (A-3)中的误比特率公式。

式(A-1)可以进一步表示为

$$\begin{aligned} P_b^{\text{AWGN}}(\phi, \gamma) &\cong \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{\sqrt{\gamma}(\alpha_1 + \alpha_2 \phi + \alpha_3 \phi^2)}^{\infty} e^{-t^2} dt \\ &\cong \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{\sqrt{\gamma} \alpha_1}^{\infty} e^{-t^2} dt + \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{\sqrt{\gamma}(\alpha_1 + \alpha_3 \phi^2)}^{\sqrt{\gamma} \alpha_1} e^{-t^2} dt \\ &\quad + \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{\sqrt{\gamma}(\alpha_1 + \alpha_2 \phi + \alpha_3 \phi^2)}^{\sqrt{\gamma}(\alpha_1 + \alpha_3 \phi^2)} e^{-t^2} dt \end{aligned} \quad (\text{A-4})$$

上式第一项为 $\frac{1}{2} \operatorname{erfc}(\sqrt{\gamma} \alpha_1)$, 第二项近似为

$$\begin{aligned} \frac{1}{\sqrt{\pi}} e^{-\gamma(\alpha_1 + \alpha_3 \phi^2)^2} (-\sqrt{\gamma} \alpha_3 \phi^2) &\cong \frac{1}{\sqrt{\pi}} e^{-\gamma(\alpha_1^2 + 2\alpha_1 \alpha_3 \phi^2)} (-\sqrt{\gamma} \alpha_3 \phi^2) \\ &\cong \frac{1}{\sqrt{\pi}} e^{-\gamma \alpha_1^2} (1 - 2\gamma \alpha_1 \alpha_3 \phi^2) (-\sqrt{\gamma} \alpha_3 \phi^2) \\ &= \sqrt{\frac{\gamma}{\pi}} e^{-\gamma \alpha_1^2} (2\gamma \alpha_1 \alpha_3^2 \phi^4 - \alpha_3 \phi^2) \end{aligned}$$

第三项近似为

$$\begin{aligned} \frac{1}{\sqrt{\pi}} e^{-\gamma(\alpha_1 + \alpha_2 \phi + \alpha_3 \phi^2)^2} (-\sqrt{\gamma} \alpha_2 \phi) &\cong \frac{1}{\sqrt{\pi}} e^{-\gamma(\alpha_1^2 + 2\alpha_1 \alpha_2 \phi + (\alpha_2^2 + 2\alpha_1 \alpha_3) \phi^2 + 2\alpha_2 \alpha_3 \phi^3)} (-\sqrt{\gamma} \alpha_2 \phi) \\ &\cong \frac{1}{\sqrt{\pi}} e^{-\gamma \alpha_1^2} [1 - \gamma(2\alpha_1 \alpha_2 \phi + (\alpha_2^2 + 2\alpha_1 \alpha_3) \phi^2 + 2\alpha_2 \alpha_3 \phi^3) \\ &\quad + \gamma^2 2\alpha_1^2 \alpha_2^2 \phi^2 + \gamma^2 2\alpha_1 \alpha_2 (\alpha_2^2 + 2\alpha_1 \alpha_3) \phi^3] (-\sqrt{\gamma} \alpha_2 \phi) \\ &= \sqrt{\frac{\gamma}{\pi}} e^{-\gamma \alpha_1^2} [-\alpha_2 \phi + 2\gamma \alpha_1 \alpha_2^2 \phi^2 + \gamma(\alpha_2^3 + 2\alpha_1 \alpha_2 \alpha_3 - 2\gamma \alpha_1^2 \alpha_2^3) \phi^3 \\ &\quad + 2\gamma \alpha_2^2 \alpha_3 \phi^4 - 2\gamma^2 \alpha_1 \alpha_2^2 (\alpha_2^2 + 2\alpha_1 \alpha_3) \phi^4] \end{aligned}$$

将上述三项代入式(A-2)积分, 并利用 $p(\phi)$ 的偶对称性, 可

得 AWGN 信道中 BPSK 误比特率为

$$\begin{aligned}
 P_b^{\text{AWGN}}(\gamma, \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4) & \\
 & \cong \frac{1}{2} \operatorname{erfc}(\sqrt{\gamma} \alpha_1) + \sqrt{\frac{\gamma}{\pi}} e^{-\gamma \alpha_1^2} [6\gamma \alpha_1 \alpha_3^2 \sigma_\phi^4 - \alpha_3 \sigma_\phi^2] \\
 & + \sqrt{\frac{\gamma}{\pi}} e^{-\gamma \alpha_1^2} [2\gamma \alpha_1 \alpha_2^2 \sigma_\phi^2 + 6\gamma \alpha_2^2 \alpha_3 \sigma_\phi^4 - 6\gamma^2 \alpha_1 \alpha_2^2 (\alpha_2^2 + 2\alpha_1 \alpha_3) \sigma_\phi^4] \\
 & \cong \frac{1}{2} \operatorname{erfc}(\sqrt{\gamma} \alpha_1) + C_1 \sqrt{\frac{1}{\pi \gamma}} e^{-\gamma \alpha_1^2} + C_2 \sqrt{\frac{\gamma}{\pi}} e^{-\gamma \alpha_1^2} \quad (\text{A-5})
 \end{aligned}$$

其中, $C_1 = \frac{6\alpha_1 \alpha_3^2 + 6\alpha_2^2 \alpha_3 - \alpha_3 \alpha_4}{\alpha_4^2}$, $C_2 = \frac{2\alpha_1 \alpha_2^2 (\alpha_4 - 3\alpha_2^2 - 6\alpha_1 \alpha_3)}{\alpha_4^2}$.

与上述推导过程相比, 文献[8,9]中忽略了 ϕ 的四阶项 ϕ^4 , 式(A-5)中就相应少了 σ_ϕ^4 项, 那么计算精度自然受到了影响。

Nakagami-m 衰落信道中, 瞬时信噪比 γ 的概率密度函数为

$$p(\gamma) = \frac{\gamma^{m-1}}{\Gamma(m)} \left(\frac{m}{\gamma}\right)^m e^{-m\gamma/\bar{\gamma}}, \quad \gamma \geq 0 \quad (\text{A-6})$$

其中 m 为衰落指数, $m \geq 1/2$, $\Gamma(\cdot)$ 表示 gamma 函数,

$\Gamma(m) = \int_0^\infty e^{-t} t^{m-1} dt$ 。将式(A-5), (A-6)代入式(A-3)积分, 可

得 Nakagami-m 衰落信道中 BPSK 误比特率为

$$\begin{aligned}
 P_b^{\text{Nakagami-m}}(\bar{\gamma}, \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4) & \cong \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\bar{\gamma} \alpha_1^2}{\pi}} \frac{m^m}{(m + \bar{\gamma} \alpha_1^2)^{m+1/2}} \frac{\Gamma(m + \frac{1}{2})}{\Gamma(m+1)^2} \\
 & \cdot {}_2F_1\left(1, m + \frac{1}{2}; m + 1; \frac{m}{m + \bar{\gamma} \alpha_1^2}\right) + C_1 \frac{\Gamma(m - \frac{1}{2})}{\sqrt{\pi \bar{\gamma}} \Gamma(m)} \frac{m^m}{(m + \bar{\gamma} \alpha_1^2)^{m-1/2}} \\
 & + C_2 \sqrt{\frac{\bar{\gamma}}{\pi}} \frac{\Gamma(m + \frac{1}{2})}{\Gamma(m)} \frac{m^m}{(m + \bar{\gamma} \alpha_1^2)^{m+1/2}} \quad (\text{A-7})
 \end{aligned}$$

其中 ${}_2F_1(\cdot; \cdot; \cdot)$ 表示高斯超几何函数^[10]。当 $m=1$ 时, Nakagami-m 衰落信道即为瑞利衰落信道, 因此, 将 $m=1$ 代入式(A-7), 可得瑞利衰落信道中 BPSK 误比特率为

$$\begin{aligned}
 P_b^{\text{Rayleigh}}(\bar{\gamma}, \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4) & \cong \frac{1}{2} \left[1 - \sqrt{\frac{\bar{\gamma} \alpha_1^2}{1 + \bar{\gamma} \alpha_1^2}} \right] + C_1 \frac{1}{\sqrt{\bar{\gamma}} (1 + \bar{\gamma} \alpha_1^2)} \\
 & + C_2 \frac{\sqrt{\bar{\gamma}}}{(1 + \bar{\gamma} \alpha_1^2)^{3/2}} \quad (\text{A-8})
 \end{aligned}$$

参考文献

- [1] Proakis J G. Digital Communication, 3rd ed. [M]. New York: McGraw-Hill, 1995, chapter 6.
- [2] Viterbi A J. CDMA: Principles of Spread Spectrum

3.

- [3] Dandrea A N, Mengali U. Noise performance of two frequency-error detectors derived from maximum likelihood estimation methods [J]. *IEEE Trans. on Commun.*, 1994, 42(2/3/4): 793 – 802.
- [4] Fawer U. A coherent spread-spectrum diversity receiver with AFC for multipath fading channels [J]. *IEEE Trans. on Commun.*, 1994, 42(2/3/4): 1300 – 1311.
- [5] Ko S J, Lee K H, Choi H J. Performance of coherent DS-SS/QPSK for mobile communication in fast-fading multipath and high-frequency offset [J]. *IEEE Trans. on Veh. Technol.*, 2001, 50(1): 250 – 266.
- [6] Pawula R F. Distribution of the phase angle between two vectors perturbed by Gaussian noise II [J]. *IEEE Trans. on Veh. Technol.*, 2001, 50(3): 576 – 583.
- [7] Simon M K, Divsalar D. Some new twists to problems involving the Gaussian probability integral [J]. *IEEE Trans. on Commun.*, 1998, 46(2): 200 – 210.
- [8] Simon M K, Alouini M S. Simplified noisy reference loss evaluation for digital communication in the presence of slow fading and carrier phase error [J]. *IEEE Trans. on Veh. Technol.*, 2001, 50(2): 480 – 486.
- [9] Simon M K. Error probability performance of unbalanced QPSK receivers [J]. *IEEE Trans. on Commun.*, 1978, 26(9): 1390 – 1397.
- [10] 《数学手册》编写组. 数学手册[M]. 北京: 高等教育出版社 2000: 617 – 618.

程云鹏: 男, 1977年生, 博士, 从事移动通信、短波通信、扩频系统等方面的研究工作。曾获军队科技进步一等奖一项, 在国际会议和级学报上发表学术论文 10 余篇。

魏胜群: 男 1979年生, 博士生, 研究方向为扩频通信、移动通信和通信信号处理。

王金龙: 男, 1963年生, 博士, 现为通信工程学院副院长、首席教授、博士生导师。曾获军队科技进步一等奖三项, 二等奖一项, 主要研究方向涉及移动通信、短波通信、信号处理和软件无线电等领域。