

矢量水听器阵列在分界面上的空间谱估计

邓大新^① 林春生^① 黄滨^② 龚沈光^①
^①(海军工程大学兵器工程系 武汉 430033)
^②(海军工程大学电气工程系 武汉 430033)

摘要 矢量水听器通常由3个空间轴向垂直的振速水听器和1个声压水听器构成,可同时测量水声信号的振速和声压。为了了解复杂分界面上矢量水听器阵列的定向性能,根据分界面上平面波的反射模型,提出了改进的Bartlett和Capon空间谱,建立了统一框架,并且以绝对硬边界为例,对矢量水听器阵和声压水听器阵的定向性能进行了比较。仿真实验结果证明了该方法的正确性。

关键词 矢量水听器,阵列信号处理,空间谱,分界面,DOA估计

中图分类号: TP212, TN911.7 文献标识码: A 文章编号: 1009-5896(2006)03-0476-04

Spatial Spectrum Estimation Using Vector Hydrophone Array in a Reflecting Boundary

Deng Da-xin^① Lin Chun-sheng^① Huang Bin^② Gong Shen-guang^①
^①(Dept. of Weaponry Eng., Naval Univ. of Engineering, Wuhan 430033, China)
^②(Dept. of Electrical Eng., Naval Univ. of Engineering, Wuhan 430033, China)

Abstract The vector hydrophone is composed of three spatially co-located but orthogonal oriented velocity hydrophone plus another co-located pressure hydrophone. To understand the performance of DOA estimation using vector hydrophone array in a reflecting boundary, based on the reflecting model of plan acoustic wave, the improved Bartlett and Capon spatial spectrum are presented, and then the general frame is set up. The ability of DOA estimation using vector hydrophone array is also compared with that of pressure hydrophone array in rigid boundary. Finally numerical experimentatal results show its validity.

Key words Vector hydrophone, Array signal processing, Spatial spectrum, Reflect boundary, DOA estimation

1 引言

声波波达方向(DOA)估计是水声信号处理的重要内容之一。近年来,随着矢量水听器技术的蓬勃发展,它为该课题的深入研究注入了新的活力。矢量水听器通常由3个空间轴向垂直的振速水听器和1个声压水听器构成,可同时测量水声信号的振速和声压 $\{v_x, v_y, v_z, p\}$ 。由于矢量水听器本身固有的方向敏感性和测量信息量的增大,采用矢量水听器阵列的DOA估计的性能比较优良。在以往的研究中,都是研究矢量水听器阵列布放在自由场中的情形^[1-3]。但是在实际应用中,采用矢量水听器阵列的声呐往往位于各种复杂的分界面上^[4,5],例如:艇壳声呐,水听器镶嵌在艇壳中,比拖曳声呐操作更方便;用于长期预警的海底声呐,水听器固定在海

底;声呐定向浮标,水听器位于海面下,与浮标相连。因此,研究分界面上采用矢量水听器阵列的DOA估计方法具有重要的理论和应用价值。经典方法中的常规波束形成法(Bartlett)和现代谱中的最小方差无畸变法(Capon)^[6]是两种典型的空间谱估计方法。本文根据分界面上平面波的反射模型^[7],提出了改进的Bartlett和Capon空间谱,建立了统一框架。并且以绝对硬边界为例,对矢量水听器阵和声压水听器阵的定向性能的进行了比较。仿真实验结果证明了该方法的正确性。

2 测量模型

假设存在两种无限均匀介质,其中上介质为流体,下介质为流体或固体,它们的分界面为无限大平面。平面声波从

上介质入射到下介质中, $\phi \in [0, 2\pi]$ 为入射声波的方位角,

$\psi \in [0, \pi/2]$ 为入射声波的升角, \mathbf{u} 为入射声波的波矢方向矢量。

以距离分界面为 d 的水平面为 xoy 平面, 以垂直方向为 z 轴, 指向上为正, 建立坐标系。矢量水听器位于 $\mathbf{r} = [x, y, 0]^T$ 处。

则 t 时刻在位置 \mathbf{r} 处产生的入射声波声压和反射声波声压分别表示为

$$p_i(\mathbf{r}, t) = p_0 e^{j(\omega t - \mathbf{k}_i^T \mathbf{r})} \quad (1)$$

$$p_r(\mathbf{r}, t) = p_0 R(\psi) e^{j(\omega t - \mathbf{k}_r^T \mathbf{r})} \quad (2)$$

式中 p_0 为入射波声压幅度, \mathbf{k}_i 和 \mathbf{k}_r 为入射波和反射波的波矢, ω 为角频率, $R(\psi)$ 为反射系数, 是升角 ψ 的函数, T 为转置符号。

在均匀流体介质中, 在入射声波和反射声波在位置 \mathbf{r} 处的振速 $\mathbf{v}(\mathbf{r}, t)$ 和声压 $p(\mathbf{r}, t)$ 都满足欧拉方程, 即

$$\mathbf{v}(\mathbf{r}, t) = -\frac{p(\mathbf{r}, t)}{\omega \rho_0} \mathbf{k} \quad (3)$$

式中 ρ_0 为介质的密度, c 为声速, \mathbf{k} 为波矢。

考虑到 $p(\mathbf{r}, t)$ 和 $\mathbf{v}(\mathbf{r}, t)$ 仅仅是位置矢量 \mathbf{r} 的函数, 为简化起见, 省略时间变量 t , 记为 $p(\mathbf{r})$ 和 $\mathbf{v}(\mathbf{r})$, 则矢量水听器所测得的 $p(\mathbf{r})$ 和 $\mathbf{v}(\mathbf{r})$ 为入射声波和反射声波的叠加,

$$p(\mathbf{r}) = p_0 e^{-j(\mathbf{k}_x x + \mathbf{k}_y y)} (1 + R(\psi) e^{j2k_z d}) \quad (4)$$

$$\mathbf{v}(\mathbf{r}) = p_0 \frac{e^{-j(\mathbf{k}_x x + \mathbf{k}_y y)}}{\omega \rho_0} \begin{bmatrix} k_x (1 + R(\psi) e^{j2k_z d}) \\ k_y (1 + R(\psi) e^{j2k_z d}) \\ k_z (1 - R(\psi) e^{j2k_z d}) \end{bmatrix} \quad (5)$$

式中 k_x 、 k_y 、 k_z 为入射声波的波矢的分量,

$$\mathbf{k} = \begin{bmatrix} k_x \\ k_y \\ k_z \end{bmatrix} = -\frac{\omega}{c} \begin{bmatrix} \cos \phi \cos \psi \\ \sin \phi \cos \psi \\ \sin \psi \end{bmatrix} = -\frac{\omega}{c} \mathbf{u} \quad (6)$$

将 k_x 、 k_y 、 k_z 代入式(4), 式(5), 将振速的测量值乘以因子 $-\rho_0 c$ 进行归一化。写成矩阵形式,

$$\begin{bmatrix} p(\mathbf{r}) \\ \mathbf{v}(\mathbf{r}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_p \\ \mathbf{x}_v \end{bmatrix} = p_0 e^{j2\pi \mathbf{r}^T \mathbf{u}} \cdot \begin{bmatrix} 1 + R(\psi) e^{-j\theta} \\ 1 + R(\psi) e^{-j\theta} \\ 1 + R(\psi) e^{-j\theta} \\ 1 - R(\psi) e^{-j\theta} \end{bmatrix} \odot \begin{bmatrix} 1 \\ \mathbf{u} \end{bmatrix} \quad (7)$$

式中 $\theta = 4\pi d \sin \psi$, \odot 为 Schur-Hadamard 积。

3 空间谱估计

假如 m 元矢量水听器阵列位于或接近于 $z=0$ 的分界面上, 它们的位置矢量为 $\mathbf{r}_1, \dots, \mathbf{r}_m$ 。1 个窄带声源 $p(t)$ 入射到 m 元矢量水听器阵列上, 则阵列的输出为^[1]

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{a}(\boldsymbol{\theta}) p_0(t) + \mathbf{n}(t) \quad (8)$$

式中 $\boldsymbol{\theta} = [\phi, \psi]^T$ 为 DOA; $p_0(t)$ 为 $p(t)$ 的复包络; $\mathbf{n}(t)$ 为阵列上各水听器(包括声压水听器和质点振速水听器)的噪声; $\mathbf{a}(\boldsymbol{\theta})$ 为矢量水听器的方向矢量, 为

$$\mathbf{a}(\boldsymbol{\theta}) = \mathbf{a}_p(\boldsymbol{\theta}) \otimes \mathbf{h}(\boldsymbol{\theta}) \quad (9)$$

式中 $\mathbf{a}_p(\boldsymbol{\theta}) = [e^{j2\pi \mathbf{r}_1^T \mathbf{u}}, \dots, e^{j2\pi \mathbf{r}_m^T \mathbf{u}}]^T$, 为标量(声压)水听器阵列的方向矢量; \otimes 为直积(Kronecker 积);

$$\mathbf{h}(\boldsymbol{\theta}) = \begin{bmatrix} 1 + R(\psi) e^{-j\theta} \\ 1 + R(\psi) e^{-j\theta} \\ 1 + R(\psi) e^{-j\theta} \\ 1 - R(\psi) e^{-j\theta} \end{bmatrix} \odot \begin{bmatrix} 1 \\ \mathbf{u} \end{bmatrix}$$

假设 $p_0(t)$ 的功率为 σ_s^2 。噪声为平稳、高斯、零均值白噪声, 且互不相关, 与目标声源不相关。声压水听器的噪声方差均为 σ_p^2 , 振速水听器的噪声方差均为 σ_v^2 。这样, 信号和噪声的协方差矩阵分别为

$$E[p_0(t) p_0^H(t)] = \sigma_s^2 \quad (10)$$

$$E[\mathbf{n}(t) \mathbf{n}^H(t)] = \mathbf{I}_{4m} \otimes \begin{bmatrix} \sigma_p^2 & 0 \\ 0 & \sigma_v^2 \end{bmatrix} \quad (11)$$

若假设 $\sigma_p^2 = \sigma_v^2 = \sigma^2$, 则有

$$E[\mathbf{n}(t) \mathbf{n}^H(t)] = \sigma^2 \mathbf{I}_{4m} \quad (12)$$

对矢量水听器阵列各阵元的 m 组, 每组 4 个输出信号加权求和, 可得阵列输出为

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{w}^H(\boldsymbol{\theta}) \mathbf{x}(t) \quad (13)$$

式中 $\mathbf{w}(\boldsymbol{\theta})$ 为 $4m$ 维加权矢量, $\mathbf{y}(t)$ 的平均功率为

$$P(\boldsymbol{\theta}) = E[|\mathbf{y}(t)|^2] = \mathbf{w}^H(\boldsymbol{\theta}) \mathbf{R}_x \mathbf{w}(\boldsymbol{\theta}) \quad (14)$$

式中 \mathbf{R}_x 为 $\mathbf{x}(t)$ 的协方差矩阵, 即

$$\mathbf{R}_x = \sigma_s^2 \mathbf{a}^H(\boldsymbol{\theta}) \mathbf{a}(\boldsymbol{\theta}) + \sigma^2 \mathbf{I}_{4m} \quad (15)$$

在 $\boldsymbol{\theta}$ 等于目标声源的波达方向 $\boldsymbol{\theta}_0$ 时, 有

$$\mathbf{R}_x = \sigma_s^2 \mathbf{a}^H(\boldsymbol{\theta}_0) \mathbf{a}(\boldsymbol{\theta}_0) + \sigma^2 \mathbf{I}_{4m} \quad (16)$$

令 $\mathbf{w}(\boldsymbol{\theta}) = \mathbf{a}(\boldsymbol{\theta})$, 即可得到常用的 Bartlett 空间谱。考虑到在分界面上, $|\mathbf{h}(\boldsymbol{\theta})|^2$ 的值不是常数, 而是 $\boldsymbol{\theta}$ 的函数。为了消除 $|\mathbf{h}(\boldsymbol{\theta})|^2$ 的影响, 将 Bartlett 空间谱对 $|\mathbf{h}(\boldsymbol{\theta})|^2$ 进行归一化处理后可得

$$P^B(\boldsymbol{\theta}) = \mathbf{a}^H(\boldsymbol{\theta}) \mathbf{R}_x \mathbf{a}(\boldsymbol{\theta}) / |\mathbf{h}(\boldsymbol{\theta})|^2 \quad (17)$$

将 $\mathbf{a}(\boldsymbol{\theta})$ 和 \mathbf{R}_x 代入式(17), 并作归一化处理后可得

$$P_v^B(\theta) = \frac{\rho |a_p^H(\theta) a_p(\theta_0)|^2 \cdot |h^H(\theta) h(\theta_0)|^2 + m |h(\theta)|^2}{m |h(\theta)|^2 (\rho m |h(\theta_0)|^2 + 1)} \quad (18)$$

式中 $\rho = \sigma_s^2 / \sigma^2$, 为信噪比。

令 $w(\theta) = \frac{R_x^{-1} a(\theta)}{a^H(\theta) R_x^{-1} a(\theta)}$, 即可得常用的 Capon 空间谱。

同理, 为了消除 $|h(\theta)|^2$ 的影响, 将 Capon 空间谱对 $|h(\theta)|^2$ 进行归一化处理后可得

$$P^C(\theta) = |h(\theta)|^2 / (a^H(\theta) R_x^{-1} a(\theta)) \quad (19)$$

根据矩阵求逆公式求得 R_x 的逆矩阵为

$$R_x^{-1} = \frac{1}{\sigma^2} \left(I_{4m} - \frac{\rho a(\theta_0) a^H(\theta_0)}{1 + \rho a^H(\theta_0) a(\theta_0)} \right) \quad (20)$$

将 $a(\theta)$ 和 R_x^{-1} 代入式(20), 并作归一化处理后可得

$$P_v^C(\theta) = \frac{m |h(\theta)|^2}{m |h(\theta)|^2 + \rho m^2 |h(\theta)|^2 \cdot |h(\theta_0)|^2 - \rho |a_p^H(\theta) a_p(\theta_0)|^2 \cdot |h^H(\theta) h(\theta_0)|^2} \quad (21)$$

4 绝对硬边界上矢量水听器阵和声压水听器阵定向性能的比较

考虑到在不同分界面上, 对于相同阵形的矢量水听器阵或声压水听器阵, 由于 $|h(\theta)|$ 的不同, 导致空间谱的性能差异。因此下面以绝对硬边界为例, 对矢量水听器阵和声压水听器阵定向性能进行比较。

对于平坦的岩石海底和坚硬的艇壳符合这种情况。此时, $R(\psi)=1$, 边界上的法向振速为零。令 $d=0$, 则声压和 xoy 平面内的振速加倍, 相当于信噪比为自由场中的 4 倍, 其空间谱小于自由场中的空间谱, 表现为谱峰更尖锐。若采用矢量水听器阵, 此时有 $h(\theta) = [1, \sin \phi \cos \psi, \sin \phi \cos \psi]^T$, $|h(\theta)|^2 = 1 + \cos^2(\psi)$, $|h(\theta_0)|^2 = 1 + \cos^2(\psi_0)$, $|h^H(\theta) h(\theta_0)| = 1 + \cos(\psi) \cos(\psi_0) \cos(\phi - \phi_0)$ 。为了对二维 DOA 进行估计, 可以采用直线阵或二维阵。若采用声压水听器阵, 有 $h(\theta) = h(\theta_0) = 1$, 采用直线阵无法对二维 DOA 进行估计, 必须采用二维阵。将 $h(\theta) = h(\theta_0) = 1$ 代入式(18), 式(21), 得到声压水听器阵的 Bartlett 空间谱和 Capon 空间谱为

$$P_p^B(\theta) = \frac{\rho |a_p^H(\theta) a_p(\theta_0)|^2 + m}{m(\rho m + 1)} \quad (22)$$

$$P_p^C(\theta) = \frac{m}{m |h(\theta)|^2 + \rho m^2 - \rho |a_p^H(\theta) a_p(\theta_0)|^2} \quad (23)$$

由式(18)和式(21)、式(22)和式(23)可见

$$\begin{cases} P_p^B(\theta) = P_v^B(\theta); & P_p^C(\theta) = P_v^C(\theta); & \text{当 } \theta = \theta_0 \text{ 时} \\ P_p^B(\theta) > P_v^B(\theta); & P_p^C(\theta) > P_v^C(\theta); & \text{当 } \theta \neq \theta_0 \text{ 时} \end{cases} \quad (24)$$

由式(24)可见, 无论是 Bartlett 空间谱, 还是 Capon 空间谱, 矢量水听器阵的空间谱的主瓣比声压水听器阵的主瓣更尖锐, 旁瓣更低。主瓣尖锐说明矢量水听器阵的 DOA 的估计精度和分辨率高于声压水听器阵的。旁瓣更低则说明在相同的输入信噪比下, 矢量水听器可以采用低于声压水听器阵的谱峰检测阈。

由式(18)和式(21)可见, 对于任意阵形的水听器阵都有

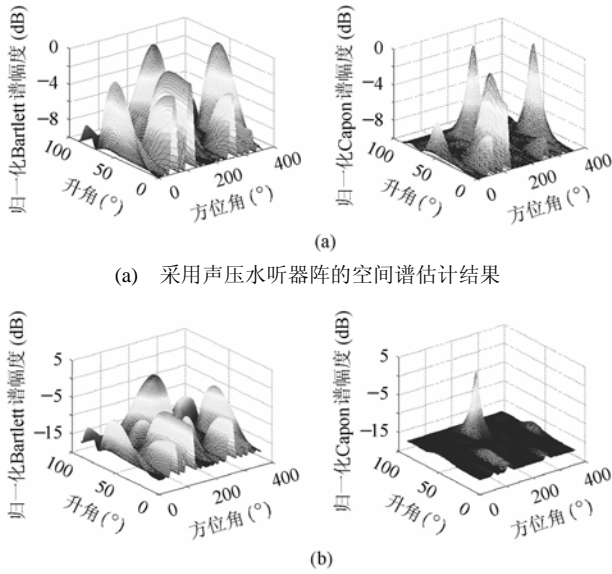
$$\begin{cases} P_v^B(\theta) = P_v^B(\theta_0); & P_v^C(\theta) = P_v^C(\theta_0); & \text{当 } \theta = \theta_0 \text{ 时} \\ P_v^B(\theta) < P_v^B(\theta_0); & P_v^C(\theta) < P_v^C(\theta_0); & \text{当 } \theta \neq \theta_0 \text{ 时} \end{cases} \quad (25)$$

由式(25)可见, 对于单个声源而言, 矢量水听器阵的空间谱具有唯一谱峰。因此, 采用任意阵形包括线阵、平面阵甚至单个阵元都可以无模糊定位。在空间谱分析中, 当相邻阵元间距大于半波长时, 将产生空间混叠, 在空间谱中出现不对应于真实 DOA 的栅瓣。对于声压水听器阵, 混叠所引起的栅瓣谱峰与对应于真实 DOA 的主瓣谱峰等高, 从而产生方向模糊。对于矢量水听器阵, 由于 $|h^H(\theta) h(\theta_0)|$ 项的存在, 在栅瓣所对应的方向上, 空间谱达不到最大值, 因而混叠产生的谱峰不再与主瓣谱峰等高, 仍可无模糊地确定 DOA, 即具有抗空间混叠的能力。

5 仿真实验

假设 1 个窄带声源以 $(\phi, \psi) = (200^\circ, 70^\circ)$ 入射到 3×3 平面阵, 相邻阵元间距 $\Delta = \lambda$, λ 为波长, $\rho = 1$ (信噪比为 0dB)。分别采用声压水听器阵和矢量水听器, 计算得到归一化 Bartlett 空间谱和 Capon 空间谱见图 1。

由图 1 可见, 当采用声压水听器阵时, Bartlett 空间谱和 Capon 空间谱在 $(\phi, \psi) = (200^\circ, 70^\circ)$ 处有一主瓣, 主瓣谱峰约为 10dB。在其它处还存在栅瓣, 有的栅瓣谱峰与主瓣谱峰等高, 因此产生了方向模糊; 当采用矢量水听器阵时, Bartlett 空间谱和 Capon 空间谱在 $(\phi, \psi) = (200^\circ, 70^\circ)$ 处有一主瓣, 主瓣谱峰约为 20dB。在其它处同样存在栅瓣, 但栅瓣谱峰低



(a) 采用声压水听器阵的空间谱估计结果

(b) 采用矢量水听器阵的空间谱估计结果

图 1 矢量水听器阵和声压水听器阵定向性能的比较

于主瓣谱峰, 因此能够实现无模糊定向和抗空间混叠。此外, 相比声压水听器阵的空间谱, 矢量水听器阵的空间谱的主瓣更尖锐, 旁瓣更低, 因此具有较高的估计精度和分辨率、较低检测阈。

保持其它条件不变, 采用单个矢量水听器, 计算得到其归一化 Bartlett 空间谱和 Capon 空间谱见图 2。

由图 2 可见, Bartlett 空间谱和 Capon 空间谱在 $(\phi, \psi) = (200^\circ, 70^\circ)$ 处具有唯一谱峰。因此采用单个矢量水听器, 能够实现无模糊定向。

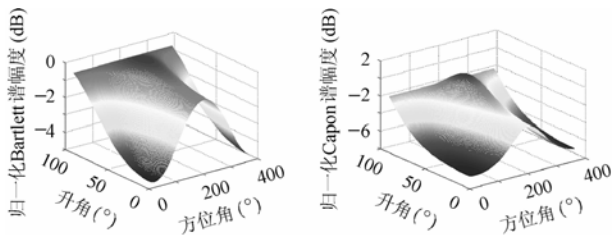


图 2 单阵元定向

6 结束语

本文根据分界面上平面波的反射模型, 提出了改进的 Bartlett 和 Capon 空间谱, 建立了统一框架。并且以绝对硬边界为例, 对矢量水听器阵和声压水听器阵的定向性能进行了

比较。研究结果表明在绝对硬边界上, 法向振速为零, 声压和 xoy 平面内的振速加倍, 信噪比为自由场中的 4 倍, 其空间谱小于自由场中的空间谱, 表现为谱峰更尖锐。若采用矢量水听器阵, 为了对二维 DOA 进行估计, 可以采用直线阵或二维阵。在相同阵形的情况下, 相比声压水听器阵而言, 采用矢量水听器阵的定向具有较高的估计精度和分辨率、较低检测阈, 能够实现三维空间无模糊定向和抗空间混叠, 还能实现单阵元定向。

参考文献

- [1] Nehorai A, Paldi E. Acoustic vector-sensor array processing. *IEEE Trans. on SP*, 1994, 42(9): 2481 – 2491.
- [2] Hawkes M and Nehorai A. Acoustic vector-sensor beamforming and Capon direction estimation. *IEEE Trans. on SP*, 1998, 46(9): 2291 – 2304.
- [3] 江南, 黄建国等. 基于矢量传感器阵列空间谱 DOA 估计. 大连理工大学学报, 2003, 43(4): 500 – 504.
- [4] Hawkes M, Nehorai A. Acoustic vector-sensor processing in the presence of a reflecting boundary. *IEEE Trans. on SP*, 2000, 48(11): 2981 – 2993.
- [5] Hawkes M, Nehorai A. Wideband source localization using a distributed acoustic vector-sensor array. *IEEE Trans. on SP*, 2003, 51(6): 1479 – 1491.
- [6] Capon J. High resolution frequency-wavenumber spectrum analysis. *Proc. IEEE*, 1969, 57(8): 1408 – 1418.
- [7] 布列霍夫斯基. 分层介质中的波(第二版). 北京: 科学出版社, 1985: 4 – 7.

邓大新: 男, 1970 年生, 博士生, 研究方向为水声信号处理。
 林春生: 男, 1961 年生, 教授, 博士生导师, 研究方向为军用目标特性、探测、识别。
 黄滨: 女, 1972 年生, 博士生, 研究方向为电力系统及其自动化。
 龚沈光: 男, 1939 年生, 教授, 博士生导师, 研究方向为军用目标特性、探测、识别。