

## 考虑纵向磁场的等离子体介质切伦可夫脉塞<sup>1</sup>

吴坚强 刘盛纲 莫元龙

(电子科技大学高能电子学研究所 成都 610054)

**摘要** 在介质切伦可夫脉塞中加入背景等离子体可有效地提高器件的效率和微波输出功率。本文通过求解束-等离子体、内衬介质的波导色散方程,重点分析了纵向均匀磁场对等离子体介质切伦可夫脉塞注波相互作用的影响,给出了磁场、等离子体密度、介质参量等对线性空间增长率和能量比的影响曲线。

**关键词** 纵向磁场, 等离子体, 介质切伦可夫脉塞

**中图分类号** TN128, TN136

### 1 引言

高功率微波器件近十几年来得到了很大的发展。将相对论电子注入慢波结构是产生高功率微波相干辐射的有效手段之一;介质切伦可夫脉塞就是一高效的慢波高功率微波器件,近几年取得了较大的发展。但由于空间电荷限流的限制,致使进一步提高电子束流遇到了困难,影响器件输出功率的进一步提高;而追求高功率的微波输出是此类器件发展的重要方向。近几年国外的研究表明,在注波相互作用区注入适当密度的等离子体,可有效地提高器件的注波相互作用效率、工作频率和输出功率;这使填充等离子体的高功率微波源的研究成为一新的热点,引起了各国学者的关注<sup>[1-6]</sup>。

在实际的器件结构中,纵向磁场是必不可少的;因此考虑纵向磁场对器件性能的影响,是需研究的重要问题之一,而目前与此有关的研究报道很少。本文将重点分析纵向均匀磁场对等离子体介质切伦可夫脉塞相互作用的影响,给出磁场、等离子体密度、介质参量等与线性增长率、输出频率、等离子体吸收能量对场储能比值的数值计算曲线,本文所得结果可作为等离子体介质切伦可夫脉塞器件工程设计的理论依据。

### 2 色散方程

如图 1 所示,将速度为  $v_0$  的电子注入轴向磁场为  $B_0$  的含有等离子体的介质慢波相互作用区中,设电子只有一维运动,这样可只考虑  $TM_{0n}$  模式,且设所有的变量具有变化因子  $e^{j(\beta z - \omega t)}$ ,则由线性理论可得电子注上的扰动电流:

$$J_{1z} = -\frac{n_{b0} e^2 \omega E_{1z}}{j \gamma_0^3 m_0 (\beta v_0 - \omega)^2}, \quad (1)$$

<sup>1</sup> 1995-01-06 收到, 1995-08-14 定稿  
国家自然科学基金资助项目

式中  $n_{b0}$  为电子注的密度;  $\gamma_0$  为相对论因子;  $e$  和  $m_0$  分别为电子的电荷和静止质量;  $E_{1z}$  为电子注激起的轴向电场。考虑纵向磁场  $B_0$  的作用, 则含有上述电子注、密度为  $n_{p0}$  的等离子体, 在忽略电子碰撞的条件下, 可用以下介电常数张量描述其特性。

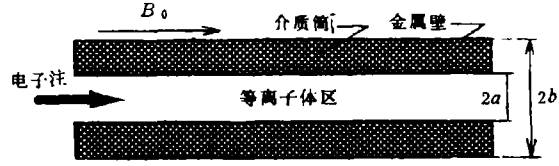


图 1 相互作用区示意图

$$\bar{\epsilon}_r = \begin{bmatrix} \epsilon & j\epsilon_a & 0 \\ -j\epsilon_a & \epsilon & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_z \end{bmatrix} \quad (2)$$

其中

$$\left. \begin{aligned} \epsilon &= 1 - (\omega_p/\omega)^2 \left\{ 1/[1 - (\omega_c/\omega)^2] \right\}, \\ \epsilon_a &= -(\omega_p/\omega)^2 \{ (\omega_c/\omega)/[1 - (\omega_c/\omega)^2] \}, \\ \epsilon_z &= 1 - (\omega_p/\omega)^2 - \left\{ \omega_b^2/[\gamma_0^3(\beta v_0 - \omega)^2] \right\}, \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

$$\left. \begin{aligned} \omega_c &= eB_0/m_0, \\ \omega_p^2 &= n_{p0}e^2/(m_0\epsilon_0), \\ \omega_b^2 &= n_{b0}e^2/(m_0\epsilon_0), \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

式中  $n_{p0}$  为等离子体密度。电、磁场  $E$ 、 $H$  满足麦克斯韦方程

$$\begin{aligned} \nabla \times \mathbf{H} &= -j\omega\epsilon_0\bar{\epsilon}_r \cdot \mathbf{E} \\ \nabla \times \mathbf{E} &= j\omega\mu_0\mathbf{H} \end{aligned} \quad (5)$$

设电子注充满等离子体区, 则由场的连续性和边界条件, 就可得色散方程

$$D(\omega, \beta, \omega_p, \omega_c, \omega_b) = \frac{\epsilon_r}{q} X(qb, qa) + \frac{\epsilon_z}{T} \frac{I_1(Ta)}{I_0(Ta)} = 0, \quad T^2 > 0, \quad (6)$$

或

$$D(\omega, \beta, \omega_p, \omega_c, \omega_b) = \frac{\epsilon_r}{q} X(qb, qa) + \frac{\epsilon_z}{T_1} \frac{J_1(T_1a)}{J_0(T_1a)} = 0, \quad T_1^2 = -T^2, \quad T_1^2 > 0, \quad (7)$$

其中

$$X(qb, qa) = \frac{J_0(qb)Y_1(qa) - J_1(qa)Y_0(qb)}{J_0(qa)Y_0(qb) - J_0(qb)Y_0(qa)}, \quad (8)$$

$$T^2 = \epsilon_z(\beta^2 - \epsilon\omega^2/c^2)/\epsilon, \quad (9)$$

$$q^2 = \epsilon_r\omega^2/c^2 - \beta^2, \quad (10)$$

式中,  $\epsilon_r$  为介质的相对介电常数;  $J_0$  和  $Y_0$  分别为第一类零阶贝塞尔函数和零阶诺曼函数;  $J_1$  和  $Y_1$  分别为第一类一阶贝塞尔函数和一阶诺曼函数;  $I_0$  和  $I_1$  分别为零阶和一阶第一类虚宗量贝塞尔函数。

### 3 线性空间增长率和能量比

由于电子注的存在, 在给定频率下色散方程 (6) 或 (7) 式的解为复数; 即存在不稳定性, 使场得到增长。为了得到场的线性空间增长率, 将 (6) 或 (7) 式在无电子注 ( $\omega_b = 0$ ) 的色散方程, 即  $D(\omega_0, \beta_0, \omega_p, \omega_c) = 0$  附近作泰勒级数展开, 略去高阶项, 则 (6) 或 (7) 式可表为

$$D(\omega, \beta, \omega_p, \omega_c, \omega_b) = D(\omega_0, \beta_0, \omega_p, \omega_c) + (\beta - \beta_0) \left. \frac{\partial D}{\partial \beta} \right|_{\beta=\beta_0} + \alpha \left. \frac{\partial D}{\partial \alpha} \right|_{\alpha=0} = 0, \quad (11)$$

其中

$$\alpha = \omega_b^2 / [\gamma_0^3 (\beta v_0 - \omega)^2]. \quad (12)$$

利用相互作用同步条件  $\omega \leq \beta v_0$ , 则由 (11) 式就可解得线性空间增长率  $G_e$  为

$$G_e = \frac{\sqrt{3}}{2} \left| \left( -\frac{\omega_b^2}{\gamma_0^3 v_0^2} \frac{\partial D}{\partial \alpha} \bigg|_{\alpha=0} \right)^{1/3} \right|. \quad (13)$$

由于等离子体的存在, 电子注的能量除了一部分交给场使场得到增长外, 同时也将一部分能量交给等离子体。等离子体中电子从电子注中吸收的单位长度能量为

$$W_p = \frac{1}{2} m_0 \int_0^\tau \int n_{p0} |v_{p1}|^2 ds \frac{1}{\tau} dt. \quad (14)$$

其中  $\tau = 2\pi/\omega$  为振荡周期;  $ds$  表示沿截面积分; 而  $v_{p1}$  由线性理论很容易求得为

$$v_{p1} = eE_{1z} / (jm_0\omega). \quad (15)$$

考虑等离子体中介电常数的各向异性, 则  $TM_{0n}$  模电磁场中每单位长度的储能可表为

$$W_{EM} = \frac{1}{2} \int_0^\tau \int_p (\epsilon_0 \epsilon |E_{1r}|^2 + \epsilon_0 \epsilon_z |E_{1z}|^2 + \mu_0 |H_{1\varphi}|^2) ds \frac{1}{\tau} dt + \frac{1}{2} \int_0^\tau \int_d [\epsilon_0 \epsilon_r (|E_{1r}|^2 + |E_{1z}|^2) + \mu_0 |H_{1\varphi}|^2] ds \frac{1}{\tau} dt, \quad (16)$$

式中积分下标  $p$  和  $d$  分别表示对等离子体区和介质区的截面积分;  $\epsilon_0$  和  $\mu_0$  分别为自由空间的介电常数和磁导率;  $E_1$  和  $H_1$  分别表示由电子注激起的电磁场; 下标  $(r, z, \varphi)$  分别为极坐标系的径向、轴向和角向坐标。等离子体中电子吸收的能量与场的储能之比为

$$R = W_p / W_{EM}. \quad (17)$$

因此我们必须选取适当的几何结构尺寸和参量，以确保电子注将绝大部分能量交给场而得到大的微波输出。下面的数值计算将充分说明这一点。

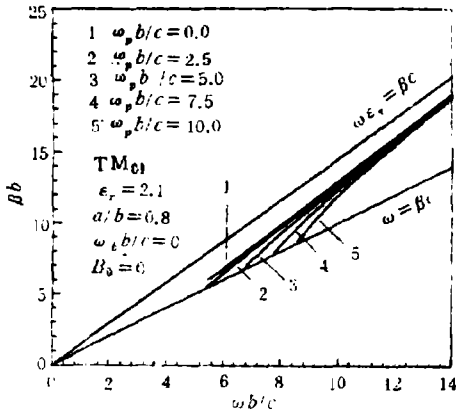


图 2 无电子注的色散关系

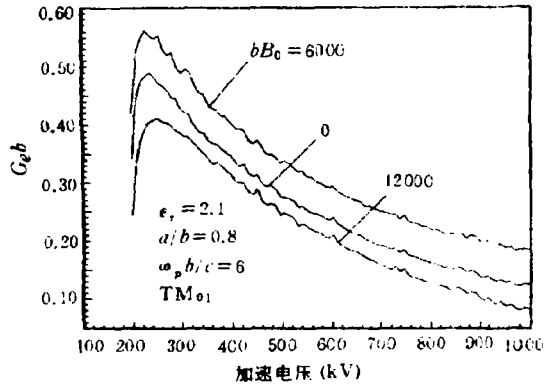


图 3 纵向磁场对线性空间增长率的影响

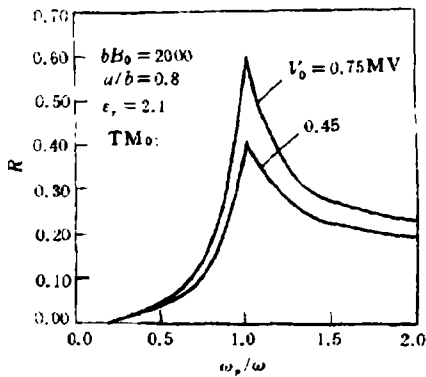


图 4 等离子体密度与能量比的关系

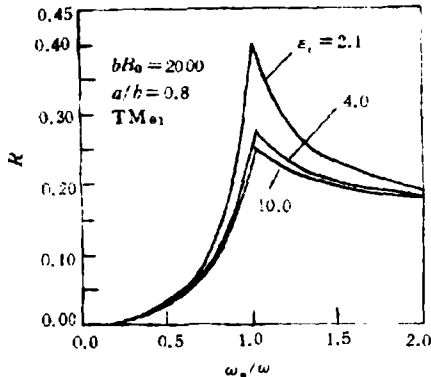


图 5 介质筒的相对介电常数对能量比的影响

### 4 分析和计算

在选定参量下，利用上面推得的色散方程、线性空间增长率、能量比和场分布，对  $TM_{01}$  模进行了详细的数值计算；计算所得各曲线可作为进一步工程设计的依据。首先计算无电子注 ( $\omega_b = 0$ ) 的色散方程，如图 2 所示。可见随着等离子体密度的提高，输出频率亦提高，这一结论与文献 [2] 一致。而且在计算中发现纵向磁场对此色散关系几乎没有影响，所作色散曲线重合。

图 3 给出了同步点的线性空间增长率与纵向磁场和加速电压的关系，其中半径  $b$  的单位为厘米，纵向磁场的单位为高斯。计算时我们选定的工作频率为  $b\omega/c = 7.2$ ，而  $\beta$  则由相互作用同步条件  $\omega \leq \beta v_0$  决定。由图可见随着纵向磁场的提高，线性增长率亦提高；但当纵向磁场提高到使回旋频率接近工作频率，即  $\omega_c/\omega = 1$  时（如对应于  $bB_0 = 12000$  有

$b\omega_c/c=7.04$ ), 其线性增长率反而比无纵向磁场时的增长率低, 由下面的分析可见, 这是因为此时等离子体中的电子接近回旋谐振状态, 它们将吸收更多的电子注能量, 由能量守恒就知, 此时电子交给场的能量就必定减少, 因此致使场的线性增长率降低。

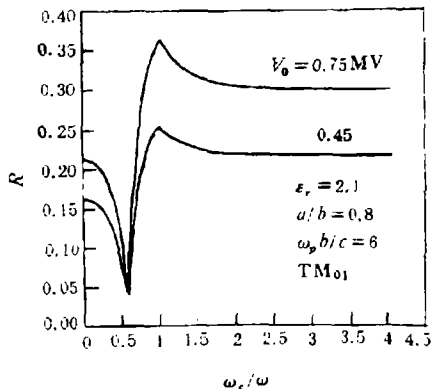


图 6 纵向磁场与能量比的关系

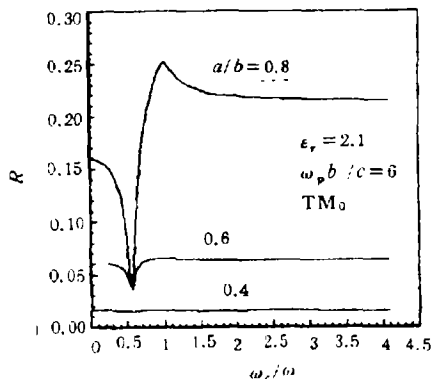


图 7 介质筒厚度对能量比的影响

图 4 至图 7 分别给出了等离子体密度、纵向磁场和介质筒参量对等离子体中电子吸收的能量与场能量比值的影响曲线。由图 4 可见, 当工作频率等于等离子体频率时, 等离子体中的电子将获得最大的吸收能量, 并且等离子体中的电子在  $\omega_p > \omega$  区域所吸收的能量大于在  $\omega_p < \omega$  区域所吸收的能量, 因此为了获得大的微波输出, 器件应选取工作在  $\omega_p < \omega$  区域, 这与文献 [4] 的分析结果一致。由图 5 可见, 所吸收的能量随着介质筒相对介电常数的增加而降低。图 6 和图 7 表明, 当等离子体中的电子处于回旋谐振点时, 等离子体中的电子将得到最大的吸收能量; 而在半回旋谐振点 ( $\omega_c/\omega = 0.5$ ) 附近, 等离子体中的电子吸收的能量最小, 从能量守恒的观点来看, 此时场将获得最大的电子注能量而得到大的微波输出; 能量比亦随着介质筒厚度的增加而降低, 这是由于介质筒厚度的增加使等离子体区域缩小所致。因此在设计此器件时, 为了得到大的微波输出, 必须依据上述分析结果而谨慎地选择工作频率和介质筒的参量。

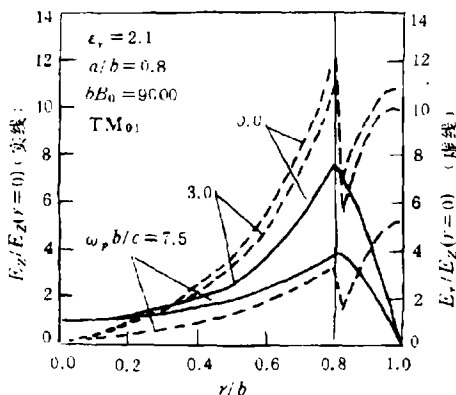


图 8 不同等离子体密度下的电场分布

图 8 为不同等离子体密度下同步点 ( $\omega \leq \beta v_0$ ) 的注波相互作用区内的电场分布, 可见随着等离子体密度的提高, 介质表面的场强降低; 这表明在介质切伦可夫脉塞的注波相互作用区内注入适当密度的背景等离子体可有效地阻止介质表面击穿, 使器件更有效地工作。另外在计算中我们发现, 纵向磁场对电场分布几乎没有影响, 所作各曲线重合。

## 5 结 论

本文利用线性理论, 分析了纵向均匀磁场对等离子体介质切伦可夫脉塞注波相互作用的影响, 导出了色散方程, 数值计算了磁场、等离子体密度、介质参量等对器件性能的影响, 总结全文的分析和计算, 可得如下结论: (1) 纵向磁场有利于提高其线性空间增长率, 且选取磁场强度应使  $\omega_c/\omega = 0.5$ ; 此时等离子体中的电子从电子注中获得的能量最低, 从而使场得到较大的增长而得到大的微波输出。(2) 为了获得大的微波输出, 器件应工作在  $\omega_p < \omega$  区域, 且其工作频率不应等于等离子体频率; 因为在此区域, 等离子体中的电子从电子注中吸收的能量较低; 但在等离子体频率附近, 等离子体中的电子从电子注中吸收的能量最大, 从而场从电子注中吸收的能量最低。(3) 对于介质筒来说, 大的相对介电常数和大的厚度有利于电子注将更多的能量交给场。(4) 在介质切伦可夫脉塞的注波相互作用区中注入等离子体可提高其输出频率和降低介质表面的电场, 从而可有效的避免介质表面的击穿。(5) 纵向磁场对色散关系和注波相互作用区内的电场分布几乎没有影响。

## 参 考 文 献

- [1] Kuzelev M V, Rukhadze A A, Strelkov P S, *et al.* *Sov. J. Plasma Physics*, 1987, 13: 793-800.
- [2] De Groot J S, Stone R A, Rogers J H, *SPIE*, 1988, 873: 37-50.
- [3] Carmel Y, Minami K, Weiran Lou, *et al.* *IEEE Trans. on Plasma Science*, 1990, PS-18: 497-506.
- [4] Kosai H, Garate E, Fisher A, *SPIE*, 1990, 1226: 191-198.
- [5] Botton M, Ron A, *Phys. Fluids B*, 1992, 4: 1979-1988.
- [6] Choyal Y, Maheshwari K P, *Plasmas Physics*, 1994, 1: 171-175.

## PLASMA-FILLED DIELECTRIC CHERENKOV MASER WITH A LONGITUDINAL MAGNETIC FIELD

Wu Jianqiang    Liu Shenggang    Mo Yuanlong

(*University of Electronic Science and Technology of China, Chengdu 610054*)

**Abstract** The use of a background plasma in a dielectric Cherenkov maser can effectively increase the efficiency and the microwave power output of the device. Here, the effect of the longitudinal uniform magnetic field on the wave-beam interaction of the plasma dielectric Cherenkov maser is examined by solving the beam-plasma, dielectric lined waveguide dispersion equation. And the effects of the longitudinal magnetic field, plasma density and dielectric parameters on the linear spatial growth rate and the energy ratio are presented.

**Key words** Longitudinal magnetic field, Plasma, Dielectric Cherenkov maser

吴坚强: 男, 1961年生, 博士, 副教授, 从事微波技术、等离子体物理等方面的研究工作。

刘盛纲: 男, 1933年生, 教授, 中科院院士, 从事电磁场理论、等离子体、光学等方面的研究工作。

莫元龙: 男, 1937年生, 教授, 从事微波器件、等离子体电子学等方面的研究工作。