

变厚度非平面介质罩发散系数的计算——几何光学法¹

刘 荧 柴舜连 姚德森 毛钧杰 慕凌飞

(国防科技大学电子工程学院 长沙 410073)

摘 要 介质共形顶相控阵天线利用变厚度介质透镜改变相控阵波束扫描方向, 理论上来说可到达半空域或更大, 是一种适用于弹载、机载雷达系统的天线。本文较详细地讨论了介质罩对电磁波的发散系数的计算, 给出了分析非平面变厚度分层介质对电磁波反射、折射的两种有效方法, 并进行了比较。

关键词 共形阵, 相控阵天线, 几何光学法, Jacobi 式, 曲率矩阵

中图分类号 TN820.8

1 引 言

70 年代美国 Sperry 公司研制了一种圆顶天线 (Dome antenna)^[1,2]。它给平面相控阵扣上一个透镜 (单元阵列型或介质型) 以改变波束方向, 可把扫描范围扩大到半球域或更大, 透镜还可保护天线。介质透镜因结构简、重量轻而适用于弹载、机载雷达。我们将圆顶天线的思想用于机载、弹载共形天线的研究中, 使介质透镜与飞行器头部共形。

2 介质罩结构和工作原理

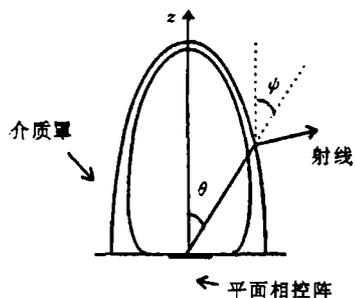


图 1 介质罩结构示意图

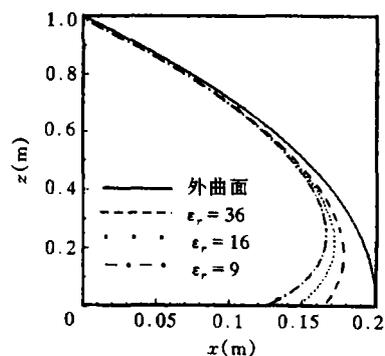


图 2 介质罩形状随介电常数的变化 ($K = 1.5$)

介质罩使发射波产生相位延迟, 若延迟随 θ 增大而增大, 波前面将向延迟增大的方向弯曲, 放大了扫描角, $K = \psi/\theta$ 为放大系数。改变介质厚度或 ϵ_r 均可改变延迟, 但变 ϵ_r 的罩难以加工, 故采用变厚度的。罩外曲面称“共形面”, 可为正切卵形、鼻锥形、旋转抛物形、超球体形等^[3,4], 本文中以正切卵形为例; 内曲面形状按所需的 K 来计算确定, 称“赋形面” (图 1)。应用几何光学方法^[5], 算得介质罩形状如图 2。 ϵ_r 越大, 罩体越薄, 体积、

¹ 1997-06-05 收到, 1997-12-22 定稿

重量越小;内曲面逐渐内收,罩底部比顶部厚得多,使重量、电磁损耗增加,且加工时无法脱模。可在设计时增大 K 值,使得当 θ 不很大时也能达到要求的扫描范围,省去底部较厚的部分。也可在罩体变厚处采用分区型结构,但突变处的分析将是一个难题。

3 介质罩发散系数的计算

分析扫描特性时,拟用平面波谱法将罩内近场表示为平面波的叠加,故只要研究罩对单一平面波的透射特性。变厚度罩不能用通常天线罩分析中的平板模型^[3,6]来近似,只能在介质中逐层追踪波的传播。

见图3,入射点 $F = (x', y', z')$ 。 μ_0 为入射场值,垂直极化时和平行极化时分别为 $E_{0\perp}$ 和 $H_{0//}$ 。反射、折射线上任一点 $M_i(x, y, z)$ 处的场值为

$$\mu_i(x, y, z) = DF_i(x, y, z)\mu_0(x', y', z')r_i(x', y', z')e^{-jkd_i}, \quad i = 1, 2.$$

$i = 1$ 表示反射波, $i = 2$ 表示折射波, r_1 、 r_2 分别是反射、折射系数, DF 为发散系数。由几何光学的射线管强度理论知^[7]

$$DF_i(M_i) = \sqrt{d\sigma'_i/d\sigma_i} = 1/\sqrt{(1+d_i/\rho_{i1})(1+d_i/\rho_{i2})}, \quad d_i = |\overline{FM}_i|, \quad i = 1, 2. \quad (1)$$

$d\sigma'_i$ 、 $d\sigma_i$ 是波前面在点 F 、 M_i 处的面积微元; ρ_{i1} 、 ρ_{i2} 是波前面在 F 点的两个主曲率半径。求出面积微元的比值或主曲率半径均可求得 DF 。本文提供了两种方法,一种通过映射的 Jacobi 式求波前面面积微元的比值^[8];另一种通过曲率矩阵求其主曲率半径^[9]。

严格地说,(1)式所得结果是近似的,但当几何光学近似的条件(k 近似于无穷)成立时,它对工程应用来说是相当精确的。

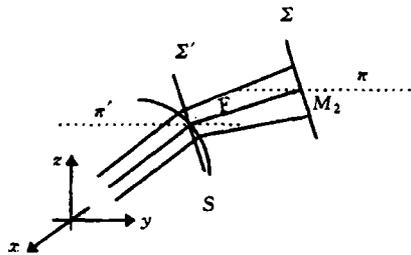


图3 Jacobi方法坐标系与各方向矢量

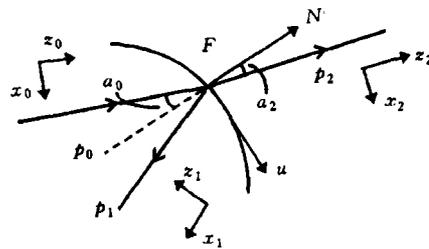


图4 曲率矩阵方法各方向矢量

3.1 Jacobi 方法

以折射波为例。过点 F 、 M_2 分别作平面 Σ' 、 Σ 垂直于折射线,包含折射线极细射线管与两平面相交的截面积为 $d\sigma'_2$ 、 $d\sigma_2$ 。射线管无限细时, $d\sigma'_2/d\sigma_2$ 就是由折射线将平面 Σ' 映射到平面 Σ 的变换的 Jacobi 式 $J(\Sigma'/\Sigma)$ 。由此我们可将(1)式写为

$$DF_2 = J^{1/2}(\Sigma'/\Sigma). \quad (2)$$

$N(x', y', z')$ 是曲面 $z' = z(x', y')$ 的单位法矢量,指向入射波所在的介质; P_0 为入射方向向量;反射、折射波单位方向矢量分别为 $T_1(x', y', z')$ 、 $T_2(x', y', z')$ 。由斯涅尔定理知

$$T_i(x', y', z') = n^{i-1}P_0 + [n^{i-1}(-P_0 \cdot N) - (-1)^i\{1 - n^{2(i-1)}[1 - (-P_0 \cdot N)^2]\}^{1/2}]N. \quad (3)$$

$n = \sin a_2 / \sin a_0$, a_0 、 a_2 为入射角、折射角。折射线方程为

$$x = x' + (z - z')T_{2x}(x', y', z') / [T_{2z}(x', y', z')], \quad y = y' + (z - z')T_{2y}(x', y', z') / [T_{2z}(x', y', z')]. \quad (4)$$

过点 F 和 M_2 作平面 π' 、 π 平行于 xoy 平面。当 z 值一定时, (4) 式是从 s 曲面到 π 平面的映射, 其 Jacobi 式为 $J(s/\pi) = J^{-1}(\pi/s) = \{(\partial_x/\partial_{x'}) (\partial_y/\partial_{y'}) - (\partial_x/\partial_{y'}) (\partial_y/\partial_{x'})\}^{-1}$ 。则 (2) 式中

$$J(\Sigma'/\Sigma) = J(\Sigma'/\pi') J(\pi'/s) J(s/\pi) J(\pi/\Sigma) = J(\pi'/s) J(s/\pi). \quad (5)$$

现将坐标原点移至点 F , 令 z 轴与 N 同向, x 轴、 y 轴分别与该点的主曲率方向平行, xoy 面与 s 面切于 F 。 π' 、 π 平面变为与新 xoy 面平行。在新原点 (F) 附近将 s 面的方程展开为 Taylor 级数形式, 即

$$z' = a(x')^2 + b(y')^2 + \dots \quad (6)$$

$a = 1/(2\rho_1)$, $b = 1/(2\rho_2)$ 为曲面在原点处的主曲率。在新坐标系下, 折射线将 s 曲面映射到 xoy 面 (π' 平面) 的 Jacobi 式是 $J(\pi'/s)$ 。原点处 ($x' = y' = z' = 0$), $J(\pi'/s) = 1$, 代入 (5) 式得 $J(\Sigma'/\Sigma) = J(s/\pi)$ 。此时 $J(s/\pi)$ 也是新坐标系下的。

反射情况可类似求解。

3.2 曲率矩阵方法

见图 4。法线 N 与射线同方向, p_1 、 p_2 为反射、折射方向矢量。建立 F 点处的 4 组单位正交基: (x_0, y_0, z_0) 、 (x_1, y_1, z_1) 、 (x_2, y_2, z_2) 、 (u, v, N) , 分别对应入射线、反射线、折射线、分界面。选取 $y_0 = y_1 = y_2 = v = N \times z_0$, $u = v \times N$, $x_i = y_i \times z_i$, $i = 0, 1, 2$ 。

S 面在 F 的以主方向 a_1, a_2 为基的曲率矩阵记为

$$[Q_{A0}] = \begin{bmatrix} 1/\rho_1 & 0 \\ 0 & 1/\rho_2 \end{bmatrix}. \quad (7)$$

ρ_1, ρ_2 为主曲率半径。经正交变换^[7], 点 F 处以 u, v 为基的曲率矩阵为 $[Q_A] = [J]^T [Q_{A0}] [J]$,

其中 $[J] = \begin{bmatrix} a_1 \cdot u & a_1 \cdot v \\ a_2 \cdot u & a_2 \cdot v \end{bmatrix}$ 是正交变换矩阵。

入射、反射、折射波以相应正交坐标为基的曲率矩阵分别为 $[Q_0]$ 、 $[Q_1]$ 、 $[Q_2]$ 。入射波是平面波, 故 $[Q_0]$ 为 2 阶零矩阵。由斯涅尔定理可推出相位匹配原则: 分界面上任一入射点处, 反射或折射波波前面上任一点的相位应与入射波的相位相等。选定一相位参考点, 将各个波前面上任一点的相位值用其相应的曲率矩阵和空间坐标值表示出来, 按相位匹配原则列出等式, 经一系列推导, 知 $[Q_1]$ 、 $[Q_2]$ 由下两个矩阵方程确定^[10]

$$n[B_1]^T [Q_1] [B_1] = [B_0]^T [Q_0] [B_0] + (n \cos a_2 - \cos a_0) [Q_A], \quad (8a)$$

$$[B_2]^T [Q_2] [B_2] = [B_0]^T [Q_0] [B_0] - 2(\cos a_0) [Q_A]. \quad (8b)$$

其中 $[B_i] = \begin{bmatrix} x_i \cdot u & x_i \cdot v \\ y_i \cdot u & y_i \cdot v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_i \cdot u & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$, $i = 0, 1, 2$ 。

由 (7) 式可知, 两主曲率半径的倒数之和等于 $[Q_{A0}]$ 的迹, 其积等于 $[Q_{A0}]$ 的行列式值, 所以两主曲率半径是下列方程的根

$$1/\rho^2 - 1/\rho(\text{trace}[Q_{A0}]) + \det[Q_{A0}] = 0. \quad (9)$$

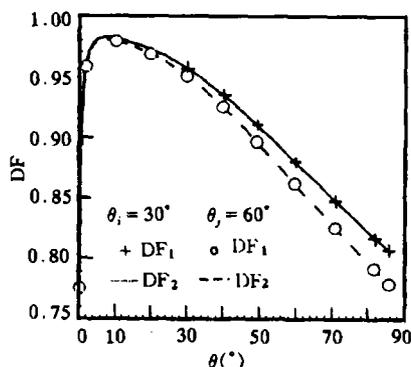


图 5 折射波发散系数计算结果

又因正交变换不改变矩阵的迹和行列式值, 故若将上式中的 $[Q_{A0}]$ 改为 $[Q_A]$, 其两根仍是两主曲率半径。推广之, (9) 式中, 若将 $[Q_{A0}]$ 换为 $[Q_1]$, 则两根是反射波波前面在 F 点的主曲率半径 ρ_{11} 、 ρ_{12} ; 若将 $[Q_{A0}]$ 换为 $[Q_2]$, 则两根是折射波波前面在 F 点的主曲率半径 ρ_{21} 、 ρ_{22} 。将距离和求得的曲率半径代入 (1) 式, 可得反射波、折射波的发散系数 DF 。

3.3 两种方法的比较

若已知入射波波前面形状, 两种方法均可方便地求得介质层对反射波和折射波的发散系数, 结果完全一致。Jacobi 方法比较适用于入射波为平面波、柱面波、球面波等源点容易确定的情况, 因在 (3) 中须用 P_0 来表示 T_i , 要求 P_0 能用解析式写出。它因无需解矩阵方程而较简便。但若波要经过多层介质, 在第二个界面处的入射波就是穿过第一个界面的折射波, 其波前面一般不再是规则的, 而是象散的。因此在第二个界面处运用 Jacobi 方法时, 曲面上各点入射波的方向难以用解析式表示, 该方法就不再方便了。而用曲率矩阵方法则很容易处理多层介质问题。在第一个分界面处求得折射波波前面的曲率矩阵为 $[Q_2]$, 此波前面传播了距离 d 之后到达第二个分界面, 成为第二个分界面的入射波, 其曲率矩阵 $[Q_2'] = ([Q_2]^{-1} + d[I])^{-1}$, $[I]$ 是二阶单位矩阵^[7]。其后的分界面依次类推。将各层介质对传播波的 DF 连乘得总的发散系数。

图 5 表明介质罩对两个方向的入射波的发散系数。入射波的俯仰角为 $\theta_i = 30^\circ, 60^\circ$, 方位角均为 0 度。 DF_1 、 DF_2 分别是用 Jacobi 方法和曲率矩阵方法计算的方位角等于 0 处的罩的发散系数, 二者完全一致。接近罩顶处, 介质罩近似于平板, 对入射波的发散较小, 所以发散系数也较大, 接近于 1; 当入射点球坐标 θ 分量增大时, 介质罩变厚, 发散系数也越小。对整个罩来说, $\theta_i = 60^\circ$ 比 $\theta_i = 30^\circ$ 更接近于垂直入射, 所以发散程度小一些, 发散系数更大。

4 结 论

本文总结了两种基于几何光学法的分析变厚度非平面分层介质对电磁波的发散系数的有效方法: Jacobi 方法和曲率矩阵方法, 并将其应用于介质共形顶相控阵扫描特性的研究中。计算表明, 两种方法所得结果完全一致。曲率矩阵法更适用于多层介质的情况。严格地说, 这些方法仅当 $\omega \rightarrow \infty$ 时可用, 但实际经验表明, 只要分界面的曲率半径和波长相比拟或数倍于波长时, 结果准确度已足以满足工程需要。

参 考 文 献

- [1] Stangel J J, Valenfine P A. Phased array fed lens antenna. U. S. Patent, 3755815, Aug. 28, 1973.
- [2] Stangel J J, Valenfine P A. The dome antenna. *Microwave Journal*, 1975, 18(10): 31-34.
- [3] 杜耀惟. 天线罩电信设计方法. 北京: 国防科技出版社, 1993, 第二、六、七章.
- [4] Overfelt P L. Superspheroids: A new family of radome shapes. *IEEE Trans. on AP*, 1995, AP-43(2): 215-220.
- [5] 柴舜连, 刘莢, 姚德森, 毛钧杰, 秦凌飞. 介质共形顶相控阵的研究. *电子学报*, 1997, 已录用.
- [6] Gordon Richard K, Mittra Raj. Finite element analysis of axisymmetric radomes. *IEEE Trans. on AP*, 1993, AP-41(7): 975-981.
- [7] 汪茂光. 几何绕射原理. 西安: 西北电讯工程学院出版社, 1985.
- [8] Keller J B, Keller H B. Determination of reflected and transmitted field by geometrical optics. *Journal of the Optical Society of America*, 1950, 40(1): 48-52.
- [9] Shung Wu Lee, Mysore S Sheshadri, *et al.* Refraction at a curved dielectric interface: Geometric optics solution. *IEEE Trans. on Microwave Theory and Techniques*, 1982, MTT-30(1): 12-19.
- [10] Deschamps G A. Ray techniques in electromagnetic. *Proc. IEEE*, 1972, 60(9): 1022-1035.

CALCULATION OF THE DIVERGENCE FACTOR OF
DIELECTRIC CONFORMAL DOME PHASED ARRAY
ANTENNA—GEOMETRIC OPTICS METHOD

Liu Ying Chai Shunlian Yao Demiao Mao Junjie Qi Lingfei

(College of Electronic Technology, National University of Defence Technology, Changsha 410073)

Abstract Dielectric conformal dome phased array antenna uses the dielectric dome to change the direction of the scanning beam. It is supposed to widen the scan-range of planar phased array to half spherical space or more. It is suitable for missiles and air-borne radars. When analyse its scanning characteristics, the divergence factor(DF) of the dome must be calculated. This paper provides two methods to study the DF which are based on geometrical optics, and compares them. These methods are very useful in studying the reflection and the refraction of the non-planar layered dielectric.

Key words Conformal dome phased array antenna, Geometrical optics, Jacobi, Curvature matrix

刘 莢: 女, 1973 年生, 博士生, 目前从事毫米波技术与天线的研究.

柴舜连: 男, 1969 年生, 博士生, 主要从事微带线、共形阵的研究.

姚德森: 男, 1938 年生, 教授, 主要从事微波、毫米波技术与天线的研究.