

# 一种新的CT重建法\*

刘政凯

(中国科学技术大学无线电系,合肥)

**摘要** 本文提出一种新的CT重建法——非均匀反投影重建法。新方法与通常的均匀反投影重建方法不同,它不是把投影差值均匀地分配给有关象素,而是根据象素的灰度加权系数非均匀地分配投影差值。这种新的重建方法使重建象的质量有明显改善,特别是在投影方向数较少的非完全投影情况下,改善效果更加明显。

**关键词** CT;图象重建;图象处理

## 1. 前言

计算机断层CT技术的发明是医学诊断上的一场革命。利用CT技术,无需手术,便可获得人体内部的断层象。CT技术的原理是根据不同方向上有关物体的透射或反射特性的投影数据重建出物体的断层象。CT技术不仅应用于生物医学上,而且也广泛应用于地球物理、天体物理、物质结构分析、地质等许多研究领域。目前,人们在研究新的重建方法旨在改善重建象的质量、提高速度和利用较少方向的投影数据(非完全投影)重建出高质量的图象。

重建方法很多,可分频域重建法和代数重建法两类<sup>[1]</sup>。频域重建法中著名的滤波反投影法就是利用快速富氏变换求出滤波后的投影值,然后再把该投影值均匀地分配(或称反投影)给该射线上的各个象素。代数重建法中的投影迭代法需要先设定一个初值,然后计算各个方向上的投影值,进而求出与原始投影值之间的投影差值,并把该投影差值均匀地反投影到该射线上的各个象素。

不论频域重建法还是代数重建法都涉及到投影差值的反投影问题。我们知道,射线上代表真实目标的各个象素的灰度是不同的,甚至有些象素的灰度为零。不管象素的原来灰度如何都均匀地进行反投影的作法显然是不合理的。因此,本文提出一种非均匀反投影重建方法,即首先利用所获得的投影数据,计算出各个象素的灰度加权系数,然后根据该象素的灰度加权系数的大小来决定分配投影差值的大小。

## 2. 非均匀反投影重建法

我们以代数重建方法中的投影迭代法为例介绍非均匀反投影重建法。

投影迭代法的工作原理如图1所示。

我们把一幅图象  $g(x, y)$  分成许多栅格,每一栅格代表一个象素。取栅格按行排列,其灰度分别用  $f_1, f_2, \dots, f_N$  表示。其中  $N$  为栅格总数。根据上述表示方法,第  $i$  条射

\* 1987年10月4日收到,1988年3月修改定稿。

线的投影值  $P_i$  为

$$\sum_{j=1}^N a_{ij} f_j = P_i \quad (1)$$

其中,  $i = 1, 2, \dots, M$ ;  $M$  为各个投影方向上的射线总数.  $a_{ij}$  代表第  $j$  栅格对第  $i$  条射线投影值的贡献, 或称位置加权系数.

为了提高计算速度, 可假定, 如果栅格中心位于该射线上, 则可取  $a_{ij} = 1$ ; 反之取  $a_{ij} = 0$ . 这时, 投影迭代法的公式为<sup>[2,3]</sup>

$$f_m^{(k)} = f_m^{(k-1)} + \frac{P_i - Q_i}{N_{AB}} \quad (2)$$

其中,  $f_m^{(k-1)}$  和  $f_m^{(k)}$  分别代表第  $m$  个象素的第  $k-1$  和  $k$  次迭代值.  $N_{AB}$  为其中心位于第  $i$  条射线上的象素总数.  $Q_i$  为

$$Q_i = \sum_{j=1}^N a_{ij} f_j^{(k-1)} \quad (3)$$

并称为第  $i$  条射线上各象素投影的计算和.  $P_i$  也称为第  $i$  条射线上各象素投影的测量和. 而把  $P_i - Q_i$  称为投影差值.

由(2)式可见, 投影迭代法是把投影差值均匀地分配(或称反投影)给位于该射线上的各个象素. 我们称这种重建法为均匀反投影重建法.

下面讨论非均匀反投影重建法.

我们定义第  $i$  条射线上各象素的平均投影值为

$$LP_i = \frac{P_i}{N_{AB}} \quad (4)$$

其中  $P_i$  是已获得的原始投影数据,  $N_{AB}$  是第  $i$  条射线与栅格边界相交的有效长度  $AB$  上的象素数目. 对于图 1 所示的坐标系以及  $f_1, f_2, \dots, f_n$  的栅格结构, 只要第  $i$  条射线的参数(方位角  $\theta$  和法线距离  $t$ ) 已知, 那么有效长度  $AB$  是可以求出的. 其中心位于  $AB$  上的象素数目  $N_{AB}$  便可计算出来.

我们定义通过第  $m$  个象素的所有射线的平均投影值之和为该象素的灰度估值  $CP_m$ . 即

$$CP_m = C \cdot \sum_{i=1}^K LP_i \quad (5)$$

其中  $K$  为通过该象素的射线总数.  $C$  为系数, 满足

$$C = \begin{cases} 1, & \text{通过 } m \text{ 的所有射线的 } LP_i \text{ 不为零;} \\ 0, & \text{通过 } m \text{ 的所有射线中只要有一条射线的 } LP_i \text{ 等于零.} \end{cases}$$

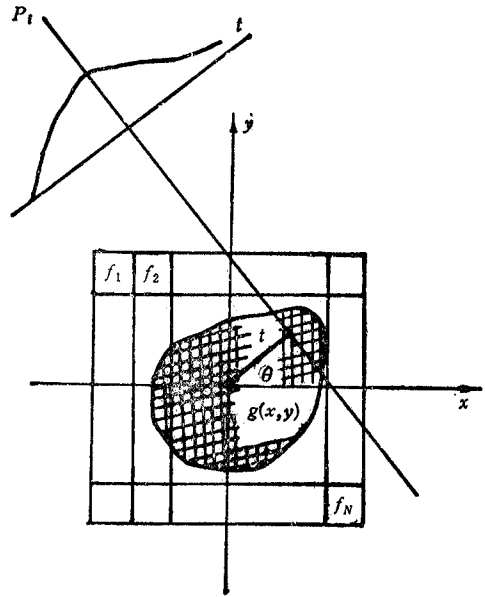


图 1 投影迭代法

系数  $C$  的作用是保证只要通过象素  $m$  的射线中有一条射线的  $LP_i$  为零, 那么  $CP_m = 0$ .

第  $i$  条射线上的所有象素的灰度估值之和称之为第  $i$  条射线的总的灰度估值  $SCP$ , 即

$$SCP = \sum_{m=1}^{N_{AB}} CP_m \quad (6)$$

我们定义

$$K_g = \frac{CP_m}{SCP} \quad (7)$$

为第  $m$  象素在第  $i$  条射线上的灰度加权系数.

在非均匀反投影法中, 投影差值是根据第  $i$  条射线上的各个象素的灰度加权系数进行分配的. 即把(2)式修改如下:

$$f_m^{(k)} = f_m^{(k-1)} + \frac{P_i - Q_i}{N_{AB}} \cdot K_g \quad (8)$$

### 3. 实验结果

对于非均匀反投影重建法进行了计算机模拟实验. 图 2 是用计算机模拟的原始图象. 图象尺寸为  $128 \times 128$ , 它包括不同灰度值的圆和椭圆. 每个投影方向上取 128 条射线的投影数据作为原始数据.

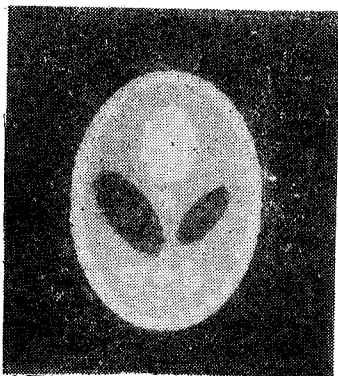


图 2 原图

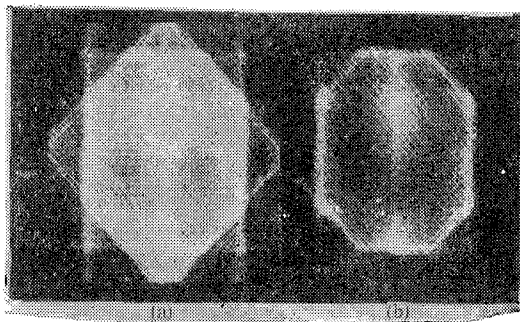


图 3 4 个投影的重建象

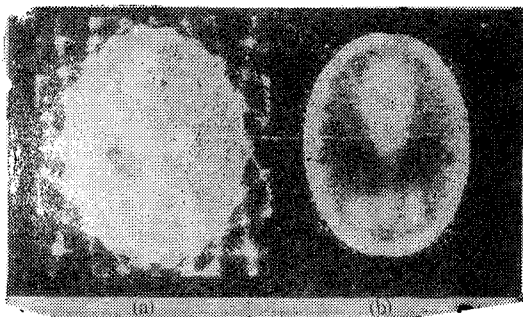


图 4 9 个投影的重建象

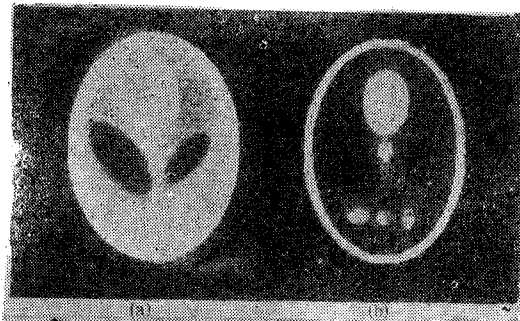


图 5 90 个投影的重建象

图 3(a) 是采用均匀反投影法所得到的重建象。投影方向数为 4, 迭代一次。图 3(b) 是采用非均匀反投影法所得到的重建象。投影方向数和迭代次数与图 3(a) 相同。从图 3(a) 可见, 均匀反投影法的重建象中存在较大的干涉条纹。这是由于投影方向数较少(只有 4 个投影方向)以及迭代次数较少所致。对比图 3(a), 图 3(b) 的重建图有明显改善。图 4(a) 和图 4(b) 为投影方向数为 9, 迭代一次, 分别采用均匀反投影法和非均匀反投影法所得到的重建象。图 5(a) 和图 5(b) 为投影方向数为 90, 迭代一次, 分别采用均匀反投影法和非均匀反投影法所得到的重建象。

#### 4. 结论

本文提出的非均匀反投影重建法是根据象素的灰度加权系数来分配投影差值。这样就避免在通常均匀反投影法中不管是背景还是有用物体都均匀分配投影差值的缺点, 因而可明显地改善重建象的质量。这种方法在非完全投影(投影方向数较少)时更具有明显效果。

### 参 考 文 献

- [1] M. P. Ekstrom, *Digital Image Processing Techniques*, Academic Press, Inc., Orlando, 1984.
- [2] R. Gordon, R. Bender, G. T. Herman, *J. Thero. Biol.*, 29(1971), 470—481.
- [3] R. Gordon, *IEEE Trans. on NS*, NS-21(1974), 78—93.

## A NEW RECONSTRUCTION METHOD FOR COMPUTERIZED TOMOGRAPHY

Liu Zhengkai

(*University of Science and Technology of China, Hefei*)

**Abstract** A nonuniform back-projection reconstruction method for computerized tomography is presented. In the uniform back-projection reconstruction method the projection difference between a measured ray sum and a computed ray sum is uniformly distributed to the cells in the ray, but in the nonuniform back-projection reconstruction method the projection difference is nonuniformly distributed to the cells based on the weighted grey coefficient of the cell. A qualitative improvement of reconstructed images by the new reconstruction method is evident, especially in the incomplete projection cases.

**Key words** CT; Image reconstruction; Image processing