

# 手征等离子体波导理论\*

沈忠祥

(南京航空航天大学电子工程系, 南京 210016)

**摘要** 本文给出了手征等离子体波导(由在柱形波导中填充手征等离子体材料构成)中横向场量与纵向场量之间的关系式,并给出了纵向场量的求解公式。作为示例,文中具体研究了平行板手征等离子体波导,得到了其中几个低次传播模式的色散特性曲线。

**关键词** 手征介质,手征波导-手征等离子体材料,手征等离子体波导。

## 1 引言

早在十九世纪初期,人们就已发现了具有旋电磁特性的手征(或旋光)媒质。由于目前在微波和毫米波频段制造出具有旋电磁特性的手征介质已成为现实,因此近年来有关手征介质的应用问题引起了人们的极大兴趣<sup>[1,2]</sup>。手征介质应用于导波结构,即手征波导<sup>[3-6]</sup>。由于它具有一些新颖的优点,因而在微波和毫米波集成电路、光通信系统等领域有潜在应用。

手征等离子体介质是将手征物体埋于磁偏等离子体材料中制成的。它可以通过改变外加磁场来控制手征介质的手征性<sup>[9]</sup>。因此手征等离子体介质有望在微波和毫米波元器件的性能控制、天线的辐射和极化特性的控制、散射体雷达截面积的缩减等方面获得应用。手征等离子体波导是将手征等离子体介质填充于柱形波导得到的。它不仅具有手征波导的特性,而且可以通过改变外加磁场来控制手征波导中的传播模式和场结构,以满足各种实际工程需要。本文首先介绍了手征等离子体波导的一般理论,然后具体研究了平行板手征等离子体波导的传播特性。

## 2 手征等离子体波导的一般理论

对于时变电磁场 ( $\exp(-j\omega t)$ ),描述手征等离子体介质的本构关系式为<sup>[9]</sup>

$$\mathbf{D} = \bar{\epsilon} \cdot \mathbf{E} + j\xi_c \mathbf{B}, \quad (1)$$

$$\mathbf{H} = j\xi_c \mathbf{E} + \mathbf{B}/\mu, \quad (2)$$

其中

$$\bar{\epsilon} = \begin{bmatrix} \epsilon & -jg & 0 \\ jg & \epsilon & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_z \end{bmatrix} \quad (3)$$

是介电常数张量,  $\mu$  是磁导率,  $\xi_c$  是手征导纳。考虑一填充手征等离子体介质的任意截

1992-12-21 收到, 1994-02-28 定稿

\* 航空科学基金资助课题

沈忠祥 男, 1966年生, 助教, 现从事电磁场与微波技术专业的研究工作。

面柱形波导。假定传播方向与波导的轴向相同,且均为  $z$  方向,那么所有电磁场量均以因子  $\exp(j\beta z)$  沿  $z$  变化,这里  $\beta$  是传播常数。文中所有场量均省略了因子  $\exp(j\beta z - j\omega t)$ 。考虑(1)和(2)两式,可得无源手征等离子体介质中 Maxwell 方程组中的两个旋度方程为

$$\nabla \times \mathbf{E} = \omega \mu \xi_c \mathbf{E} + j\omega \mu \mathbf{H}, \quad (4)$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = -j\omega \bar{\epsilon} \cdot \mathbf{E} - j\omega \mu \xi_c^2 \mathbf{E} + \omega \mu \xi_c \mathbf{H}. \quad (5)$$

令  $\mathbf{E} = E_x \mathbf{a}_x + E_y \mathbf{a}_y + E_z \mathbf{a}_z$ ,  $\mathbf{H} = H_x \mathbf{a}_x + H_y \mathbf{a}_y + H_z \mathbf{a}_z$ , 这里  $\mathbf{a}_x, \mathbf{a}_y, \mathbf{a}_z$  分别是沿直角坐标系中 3 个坐标轴正向的单位矢量。将上述关系式代入(4)和(5)式可得

$$\partial E_y / \partial x - \partial E_x / \partial y = \omega \mu \xi_c E_z + j\omega \mu H_z, \quad (6)$$

$$\partial H_y / \partial x - \partial H_x / \partial y = -j\omega(\epsilon_x + \mu \xi_c^2) E_z + \omega \mu \xi_c H_z, \quad (7)$$

$$\begin{bmatrix} \partial E_x / \partial x \\ \partial E_x / \partial y \\ \partial H_x / \partial x \\ \partial H_x / \partial y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} j\beta & -\omega \mu \xi_c & 0 & -j\omega \mu \\ \omega \mu \xi_c & j\beta & j\omega \mu & 0 \\ -\omega g & \omega(\epsilon + \mu \xi_c^2) & j\beta & -\omega \mu \xi_c \\ -\omega(\epsilon + \mu \xi_c^2) & -\omega g & \omega \mu \xi_c & j\beta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_x \\ E_y \\ H_x \\ H_y \end{bmatrix}, \quad (8)$$

式中已考虑了  $\partial / \partial z = j\beta$ 。求解(8)式可以导出

$$\begin{bmatrix} E_x \\ E_y \\ H_x \\ H_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ja & b & c & jd \\ -b & ja & -jd & c \\ e & jf & ja & b \\ -jf & e & -b & ja \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \partial E_x / \partial x \\ \partial E_x / \partial y \\ \partial H_x / \partial x \\ \partial H_x / \partial y \end{bmatrix}, \quad (9)$$

其中

$$\begin{aligned} a &= [\omega^2 \beta \mu (\epsilon + 2\mu \xi_c^2) - \beta^3 + \omega^3 \mu^2 \xi_c g] / \Delta, \\ b &= -\omega [\omega^2 \mu^2 \xi_c \epsilon + \xi_c \beta^2 \mu + \omega \mu \beta g] / \Delta, \\ c &= \omega^2 \mu^2 (\omega g + 2\beta \xi_c) / \Delta, \\ d &= \omega \mu (\omega^2 \mu \epsilon - \beta^2) / \Delta, \\ e &= -\omega [g(\beta^2 + \omega^2 \mu^2 \xi_c^2) + 2\beta \omega \mu \xi_c (\epsilon + \mu \xi_c^2)] / \Delta, \\ f &= \omega [\omega \mu g (\omega g + 2\beta \xi_c) - (\omega^2 \mu \epsilon - \beta^2) (\epsilon + \mu \xi_c^2)] / \Delta, \\ \Delta &= \omega^4 \mu^2 (\epsilon^2 - g^2) - 2\beta^2 \omega^2 \mu (\epsilon + 2\mu \xi_c^2) + \beta^4 - 4\beta \omega^3 \mu^2 g \xi_c. \end{aligned}$$

(9)式就是手征等离子体波导中横向场量和纵向场量之间的关系。如果令  $\xi_c = 0$ , (9)式退化为等离子体材料填充波导时的情形<sup>[10]</sup>。又若令  $\epsilon = \epsilon_x, g = 0$ , 则(9)式退化为手征波导中横、纵向场量间的关系式<sup>[5]</sup>。

将(9)式代入(6)和(7)两式,化简并求解可得

$$\nabla_z^2 E_x = P_1 E_x + jP_2 H_x, \quad (10)$$

$$\nabla_z^2 H_x = jP_3 E_x + P_4 H_x, \quad (11)$$

其中  $\nabla_z^2 = \partial^2 / \partial x^2 + \partial^2 / \partial y^2$ , 且

$$\begin{aligned} P_1 &= \omega [d(\epsilon_x + \mu \xi_c^2) - \mu \xi_c b] / (b^2 + df), \\ P_2 &= \omega \mu (d\xi_c - b) / (b^2 + df), \\ P_3 &= \omega [b(\epsilon_x + \mu \xi_c^2) + f\mu \xi_c] / (b^2 + df), \\ P_4 &= -\omega \mu (b\xi_c + f) / (b^2 + df). \end{aligned}$$

(10)和(11)式是关于  $E_x$  和  $H_x$  相互耦合的波动方程组。如果令  $\xi_c = 0, \epsilon = \epsilon_x = \epsilon_0, g = 0$ , 则  $P_2 = P_3 = 0$ , (10)和(11)式就退化为通常的非耦合 Helmholtz 方程。由于

$E_z$  和  $H_z$  所满足的方程组(10)和(11)式相互耦合, 因此手征等离子体波导中不可能单独存在 TE, TM 或 TEM 模, 即其中所有模式都是混合的<sup>[4,7]</sup>.

为了将(10)和(11)式去耦, 可令

$$E_z = U_+ + U_-, \quad (12)$$

$$H_z = j(q_+U_+ + q_-U_-), \quad (13)$$

其中  $U_+$  和  $U_-$  是两个新的未知函数, 且它们满足

$$\nabla_z^2 U_{\pm} + (S_{\pm})^2 U_{\pm} = 0, \quad (14)$$

其中  $S_{\pm}$  和(13)式中的  $q_{\pm}$  都是待定常数. 将(12)和(13)两式代入(10)和(11)式, 并考虑(14)式后得

$$(S_{\pm})^2 = \frac{1}{2} [-(P_1 + P_2) \pm \sqrt{(P_1 - P_2)^2 - 4P_1P_2}], \quad (15)$$

$$q_{\pm} = [P_1 + (S_{\pm})^2]/P_2. \quad (16)$$

至此手征等离子体波导中纵向场量  $E_z$  和  $H_z$  的求解已归结为(14)式的求解. 求解(14)式可得  $U_+$  和  $U_-$ ; 然后代入(12), (13)和(9)式可得手征等离子体波导中所有的电磁场分量; 最后根据边界条件就可得到传播常数  $\beta$  的求解方程.

### 3 平行板手征等离子体波导

作为上述一般理论的一个应用例子, 本节具体研究平行板手征等离子体波导. 平行板手征等离子体波导的横截面结构如图 1 所示,  $h$  是两块无限大平行板的间距. 由于波导结构沿  $x$  方向均匀, 且无限延伸, 因此所有场量与  $x$  无关, 即得(14)式的解为

$$U_+ = A_1 \cos(S_+y) + B_1 \sin(S_+y), \quad (17)$$

$$U_- = A_2 \cos(S_-y) + B_2 \sin(S_-y), \quad (18)$$

其中  $A_1, A_2, B_1$  和  $B_2$  是待定常数. 把(17), (18)式代入(12), (13)和(9)式可得平行板手征等离子体波导中的所有电磁场分量. 然后根据波导壁上切向电场为零可得

$$2(b - dq_+)(b - dq_-)S_+S_- [1 - \cos(S_+h)\cos(S_-h)] - [(b - dq_+)^2S_+^2 + (b - dq_-)^2S_-^2] \sin(S_+h)\sin(S_-h) = 0. \quad (19)$$

(19)式就是平行板手征等离子体波导中传播模式的色散关系. 对于给定的频率  $\omega$ , 求解(19)式可得传播常数  $\beta$  的值.

若对(19)式的左边作因式分解则得

$$\Delta_+ \cdot \Delta_- = 0, \quad (20)$$

其中

$$\Delta_{\pm} = [(b - dq_+)S_+ - (b - dq_-)S_-] \sin \frac{(S_+ + S_-)h}{2} \pm [(b - dq_+)S_+ + (b - dq_-)S_-] \sin \frac{(S_+ - S_-)h}{2}.$$

由(20)式知  $\Delta_+$  和  $\Delta_-$  中必有一个为零. 因此平行板手征等离子体波导中出现传播常

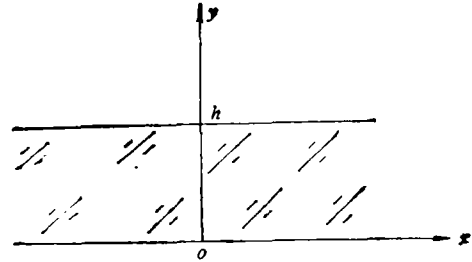


图 1 平行板手征等离子体波导的横截面结构

数不同的两个分支。对于手征波导(即当  $\varepsilon = \varepsilon_z, g = 0$ ), Engheta 和 Pelet<sup>[4,5]</sup> 的研究表明,上述两个分支具有相同的截止频率。然而,对于手征等离子体波导,这两个分支的截止频率不再相等,原因是手征等离子体介质是各向异性材料。图 2 给出了平行板手征等离子体波导中几个低次模式沿正向传播时的色散特性曲线。如上所述,波导中的填充材料是各向异性的,因此波导中同一模式在正向传播和反向传播时的传播常数是不相等的。图 3 给出了平行板手征等离子体波导中最低两个模式正反向传播时的色散曲线。由图可见,对于同一模式,正向传播与反向传播(沿  $-z$  方向传播)时传播常数不同,但截止频率是相等的。

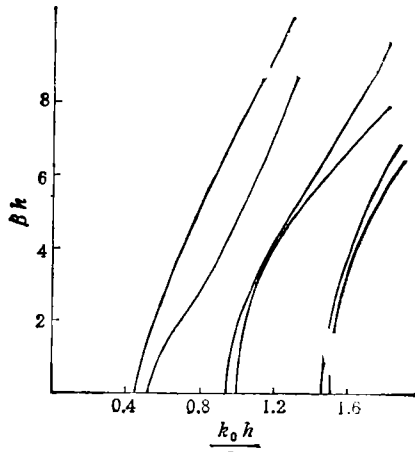


图 2 平行板手征等离子体波导中正向传播模式的色散特性曲线 ( $\varepsilon = 0.8\varepsilon_z$ ,  $g = 0.2\varepsilon_z$ ,  $\xi_r = 0.001S$ ,  $\varepsilon_x = \varepsilon_y$ )

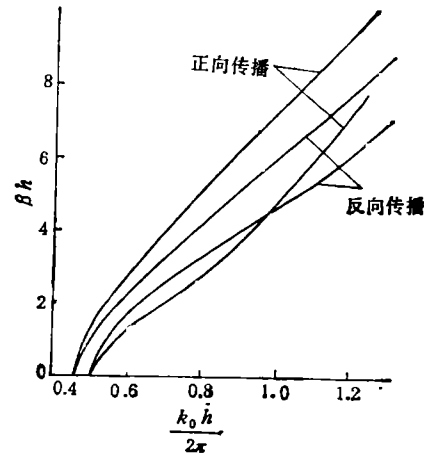


图 3 平行板手征等离子体波导中两个最低次模正反向传播时的色散特性曲线 ( $\varepsilon = 0.8\varepsilon_z$ ,  $g = 0.2\varepsilon_z$ ,  $\xi_r = 0.001S$ ,  $\varepsilon_x = \varepsilon_y$ )

### 参 考 文 献

- [1] Jaggard D L, *et al.* Appl. Phys., 1979, 18(2): 211—216.
- [2] Engheta N, Jaggard D L. IEEE Antennas & Propagat. Soc. Newsletter, 1988, 30(5): 6—12.
- [3] Eftimiu C, Pearson L W. Radio Science, 1989, 24(3): 351—359.
- [4] Engheta N, Pelet P. Optics Lett., 1989, 14(11): 593—595.
- [5] Pelet P, Engheta N. IEEE Trans. on AP, 1990, AP-38(1): 91—97.
- [6] Pelet P, Engheta N. J. Appl. Phys., 1990, 67(6): 2742—2745.
- [7] Engheta N, Pelet P. IEEE Trans. on MTT, 1990, MTT-38(11): 1631—1634.
- [8] Svedin J A M. IEEE Trans. on MTT, 1990, MTT-38(10): 1488—1496.
- [9] Engheta N, *et al.* IEEE Trans. on AP, 1992, AP-40(4): 367—374.
- [10] Waldron R A. Theory of Guided Electromagnetic Waves. London: Van Nostrand Reinhold, 1969, 409—421.

## THE THEORY OF CHIROPLASMA WAVEGUIDES

Shen Zhongxiang

*(Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016)*

**Abstract** This paper presents a general theory of chiroplasma waveguides, which consist of cylindrical waveguides filled with chiroplasma materials. The relations between the transverse components and the longitudinal parts of electromagnetic fields in the waveguides are derived, and formulas for calculating the longitudinal field components are also given. As an illustrative example, the parallel-plate chiroplasma waveguide is considered in detail. The dispersion diagrams of the parallel-plate chiroplasma waveguide are presented.

**Key words** Chiral media, Chirowaveguide, Chiroplasma materials, Chiroplasma waveguides