

## 一类混沌映射扩频序列的研究<sup>1</sup>

何松柏 周尚波

(电子科技大学微波中心 成都 610054)

**摘要:** Logistic 混沌映射可产生用于扩频系统的跳频序列。该文用 Logistic 映射构造了一个二维混沌映射,证明了该二维混沌映射轨道点的概率密度分布,提出了一种混沌跳频序列的产生方法,并通过数值仿真分析了此类扩频序列的奇、偶相关特性和序列码的平衡特性。结果表明:该混沌跳频序列具有良好的性能。

**关键词:** 混沌, Logistic 映射, 扩频序列, 奇偶相关特性

**中图分类号:** TN914.5 **文献标识码:** A **文章编号:** 1009-5896(2004)02-0260-06

## Research on Spreading Sequences with Chaotic Maps

He Song-bai Zhou Shang-bo

(Dept of Microwave Center, UEST of China, Chengdu 610054, China)

**Abstract** Spreading sequence for Frequency Hopping(FH) sequence can be generated with logistic map. This paper constructs a second-order chaotic map based on logistic map, proves its probability density distribution, and proposes a method to generate chaotic frequency-hopping sequence. It also analyzes character of even and odd correlations by numerical simulation. The results shows the sequence has excellent properties.

**Key words** Chaos, Logistic map, Spreading sequence, Even and odd correlations

### 1 引言

扩频通信由于其保密性和抗干扰能力不仅在军事通信中获得成功应用,而且越来越广泛地应用到民用通信中,如卫星通信、陆地移动通信、个人通信、无线接入、无线遥测遥控等许多领域。扩频通信主要采用直接序列扩频和跳频扩频两种方式。由于跳频扩频的一些优良性能,使其在蓝牙(Bluetooth)等系统中得到了广泛应用<sup>[1]</sup>。

码分多址系统的性能取决于扩频码序列的奇相关和偶相关函数<sup>[2]</sup>。以偶相关的峰值为标准,人们已经构造了达到 Walsh 下界的最优序列族,如 Kasami 序列(小集), Bent 序列等。但对同等重要的奇相关特性研究则显得较少,构造同时具备良好的偶相关和奇相关特性的扩频序列仍然很困难。

混沌是非线性系统所产生的复杂的动力学行为,混沌系统对初值条件具有极端的敏感性,因此混沌系统能产生大量的、互不相关的、具有伪随机性的混沌序列。所以近年来应用混沌于扩频通信引起了人们的极大关注和广泛的研究,取得了许多研究成果。文献[3-6]讨论了混沌在跳频通信中的应用。文献[7-9]研究了 Logistic 映射扩频序列的相关分布,证明了周期为  $N$  的此类扩频序列的偶相关和奇相关均服从均值为 0、方差为  $N$  的高斯分布。本文用 Logistic 映射构造了一个二维混沌映射,证明了该二维混沌映射轨道点的概率密度分布,给出扩频码的设计方法,并通过数值仿真分析了此类扩频序列的奇相关和偶相关特性,与 Logistic 映射相比较,结果表明:用该混沌映射生成的跳频码具有优良的性能。

<sup>1</sup> 2002-09-23 收到, 2003-02-28 改回

## 2 二维混沌序列的构造及其概率密度分布

用于扩频通信的混沌序列, 要求产生的扩频序列各频隙出现的概率相同. 对于一般的混沌动力学系统, 很难求出解析的不变概率密度函数, 其求解方法只能用诸如直方图的实验方法<sup>[2]</sup>, 这种方法需要大量的样本点, 又存在一定的统计误差. 设不变概率密度为  $\rho(x)$ , 则  $\rho(x)$  由如下 Ferron-Frobenius 方程决定<sup>[10]</sup>:

$$\rho(x) = \int_I \delta(x - f(y))\rho(y)dy \quad (1)$$

Logistic 映射<sup>[3]</sup> 由下式给出:

$$x_{n+1} = 1 - 2x_n^2, \quad x \in [-1, 1] \quad (2)$$

其迭代产生的混沌序列的轨道点的不变概率密度是

$$\rho(x) = 1/(\pi\sqrt{1-x^2}), \quad x \in [-1, 1] \quad (3)$$

我们构造如下映射:

$$\left. \begin{aligned} x_{n+1} &= f(x_n) = 1 - x_n^2 \\ y_{n+1} &= g(y_n, x_n) = 2x_n y_n \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

其中  $x_n \in [-1, 1]$ ,  $y_n \in [-1, 1]$ .

**定理 1** 当式 (4) 中  $y_n$  的迭代初值为  $y_0 \in (-1, 1)$ ,  $x_n$  的迭代初值为  $x_0 = \cos(\arcsin y_0)$ , 则序列  $\{y_n\}_{n=0,1,2,\dots}$  轨道点的不变概率密度为  $\rho(y) = 1/(\pi\sqrt{1-y^2})$ .

**证明** 由初值的取法可得, 如果令  $x_n = \cos \theta_n$ , 则映射式 (4) 可变为

$$\left. \begin{aligned} x_{n+1} &= \cos 2\theta_n \\ y_{n+1} &= \sin 2\theta_n \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

我们已经知道, 映射  $x_{n+1} = 1 - 2x_n^2$  的不变概率密度为  $\rho(x) = 1/(\pi\sqrt{1-x^2})$ , 由式 (1) 有

$$\rho(x) = \int_{-1}^1 \delta(x - (1 - 2z^2)) \frac{1}{\pi\sqrt{1-z^2}} dz \quad (6)$$

令  $z = \cos \theta$ , 则有

$$\rho(x) = \int_0^\pi \delta(x - \cos 2\theta) d\theta \quad (7)$$

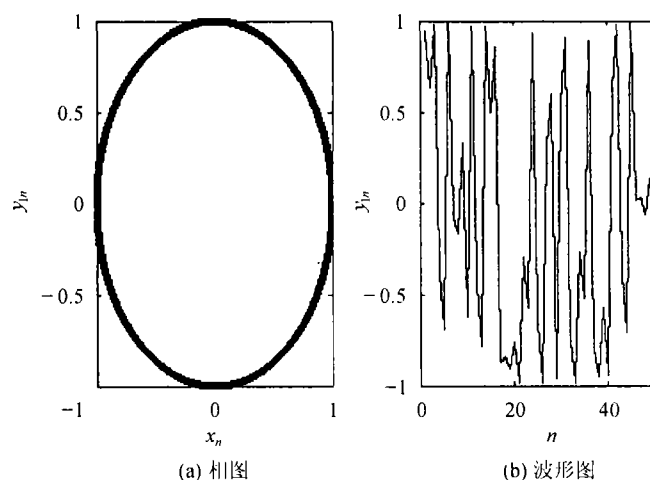
另一方面

$$\int_{-1}^1 \delta(y - g(\xi, z)) \frac{1}{\pi\sqrt{1-\xi^2}} d\xi = \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \delta(y - \sin 2\theta) d\theta = \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \delta(y - \cos\left(\frac{\pi}{2} - 2\theta\right)) d\theta \quad (8)$$

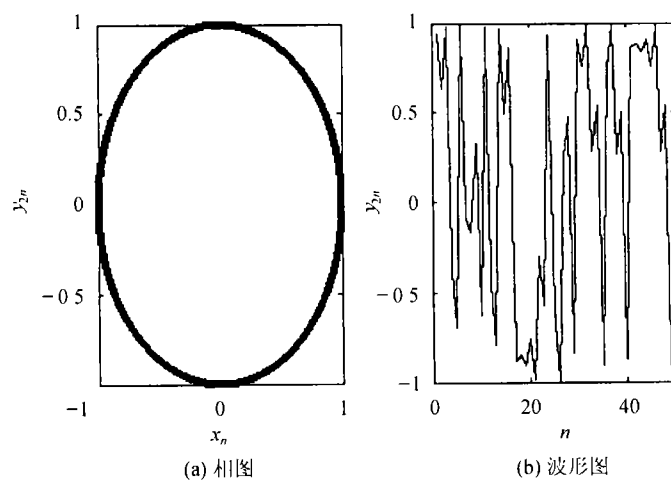
令  $\beta = \pi/4 - \theta$ , 则式 (8) 变为

$$\int_0^\pi \delta(y - \cos 2\beta) d\beta = 1/(\pi\sqrt{1-y^2}) \quad \text{证毕}$$

序列  $\{y_{1n}\}$ ,  $n = 1, 2, \dots, N$  的初值取  $x_0 = 0.338123579$ ,  $y_0 = \sin(\arcsin(x_0))$ , 其相图和波形图分别如图 1(a), 图 1(b) 所示.

图1 序列  $y_{1n}$  的相图和波形图

序列  $\{y_{2n}\}$ ,  $n = 1, 2, \dots, N$  的初值取  $x_0 = 0.338123580$ ,  $y_0 = \sin(\arccos(x_0))$ , 其相图和波形图分别如图 2(a), 图 2(b) 所示。

图2 序列  $y_{2n}$  的相图和波形图

比较图 1 和图 2 可以得到, 该混沌映射的相点  $(x_n, y_n)$  分布在一个单位圆环上, 序列  $y_n$  对初值有着敏感的依赖性。

### 3 扩频码设计及其奇偶相关特性分析

混沌扩频码是由混沌序列量化而生成, 对于映射 (4) 式, 任取  $x_0 \in [-1, 1]$ , 而取  $y_0 = \sin(\arccos(x_0))$ , 根据定理 1, 序列  $\{x_n\}$  与  $\{y_n\}$  的不变概率分布是相同的, 我们构造这样的序列

$$\{z_n\}_{n=0,1,2,\dots} = \{x_0, y_0, x_1, y_1, \dots, x_j, y_j, \dots\} \quad (9)$$

为了产生扩频码, 定义函数:

$$T_c(x) = \begin{cases} 1, & (x \geq c) \\ -1, & (x < c) \end{cases} \quad (10)$$

其中, 参数  $c = 0$ , 则可由  $\{T_c(z_n)\}_{n=0}^N$  得到扩频序列码。由于混沌扩频序列的多址能力来自混沌序列对初始条件的敏感依赖性, 可将不同的初始值  $x_{0,m} (m = 1, \dots, M)$  分配给不同的用户, 就获得了数量足够多的一族扩频码序列。

扩频序列的奇相关和偶相关特性决定直扩码分多址系统的性能, 对于两个扩频序列  $\{x_n\}, \{y_n\} \in [-1, 1]$ , 其偶相关函数为

$$E_{xy} = P_{xy}(\tau) + P_{xy}(\tau - N) \quad (11)$$

奇相关函数为

$$O_{xy} = P_{xy}(\tau) - P_{xy}(\tau - N) \quad (12)$$

其中  $P_{xy}(\tau)$  是部分相关函数, 定义为

$$P_{xy}(\tau) = \begin{cases} \sum_{n=0}^{N-1-\tau} x_n y_{n+\tau}, & 0 \leq \tau \leq N-1 \\ \sum_{n=0}^{N-1+\tau} x_{n-\tau} y_n, & 1-N \leq \tau \leq 0 \\ 0, & |\tau| \geq N \end{cases} \quad (13)$$

经过大量计算机模拟仿真发现, 取较大的  $N$  值时, 奇偶相关分布函数值对于映射初值的选择变化并不大。这表明在允许的范围任意改变初值, 就可以获得数量巨大、性能相当的扩频序列。

我们定义两个分别含有两个序列的组 A(1) 和 A(2):

$$A(1) \begin{cases} \{\{T_0(z_n)\}_{n=0}^N | x_0 = 0.0338\} \\ \{\{T_0(z_n)\}_{n=0}^N | x_0 = -0.8115\} \end{cases}$$

$$A(2) \begin{cases} \{\{T_0(z_n)\}_{n=0}^N | x_0 = 0.0238\} \\ \{\{T_0(z_n)\}_{n=0}^N | x_0 = -0.7115\} \end{cases}$$

取  $N = 4096$ , 用 Matlab 软件分别计算 A(1) 和 A(2) 中两序列的奇相关和偶相关特性, 并将计算的结果与 Logistic 简单生成方法 (取相对应的两组初值, 由  $\{T_c(x_n)\}_{n=0}^N$  得到的扩频序列码) 的结果相比较, 见表 1。

表 1 混沌扩频序列奇偶互相关特性比较

	$\max  E_{xy}(\tau) $	$\frac{1}{N} \sum_{\tau=0}^{N-1} E_{xy}^2(\tau)$	$\max  O_{xy}(\tau) $	$\frac{1}{N} \sum_{\tau=0}^{N-1} O_{xy}^2(\tau)$
Logistic(1)	249	4227	263	4218
A(1)	219	3937	217	3942
Logistic(2)	255	4128	265	4191
A(2)	233	3932	227	4082

由表1的比较可看出,本文用二维混沌映射所设计的扩频序列码在性能上要优于用 Logistic 简单生成方法的序列。同时映射式(4)也是简单迭代的一个二维混沌映射,它同时产生两个序列,因而在生成扩频码时灵活选用  $x_n$  或  $y_n$ , 这样无疑增加了系统的非线性复杂性和保密性。

从图3(a)和图3(b)中 A(1) 的奇偶互相关分布可知,大量的奇偶互相关函数值分布在 0 附近,这与文献[8]中 Logistic 映射扩频序列的奇偶相关分布为高斯分布是一致的。

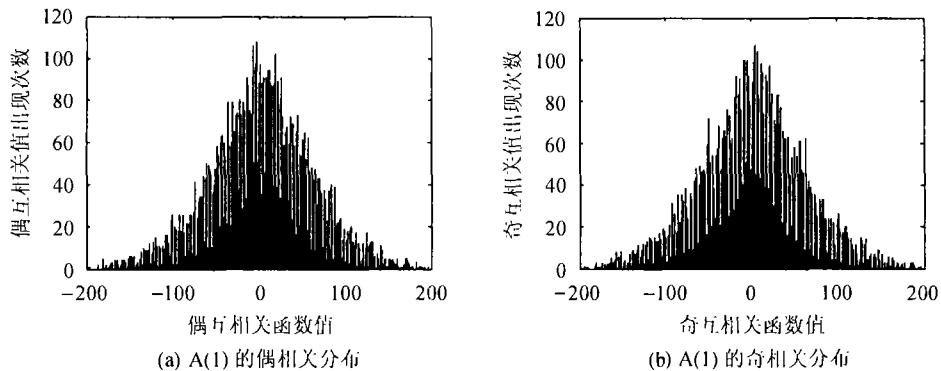


图3 A(1) 的相关分布

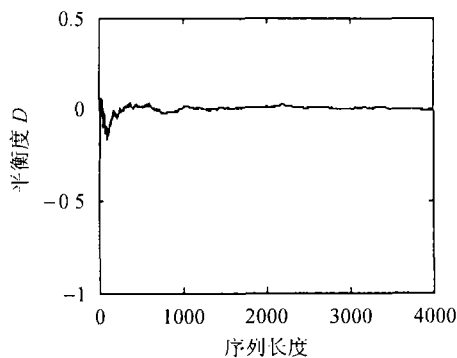


图4 扩频序列码的平衡特性

序列的平衡特性的定义为

$$D = p - q \quad (14)$$

式中  $p$  和  $q$  是码长为  $n$  的序列中“-1”和“1”出现的次数。

扩频序列码的平衡特性也与扩频序列的性能有关。图4表明当序列长度  $n$  较大,  $p, q$  的个数趋于平衡, 其差值接近于 0。

## 4 结论

根据上面的分析,可以得到以下两个结论:

(1) 在 Improved logistic 映射的基础上,构造了一个二维混沌映射,证明了当初值在单位圆上取值时,用不变概率分布的定义证明了两个变量的轨道点具有相同的不变概率分布。

(2) 给出一种设计跳频序列的新方法,经数值仿真分析,其汉明相关性等特性不亚于用一维映射式(1)的  $x_n$  生成的跳频序列,可作为跳频序列的一种设计方法。映射式(4)也是简单迭代的一个二维混沌映射,它同时产生两个序列,因而在生成跳频码时更能灵活地利用,量化函数还可以用单位圆的划分来定义,跳频序列的生成也可以按某种规则选择  $x_n$  或  $y_n$ , 这样可增加系统的非线性复杂性和保密性。

## 参 考 文 献

- [1] 金 纯, 许光辰等. 蓝牙技术. 北京: 电子工业出版社, 2001, 第一章.
- [2] 李文化, 王智顺, 何振亚. 用于跳频多址通信的混沌跳频码. 通信学报, 1996, 17(6): 17-21.
- [3] 凌 聪, 孙松庚. 用于跳频码分多址通信的混沌跳频序列. 电子学报, 1999, 27(1): 67-69.
- [4] Ghobad Heidari-Bateni, McGillem C D. A chaos direct sequence spread-spectrum communication system. *IEEE Trans. on Comm.*, 1994, COM-42(2/3/4): 1524-1527.
- [5] Cuan Lian Koh, Toshimitsu Ushio. Digital communication method based on m-synchronized chaotic systems. *IEEE Trans. on CAS-1.*, 1997, 44(5): 383-390.
- [6] Géza Kolumbán, Michael Peter Kennedy, Chua Leon O. The role of synchronization in digital communications using chaos-part II: chaotic modulation and chaotic synchronization. *IEEE Trans. on CAS-1.*, 1998, 45(11): 1129-1139.
- [7] Vanwiggeren G D, Roy R. Chaotic communication using time-delayed optical systems. *Int. J. Bifurcation Chaos*, 1999, 9(11): 2129-2156.
- [8] 凌 聪, 孙松庚. Logistic 映射跳频序列. 电子学报, 1997, 25(10): 79-81.
- [9] 凌 聪, 孙松庚. Logistic 映射跳频扩频序列的相关分布. 电子学报, 1999, 27(1): 140-141.
- [10] 杨维明编著. 时空混沌和耦合映象格子. 上海: 上海科技教育出版社, 1994, 第二章.

何松柏: 男, 1972 年生, 博士, 副教授, 主要研究方向是无线收发信机组件、射频微波电路、频率合成技术、混沌扩频通信等.

周尚波: 男, 1963 年生, 博士, 主要研究方向是神经网络动力学与混沌保密通信.