

## 基于梯度向量投影的自适应滤波算法的改进 及其在多路回波消除中的应用<sup>1</sup>

周元建 谢胜利\*

(广东公安高等专科学校 广州 510232)

\*(华南理工大学无线电与自动控制研究所 广州 510641)

**摘要:** 该文首先对 Lim(2000) 的基于梯度向量正交投影的算法 (OGA) 进行了分析和改进, 在此基础上获得了一种新的自适应滤波算法 (MOGA)。新算法使用时变遗忘因子对误差进行指数加权平均来估计均方误差, 并使用该因子改变自适应迭代过程中滤波器系数向量的更新方向, 然后将改进后的新算法扩展成两路回波消除算法用于多路回波的消除中, 获得了良好的效果。仿真结果表明, MOGA 不仅对时变或时不变系统具有很好的跟踪能力, 克服了 Lim(2000) 所提算法收敛性不佳甚至有时发散的缺陷, 而且应用于多路回波消除时具有计算量小, 收敛速度快和精度高等特点, 其收敛速度和精度优于 J. Benesty(1996) 和 G. Sankaran(1999) 的相应结果。

**关键词:** 梯度投影, 自适应滤波, 改进算法, 多路回波消除

**中图分类号:** TN911.72 **文献标识码:** A **文章编号:** 1009-5896(2004)04-0568-06

## An Improved Adaptive Filtering Algorithm Based on Projection of Gradient Vectors and Its Application in Multi-channel Acoustic Echo Cancellation

Zhou Yuan-jian Xie Sheng-li\*

(Guangdong Police College, Guangzhou 510232, China)

\*(The Research Inst. of Radio & Autom. Control,

South China Univ. of Tech., Guangzhou 510641, China)

**Abstract** In this paper, a new adaptive filtering algorithm is proposed based on the analysis of the orthogonal projection of gradient vectors described in Lim(2000). In the new algorithm, a time-variant forgetting factor is introduced to estimate the Mean Square Error(MSE) and change the updating direction of adaptive filter coefficient vector. Furthermore, the new algorithm is extended to two-channel algorithm for multi-channel acoustic echo cancellation. Simulation in MATLAB shows that the new algorithm has good convergence and tracking capability to time-variant and time-invariant system, and can overcome the weakness in convergence and divergence of the Lim's algorithm(2000). Moreover, the extended algorithm is of less computation, faster convergence, and higher accuracy when applied in multi-channel acoustic echo cancellation. Its convergent speed and accuracy are better than that of the algorithms proposed by Benesty(1996) and Sankaran(1999).

**Key words** Projection of gradient vectors, Adaptive filtering, Modified algorithm, Multi-channel acoustic echo cancellation

<sup>1</sup> 2002-12-03 收到, 2003-06-03 改回

国家自然科学基金 (60274006)、广东省自然科学基金 (990892)、教育部重点科研基金 (02152) 资助项目

## 1 引言

自 Widrow 和 Hoff 提出 LMS 算法以来<sup>[1]</sup>, 由于它具有运算量小、易于实现等优点, 人们对它做了大量的研究工作, 并广泛应用于干扰抵消、信道均衡、系统辨识及阵列处理等领域。然而, 在非平稳环境下 LMS 算法通常收敛慢且跟踪能力差。为克服这一缺点, 人们提出了各种改进算法, 如归一化 LMS 算法和仿射投影算法 (APA) 等<sup>[2,3]</sup>。Proakis 所提出的梯度线性滤波自适应算法 (FGA) 是第一个对共轭梯度算法进行简化尝试的算法<sup>[4]</sup>。Lim 获得了一种比 LMS 算法和 FGA 收敛速度快且鲁棒性高的新算法<sup>[5]</sup>。Lim 在 FGA 中引进一个正交投影<sup>[6]</sup>, 将 FGA 改进为基于梯度向量正交投影算法 (OGA)。我们对 OGA 进行分析和仿真时发现, OGA 推导及结论存在明显的不足, 算法的收敛性有时不佳甚至是不收敛的。本文分析了 OGA 不足的原因, 提出了一种比 OGA 收敛速度更快且鲁棒性更好的改进算法。

另外, 因为在电话会议和桌面会议系统等数字无线通信系统中, 人们期望好的声音质量和声音定位, 因而这些系统大都采用多声道立体声系统, 并采用自适应多声道声学回波消除器消除回波。由于多路回波消除比单路回波的消除要复杂和困难得多, 对由于各路信号的强相关性所带来的收敛速度慢这个核心的问题, 人们还在努力研究中<sup>[7-9]</sup>。其中 J.Benesty 提出了一种带正交约束的多路回波 (APA-MC) 算法<sup>[8]</sup>, G.Sankaran 提出了一种带有正交改正因子的归一化最小均方 (NLMS-OCF) 算法<sup>[9]</sup>。这些算法在收敛速度上有较大改进, 但计算复杂度都相当高。本文将所得到的新算法扩展到多路回波消除的应用中, 获得较理想的效果, 与 APA-MC 算法以及 NLMS-OCF 算法比较, 不仅收敛速度加快, 而且计算量减小, 从而在时变跟踪能力方面新算法又有了很大的改进。

## 2 OGA 算法及其不足

Lim 在 OGA 中使用<sup>[6]</sup>:

$$\psi(k) = \lambda_k \psi(k-1) + e_k^2 / 2 \quad (1)$$

代替文献 [5] 中均方误差 (MSE) 的估计式:

$$\psi(k) = \frac{1}{2} \sum_{i=0}^k \lambda_k^{k-i} e_i^2 \quad (2)$$

这里  $\lambda_k$  为时变或时不变遗忘因子;  $k$  记迭代或时间序号;  $e_k$  表示估计误差,  $e_k = d_k - \mathbf{x}_k^T \mathbf{w}_k$ ;  $d_k$  为期望信号,  $\mathbf{x}_k$  为  $N \times 1$  输入数据向量,  $\mathbf{w}_k$  为第  $k$  次迭代时的  $N \times 1$  滤波器权系数向量;  $T$  记向量的转置。并使用如下的滤波器权向量递推迭代公式:

$$\mathbf{w}_{k+1} = \mathbf{w}_k + \mu \mathbf{p}_k \quad (3)$$

最小化 MSE 估值。这里  $\mu$  为步长,  $\mathbf{p}_k$  为  $N \times 1$  向量。对式 (2) 两边关于  $\mathbf{w}_k$  取微分, 得到<sup>[6]</sup>

$$\mathbf{p}_k = -\nabla \psi(k) |_{\mathbf{w}_k} = \lambda_k \mathbf{p}_{k-1} + \mathbf{g}_k \quad (4)$$

这里  $\mathbf{p}_{-1} = \mathbf{0}$ ,  $\mathbf{g}_k = \mathbf{x}_k e_k$  为 MSE 函数的负梯度。文献 [6] 基于样本逐个优化时变遗忘因子的值, 使得  $\mathbf{p}_k$  与  $\mathbf{p}_{k-1}$  正交, 从而求得时变遗忘因子:

$$\lambda_k = -\frac{\mathbf{g}_k^T \mathbf{p}_{k-1}}{\mathbf{p}_{k-1}^T \mathbf{p}_{k-1}} = -\frac{\mathbf{g}_k^T \mathbf{p}_{k-1}}{\|\mathbf{p}_{k-1}\|^2} \quad (5)$$

现在我们来分析 OGA 存在的问题。首先, OGA 中式 (4) 是基于式 (1) 推导出来的, 但式 (1) 与式 (2) 并不完全等价, 因而用式 (1) 替代式 (2) 作为 MSE 的精确估计缺乏理论依据。另一方

面, MSE 的估计式 (1) 中作为遗忘因子的  $\lambda_k$  至少应该满足  $|\lambda_k| \leq 1$  (文献 [5] 中  $0 \leq \lambda < 1$ ), 而从式 (5) 不难发现,  $\lambda_k$  可能大于 1, 造成式 (1) 右边的累积和发散. 本文第 4 节图 1 所示仿真结果中 OGA 学习曲线发散即表明了这一点. 进一步地, 式 (4) 的推导在记号上出现了不一致. 按式 (4) 的记号,  $\mathbf{p}_k = -\lambda_k \nabla \psi(k-1)|_{\mathbf{w}_{k-1}}$ , 而由式 (1) 两边关于  $\mathbf{w}_k$  取微分只能得出  $\mathbf{p}_k = -\lambda_k \nabla \psi(k-1)|_{\mathbf{w}_k} + \mathbf{g}_k$ . 再者, 由式 (3) 可看出,  $\mathbf{p}_k$  决定着  $\mathbf{w}_k$  向  $\mathbf{w}_{k+1}$  更新的方向. 而  $\mathbf{p}_k$  是从式 (4) 得到的, 由于  $\mathbf{p}_{k-1}$  及  $\mathbf{g}_k$  都是上一次更新产生的结果, 相对于本次更新来说是固定不变的, 因而时变  $\lambda_k$  决定了  $\mathbf{p}_k$  的方向, 进而决定了  $\mathbf{w}_k$  向  $\mathbf{w}_{k+1}$  更新的方向. 尽管恰当地选择  $\lambda_k$  可使当前梯度向量正交于前一个梯度向量, 但这并不能保证均方误差估计  $\psi(k)$  朝最小值最速下降, 也就是说, 选择  $\lambda_k$  使当前梯度向量正交于前一个梯度向量, 算法的收敛速度并不一定是最快的. 本文第 4 节图 2 所示仿真结果中, 本文提出的新算法 (MOGA) 并没有选择  $\lambda_k$  使当前梯度向量正交于前一个梯度向量, 但其收敛比 OGA 更快, 即表明了这一点. 关于图 1 和图 2 的详细说明请参阅本文第 4 节.

### 3 改进新的算法——MOGA 算法

我们仍采用式 (2) 作为 MSE 的精确估计式. 用  $\lambda_k$  作为共轭梯度算法中时变因子寻找使  $\psi(k)$  最小的  $\mathbf{w}_k$ , 从而有

$$\mathbf{p}_k = \lambda_k \mathbf{p}_{k-1} + \mathbf{g}_k \quad (6)$$

这里  $\mathbf{p}_k$  为向量, 且  $\mathbf{p}_{-1} = \mathbf{0}$ ,  $\mathbf{g}_k = \mathbf{x}_k e_k$  为 MSE 函数的负梯度. 显然, 式 (3) 及式 (6) 所构成的算法形式上即为 OGA, 但我们是从共轭梯度算法出发得到的, 因而新算法并不依赖于式 (1), 从而避免了 OGA 推导中的错误. 由于时变遗忘因子  $\lambda_k$  应该满足  $|\lambda_k| \leq 1$ , 因此我们将 OGA 中的  $\lambda_k$  改进为

$$\lambda'_k = -\frac{\mathbf{g}_k^T \mathbf{p}_{k-1}}{\|\mathbf{g}_k\| \|\mathbf{p}_{k-1}\|} \quad (7)$$

由 Cauchy-Schwarz 不等式可知,  $|\mathbf{g}_k^T \mathbf{p}_{k-1}| \leq \|\mathbf{g}_k\| \|\mathbf{p}_{k-1}\|$ , 因而按式 (7) 选择  $\lambda'_k$  时, 有  $|\lambda'_k| \leq 1$ . 进一步, 我们可在式 (7) 右边的前面增加一个因子  $\alpha (0 < \alpha < 1)$  来强迫  $|\lambda'_k| < 1$ , 从而得到 OGA 的改进算法——MOGA:

$$\psi'(k) = \frac{1}{2} \sum_{i=0}^k (\lambda'_k)^{k-i} e_i^2 \quad (8)$$

$$\mathbf{w}_{k+1} = \mathbf{w}_k + \mu \mathbf{p}_k \quad (9)$$

$$\mathbf{p}_k = \lambda'_k \mathbf{p}_{k-1} + \mathbf{g}_k \quad (10)$$

$$\lambda'_k = -\alpha \frac{\mathbf{g}_k^T \mathbf{p}_{k-1}}{\|\mathbf{g}_k\| \|\mathbf{p}_{k-1}\|} \quad (11)$$

其中  $\mathbf{g}_k = \mathbf{x}_k e_k$ ,  $0 < \alpha < 1$ .

### 4 MOGA 算法性能分析与仿真

首先, MOGA 的收敛性可仿照共轭梯度算法的收敛性证明进行. 其次, 由于  $|\lambda'_k| \leq \alpha < 1$ , 从而  $0 < |\psi'(k)| \leq \frac{1}{2} \sum_{i=0}^k \alpha^{k-i} e_i^2$ , 所以式 (8) 定义的  $\psi'(k)$  收敛于式 (2) 中的  $\psi(k)$ , 即  $\psi'(k)$

也是 MSE 的精确估计式。另一方面, 注意到  $\mathbf{g}_k = \mathbf{x}_k e_k$ , MOGA 的迭代公式实际上可改写为如下形式:

$$\mathbf{w}_{k+1} = \mathbf{w}_k + \mu \mathbf{x}_k e_k + \mu \alpha \frac{\mathbf{x}_k^T \mathbf{p}_{k-1}}{\|\mathbf{x}_k\| \|\mathbf{p}_{k-1}\|} \mathbf{p}_{k-1} \quad (12)$$

与 LMS 算法相比, MOGA 式 (12) 中增加了一个扰动项  $\mu \alpha \frac{\mathbf{x}_k^T \mathbf{p}_{k-1}}{\|\mathbf{x}_k\| \|\mathbf{p}_{k-1}\|} \mathbf{p}_{k-1}$ , 与我们在文献 [7] 中的分析一样, 扰动项自适应地调节滤波器系数向量的更新方向, 改善了前后两次迭代过程中的两个向量  $\mathbf{p}_k$  与  $\mathbf{p}_{k-1}$  的夹角, 从而算法的收敛速度加快是必然的。另外不难看出, 扰动项影响滤波器权系数更新的程度取决于  $\alpha$  的值。当  $\alpha$  等于零时, MOGA 对滤波器权系数的更新公式与 LMS 算法一致。

为比较 MOGA 与 OGA 的性能, 我们采用文献 [6] 中的未知时不变横向滤波器  $\mathbf{h}_1 = [-0.5, 1.0, 3.0, 2.5, -2.5, -0.8, 0.3, 0.1]^T$  及时变横向滤波器  $\mathbf{h}_2 = v(n)\mathbf{h}_1$  进行仿真 (这里  $v(n) = 1 + 0.3 \sin(2\pi n/1000)$ ), 所得结果如图 1 和图 2 所示。

图 1 中的输入信号为  $x(n) = 2.01 + 0.2 \sin(2\pi n/3000)$  所构成的信号序列, 图 2 中的输入信号为  $x(n) = 2 + 0.2 \sin(2\pi n/3000)$  所构成的信号序列。图 1 表明 OGA 发散时 MOGA 仍收敛, 图 2 表明 MOGA 比 OGA 收敛速度快且收敛精度高。除图中标注参数组合外, 我们还就不同的参数组合和不同的输入信号进行了仿真, 结论都与上相同。

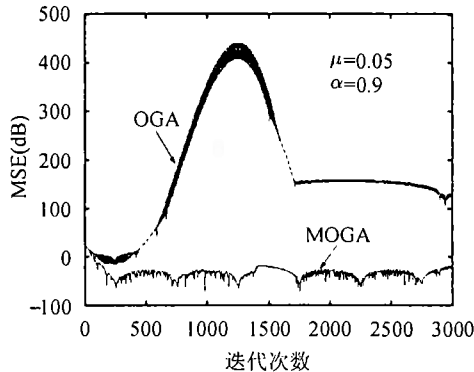


图 1 采用时变系统  $\mathbf{h}_2$  的仿真结果

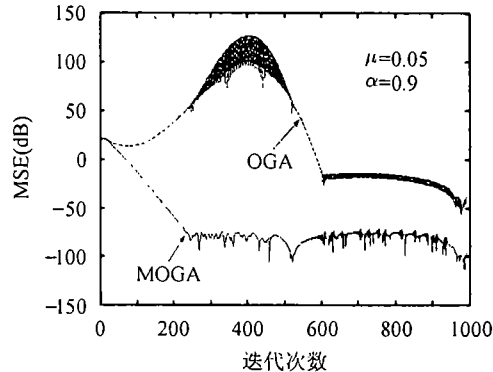


图 2 采用时不变系统  $\mathbf{h}_1$  的仿真结果

## 5 MOGA 算法在多路回波消除中的应用

图 3 描述了发射房间和接收房间之间的立体声回波消除器结构。发射房间有时看作远端, 接收房间看作近端。为避免混乱, 图中只画了近端房间喇叭麦克风系统一个声道的回波消除结构, 实际上, 相同的回波路径也存在于另一声道之中。图中远端房间的声音经传播路径  $\mathbf{g}_1, \mathbf{g}_2$  分别到达两个麦克风, 形成信号  $\mathbf{x}_i(n) = (x_i(n), x_i(n-1), \dots, x_i(n-L+1))^T$ , 然后经过近端扬声器与麦克风之间的回波路径  $\mathbf{h}_i = (h_{i1}, h_{i2}, \dots, h_{iL})^T$  形成回波信号  $y(n) = \mathbf{h}_1^T \mathbf{x}_1(n) + \mathbf{h}_2^T \mathbf{x}_2(n)$ 。为抵消回波信号  $y(n)$ , 我们在系统中增加两个长度为  $L$  的自适应滤波器, 并用  $\hat{\mathbf{h}}_i = (\hat{h}_{i1}(n), \hat{h}_{i2}(n), \dots, \hat{h}_{iL}(n))^T$  记自适应滤波器的脉冲响应 ( $i = 1, 2$ ), 则在  $n$  时刻自适应滤

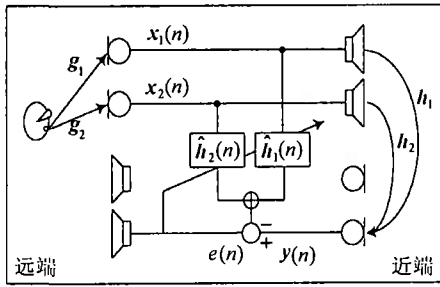


图 3 自适应多路回波消除原理图

波器的输出信号可以表达为  $\hat{y}(n) = \hat{h}_1^T(n)x_1(n) + \hat{h}_2^T(n)x_2(n)$ ，这样  $n$  时刻的回波可以表达为  $e(n) = y(n) - \hat{y}(n)$ 。

令  $\mathbf{X} = [x_1^T; x_2^T]^T$ ， $\mathbf{H} = [h_1^T; h_2^T]^T$ ， $\hat{\mathbf{H}} = [\hat{h}_1^T; \hat{h}_2^T]^T$ ，我们将 MOGA 扩展成两路 MOGA 如下：

$$\Psi(k) = \frac{1}{2} \sum_{i=0}^k (\lambda'_k)^{k-i} e_i^2 \tag{13}$$

$$\hat{\mathbf{H}}_{k+1} = \hat{\mathbf{H}}_k + \mu \mathbf{P}_k \tag{14}$$

$$\mathbf{P}_k = \lambda'_k \mathbf{P}_{k-1} + \mathbf{G}_k \tag{15}$$

$$\lambda'_k = -\alpha \frac{\mathbf{G}_k^T \mathbf{P}_{k-1}}{\|\mathbf{G}_k\| \|\mathbf{P}_{k-1}\|} \tag{16}$$

其中  $\mathbf{G}_k = \mathbf{X}_k e_k$ ， $e_k = \mathbf{X}^T (\mathbf{H}_k - \hat{\mathbf{H}}_k)$ 。

为检验新算法应用于多路回波消除时的性能，我们采用声学回波消除中通常采用的回波返回损耗增益 (Echo Return Loss Enhancement, ERLE)：

$$\text{ERLE} = 10 \lg \frac{E[e(n)^2]}{E[d(n)^2]} \quad (\text{dB})$$

作为性能评价标准。其中  $d(n)$  表示回波信号， $e(n)$  表示剩余回波。并采用文献 [10] 的立体声信号和近端房间有限脉冲响应进行仿真。图 4 为扩展 MOGA 与文献 [8] 中 APA-MC 算法和文献 [9] 中 NLMS-OCF 算法的比较结果。图中  $\mu$  为步长因子， $\alpha$  为 MOGA 中的因子， $\alpha_1, \alpha_2$ ，

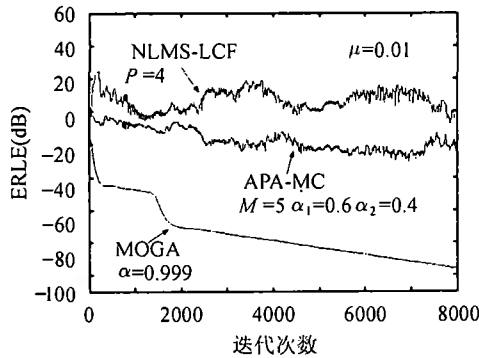


图 4 扩展 MOGA 与文献 [8, 9] 的算法比较

$M$  为 APA-MC 算法中的参数， $P$  为 NLMS-OCF 算法中正交向量个数。从图 4 可看出扩展的 MOGA 算法收敛速度和收敛精度都要优于 APA-MC 算法和 NLMS-OCF 算法。除图中标出的参数组合外，我们还就参数的其他组合进行了仿真，结论都与上相同。然而，扩展的 MOGA 的计算复杂度仅为  $O(L)$ ，而 APA-MC 算法为  $O(M^3) + (M+1)L$ ，NLMS-OCF 算法为  $O(LP^2)$ ，因而扩展的 MOGA 比它们具有更好的时变跟踪能力。

### 6 结论

本文分析了 OGA 的不足并对其进行改进，提出了一种新的基于最小均方收敛准则的梯度向量新算法 (MOGA)，并将其扩展成两路回波消除算法。计算机仿真结果表明，改进后的算法

比 OGA 具有更好的收敛速度和收敛精度。扩展的 MOGA 算法比文献 [8, 9] 应用于多路回波消除时具有运算量小、收敛速度快、收敛精度高等优点。

### 参 考 文 献

- [1] Widrow B, Stearns S D. Adaptive Signal Processing, Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1985: 98-116.
- [2] Haykin S. Adaptive Filter Theory. 3rd Editon, Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1996: 432-437.
- [3] Ozeki K, Umeda T. An adaptive filtering algorithm using an orthogonal projection to an affine subspace and its properties. *Electronics and Communications in Japan*, 1984, 67-A(5): 19-27.
- [4] Proakis J G. Channel identification for high speed digital communications. *IEEE Trans. on Automat. Contrl.*, 1974, AC-19(6): 916-922.
- [5] Lim J S. Fast adaptive filtering algorithm based on exponentially weighted least-square errors. *Electron. Lett.*, 1999, 35(22): 1913-1915.
- [6] Lim J S. New adaptive filtering algorithms based on an orthogonal projection of gradient vectors. *IEEE Signal Processing Letters*, 2000, 7(11): 314-317.
- [7] 周元建, 谢胜利. 带有旋转因子的多路回波消除自适应滤波算法. *电子学报*, 2001, 29(10): 1360-1363.
- [8] Benesty J, Duhamel P, Grenier Y. A multi-channel affine projection algorithm with applications to multi-channel acoustic echo cancellation. *IEEE Signal Processing Lett.*, 1996, 3(2): 35-37.
- [9] Sankaran S G. Stereophonic acoustic echo cancellation using NLMS with orthogonal correction factors [A]. in Proceedings of the 1999 International Workshop on Acoustic Echo and Noise Control (IWAENC) [C], Procaine Manor, 1999: 40-43.
- [10] Tangsangiumvisai N, Chambers J A, Constantinides A G. Higher-order time-varying allpass filters for signal decorrelation in stereophonic acoustic echo cancellation. *Electron. Lett.*, 1999, 35(1): 88-90.

周元建: 男, 1964 年生, 副教授, 博士, 已发表相关学术论文十余篇。目前感兴趣的研究领域为数字信号处理和计算机图像识别等。

谢胜利: 男, 1958 年生, 教授, 博士生导师, IEEE 高级会员, 华南理工大学无线电与自动控制研究所副所长。发表论文 60 多篇, 出版专著 (国家九五重点图书) 1 部, 6 次获得省部级以上科技奖励。目前感兴趣的研究领域为: 非线性系统学习控制理论、机器人系统、自适应信号处理及混沌与保密通讯等。