

非线性耳蜗力学模型和偏移技术解法*

杨俊

(清华大学电子工程系,北京100084)

樊昌信

(西安电子科技大学信息科学研究所,西安 710071)

摘要 本文建立了二维非线性耳蜗力学模型,并提出一种有效方法——偏移技术来求解该模型。模拟结果表明,该模型较好地表征了一些生理学实验资料,如基底膜不同位置有不同的谐振频率和一些非线性特性,如位置的频率响应与输入强度有关的非线性特性。

关键词 生理声学;耳蜗力学;非线性;建模

一、引言

目前,有关耳蜗力学的许多研究都只涉及线性化的耳蜗力学模型^[1],然而,实际耳蜗是个非线性动态系统^[2]。为了更准确地研究耳蜗处理语音的机理以及将其结果更好地用于语音通信和有关领域中,人们希望给出描述实际耳蜗力学模型的非线性动态方程及其有效解法。

本文根据流体的运动定律(即质量守恒和动量守恒方程)和基底膜(BM)的运动特性,导出了耳蜗流体(外淋巴液)二维非线性运动方程,并提出一种偏移技术来求解该非线性方程。具体步骤为:首先求解线性化的耳蜗力学模型,然后以线性解为基础,用谐波平衡法求出非线性耳蜗力学模型的偏移解,两者之和即为所要求的解。模拟结果表明,该模型较好地表征了一些生理学实验资料和一些非线性特性^[2]。

二、非线性耳蜗力学建模

为了建立非线性耳蜗力学模型,我们作如下假设:

- (1) 耳蜗的物理模型如图1所示,上、下壁($y = \pm H$)为刚性壁;
- (2) 耳蜗流体(外淋巴液)为非粘性、均匀的、不可压缩的理想流体;
- (3) 前庭窗膜(OW)与蜗窗膜(RW)的作用为刚性活塞,且两膜具有相同的形状和面积;
- (4) BM为一个弹性薄膜,它将耳蜗分为两个腔体——前庭阶腔(SV)和鼓阶腔(ST);
- (5) SV和ST中关于BM对称的两点,其流体速度的 y 分量相等,而 x 分量数值

1991.08.26收到,1991.12.02定稿。

* 国家自然科学基金资助项目。

相等、符号相反;因而可以将图 1 展成图 2,其中蜗孔 (HE) 对流体运动无影响;

(6) 图 2 中, BM 关于点 $x = L$, 沿 x 轴具有奇对称性, 后面的讨论将参考图 2 进行;

(7) BM 的机械特性完全由它的阻抗来确定.

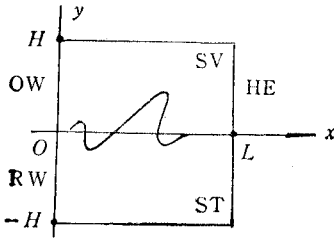


图 1 理想的二维耳蜗物理模型

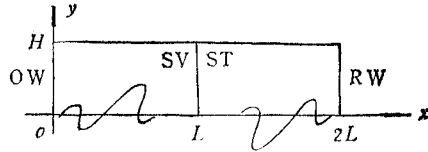


图 2 展开的二维耳蜗物理模型

根据下述流体运动定律^[3]

$$(1) \text{ 质量守恒方程 } \partial \rho / \partial t + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) = 0$$

$$(2) \text{ 动量守恒方程 } \partial \mathbf{v} / \partial t + (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} = -\nabla P / \rho$$

和 BM 的机械运动特性——BM 上的压强

$$p(x, z(x, t), t) = -[K(x)z(x, t) + b(x)\partial z(x, t) / \partial t + m(x)\partial^2 z(x, t) / \partial t^2]$$

我们建立的二维非线性耳蜗力学模型为如下形式:

$$4\rho \int_0^L g(x; x') \frac{\partial^2 z(x', t)}{\partial t^2} dx' + 2m(x) \frac{\partial^2 z(x, t)}{\partial t^2} = -2K(x)z(x, t) - 2b(x) \frac{\partial z(x, t)}{\partial t} + \rho \left[\frac{\partial z(x, t)}{\partial t} \right]^2 - 2\rho(L-x) \frac{du(t)}{dt} \quad (1)$$

式中 $x \in [0, L]$. 假设初始条件为 $z(x, 0) = 0$ 和 $\partial z(x, t) / \partial t|_{t=0} = 0$. 式中 $z(x, t)$ 为基底膜位移, $u(t)$ 为镫骨速度, $K(x)$, $b(x)$ 和 $m(x)$ 分别为基底膜的劲度、阻尼和质量, $g(\cdot)$ 为给定域中 Laplace 方程的 Green 函数, ρ 为流体(外淋巴液)点质量密度, L 为耳蜗长度.

要强调的是, 动量守恒方程中 $(\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v}$ 为一非线性项, 它使耳蜗力学模型呈非线性. 由于考虑该项, 建模和求解就变得非常困难, 所以目前所有耳蜗力学模型^[1]都忽略了该项, 从而这些模型不能很好地反映外淋巴液的运动规律. 我们针对这一点来解决问题.

三、偏移技术解法

我们提出的偏移技术分为两个步骤: 第一, 求解线性化耳蜗力学模型; 第二, 求非线性耳蜗力学模型的偏移解; 两者之和即为所要求的解.

1. 线性化耳蜗力学模型的解

线性化耳蜗力学模型是忽略动量守恒方程中的非线性项 $(\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v}$ 所得到的耳蜗力学模型, 我们设该模型的解为 $z_0(x, t)$.

首先, 我们建立线性化耳蜗力学模型, 为

$$4\rho \int_0^L g(x; x') \frac{\partial^2 z_0(x', t)}{\partial t^2} dx' + 2m(x) \frac{\partial^2 z_0(x, t)}{\partial t^2} \\ = -2K(x)z_0(x, t) - 2b(x) \frac{\partial z_0(x, t)}{\partial t} - 2\rho(L-x) \frac{du(t)}{dt} \quad (2)$$

其中 $x \in [0, L]$. 初始条件为 $z_0(x, 0) = 0$ 和 $\partial z_0(x, t)/\partial t|_{t=0} = 0$.

为了从(2)式中求解 $z_0(x, t)$, 我们对其进行空域离散化. 设抽样后的坐标为 $x_k = k\Delta$, 其中 $\Delta = L/M$ 是空域抽样距离. 设 $\{z_{0k}(t), k \in [1, M]\}$ 为 $z_0(x, t)$ 的抽样值, 那么(2)式可化为一组 M 个常微分方程, 进而得到其矩阵方程

$$Q\ddot{Z}_0(t) = B\dot{Z}_0(t) + CZ_0(t) + d\dot{u}(t), \quad (3)$$

其中 $Q = [4\rho L g_{ki}/M + 2m_k \delta_{ki}]$, $B = [-2b_k \delta_{ki}]$, $C = [-2K_k \delta_{ki}]$, $d = [2\rho L(k/M - 1)]$, $Z_0(t) = [z_{0k}(t)]^T$, $\delta_{ki} = \begin{cases} 1, & k = i \\ 0, & k \neq i \end{cases}$ 这里, Q, B 和 C 为 $M \times M$ 阶矩阵, d 和 $Z_0(t)$ 为 M 列矢量.

当输入镫骨速度为一个稳态正弦信号时, 即

$$u(t) = u^0 \exp(j\omega t) \quad (4)$$

由于(3)式代表线性系统, 则可假设

$$z_{0k}(t) = Z_{0k}^0 \exp(j\omega t), \quad k \in [1, M] \quad (5)$$

将(4)和(5)式代入(3)式, 得

$$Z_0^0 = -j\omega[\omega^2 Q + j\omega B + C]^{-1} du^0 \triangleq H(j\omega)u^0/(j\omega) \quad (6)$$

其中 $Z_0^0 = [Z_{01}^0, Z_{02}^0, \dots, Z_{0M}^0]^T$ 表示 BM 对正弦输入信号(4)式的系统响应,

$H(j\omega) = \omega^2[\omega^2 Q + j\omega B + C]^{-1} d = [H_1(j\omega), H_2(j\omega), \dots, H_M(j\omega)]^T$ 表示线性化耳蜗系统的速度比响应.

至此, 我们求出了线性化耳蜗力学模型的解.

2. 非线性耳蜗力学模型的偏移解

我们记偏移解为 $f(x, t)$, 那么非线性耳蜗力学模型的解为

$$z(x, t) = z_0(x, t) + f(x, t) \quad (7)$$

首先, 我们来建立关于偏移解 $f(x, t)$ 的方程. 具体方法是将(2)和(7)式代入(1)式, 并忽略 $\partial f(x, t)/\partial t$ 的高阶无穷小项, 得

$$4\rho \int_0^L g(x; x') \frac{\partial^2 f(x', t)}{\partial t^2} dx' + 2m(x) \frac{\partial^2 f(x, t)}{\partial t^2} \\ = -2K(x)f(x, t) - 2b(x) \frac{\partial f(x, t)}{\partial t} + \rho \left[\frac{\partial z_0(x, t)}{\partial t} \right]^2 + 2\rho \frac{\partial z_0(x, t)}{\partial t} \frac{\partial f(x, t)}{\partial t} \quad (8)$$

其中 $x \in [0, L]$. 初始条件为 $f(x, 0) = 0$ 和 $\partial f(x, t)/\partial t|_{t=0} = 0$.

当输入为(4)式所示的正弦信号时, 我们采用谐波平衡法来求解(8)式. 设偏移解 $f(x, t)$ 由二次、三次、...谐波成分组成, 即

$$f(x, t) = F_2(x, t) + F_3(x, t) + \dots, \quad x \in [0, L] \quad (9)$$

其中 $F_2(x_k, t) = F_{2,k}^0 \exp(j2\omega t)$, $F_3(x_k, t) = F_{3,k}^0 \exp(j3\omega t), \dots; k \in [1, M]$.

将(9)式代入(8)式, 令等式两边二次谐波项相等, 得

$$4\rho \int_0^L g(x; x') \frac{\partial^2 F_2(x', t)}{\partial t^2} dx' + 2m(x) \frac{\partial^2 F_2(x, t)}{\partial t^2} - 2K(x)F_2(x, t) - 2b(x) \frac{\partial F_2(x, t)}{\partial t} + \rho \left[\frac{\partial z_0(x, t)}{\partial t} \right]^2 \quad (10)$$

其中 $x \in [0, L]$. 初始条件为 $F_2(x, 0) = 0$ 和 $\partial F_2(x, t)/\partial t|_{t=0} = 0$.

比较(10)式与(2)式, 可见, 除了自由项不同以外, 这两个方程完全一样, 因而可以采用第三·1节的方法来求解(10)式. 此外, 为了节约计算量, 避免重复的高阶矩阵求逆运算(因为 M 较大), 我们还可以采用下列方法求解 $F_2(x, t)$.

首先, 找出(10)式中与(2)式中镫骨速度 $u(t)$ 等价的量 $u_2(t)$, 即从下式求出 $u_2(t)$,

$$-2\rho(L-x)du_2(t)/dt = \rho[\partial z_0(x, t)/\partial t]^2$$

对上式进行空域离散化, 且将(5)式代入, 得

$$\frac{du_2(t)}{dt} = - \frac{[Z_{0k}^0 j\omega \exp(j\omega t)]^2}{2(L-x_k)} = - \frac{(j\omega)^2 (Z_{0k}^0)^2}{2(L-x_k)} \exp(j2\omega t)$$

从而得

$$u_2(t) = - \frac{j\omega (Z_{0k}^0)^2}{4(L-x_k)} \exp(j2\omega t) \quad (11)$$

比较(10)式与(2)式, 我们有

$$F_2(x_k, t) = F_{2,k}^0 \exp(j2\omega t) = \frac{1}{j^2\omega} H_k(j2\omega) u_2(t) = - \frac{H_k(j2\omega) (Z_{0k}^0)^2}{8(L-x_k)} \exp(j2\omega t)$$

从而有

$$F_{2,k}^0 = - \frac{H_k(j2\omega) (Z_{0k}^0)^2}{8(L-x_k)}, \quad k \in [1, M] \quad (12)$$

这就是 BM 位移的二次谐波输出, 其中 $H_k(j2\omega)$ 满足(6)式, 已在第三·1节中求出.

同理可求出 BM 位移的三次、四次、...、 m 次谐波输出:

$$\left. \begin{aligned} F_{3,k}^0 &= - \frac{2H_k(j3\omega) Z_{0k}^0 F_{2,k}^0}{9(L-x_k)}, \quad k \in [1, M] \\ F_{4,k}^0 &= - \frac{3H_k(j4\omega) Z_{0k}^0 F_{3,k}^0}{16(L-x_k)}, \quad k \in [1, M] \\ &\dots\dots\dots \\ F_{m,k}^0 &= - \frac{(m-1)H_k(jm\omega) Z_{0k}^0 F_{m-1,k}^0}{m^2(L-x_k)}, \quad k \in [1, M] \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

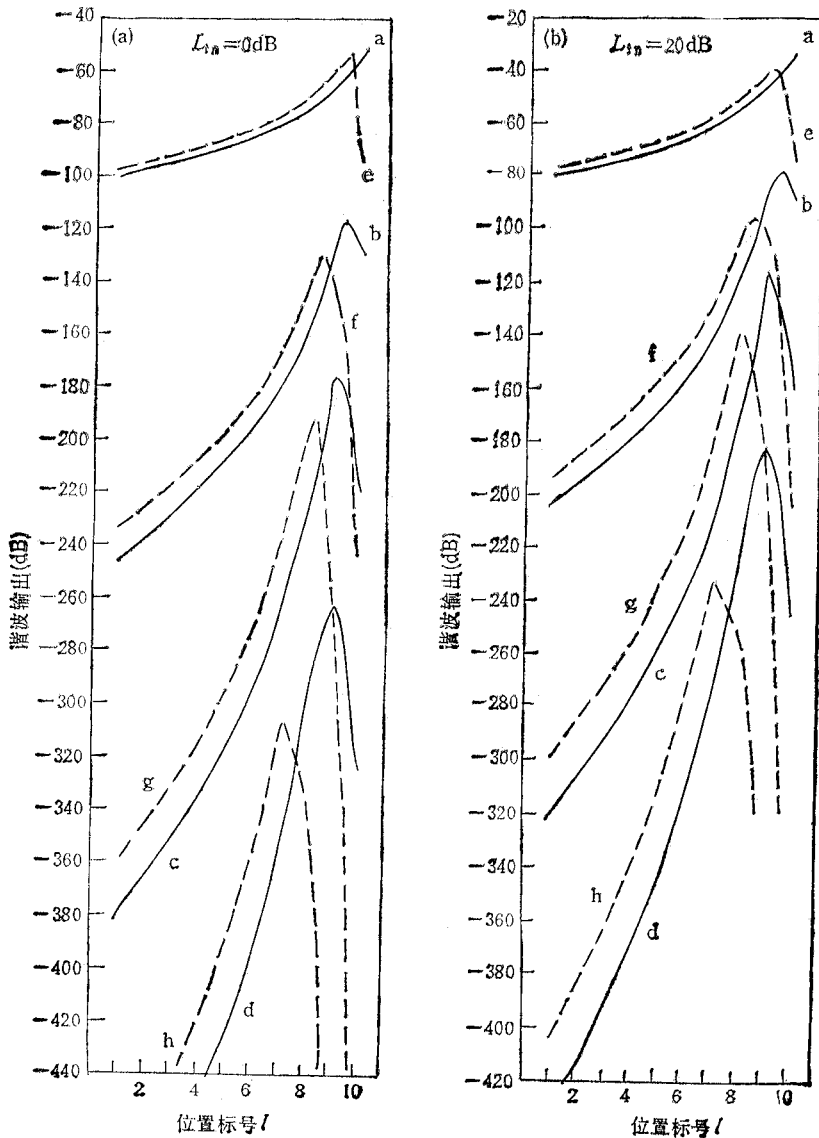
由此可见, 在求出线性化耳蜗力学模型(2)式的解 $z_0(x, t)$ 之后, 可采用递归法求出非线性耳蜗力学模型(8)式的偏移解 $f(x, t)$, 进而从(7)式获得非线性耳蜗力学模型(1)式的实际解 $z(x, t)$.

四、模拟结果

我们采用偏移技术对所建模型进行计算机模拟,并将模拟结果与文献[2]的实验资料作比较。我们使用下列一组耳蜗参数^[4] (cm·g·s 制):

$$\rho = 1\text{g/cm}^2, L = 2.5\text{cm}, H = 0.097\text{cm}, K(x) = 2.62 \times 10^4 \times \exp[-(1.8x + 0.062x^2)]\text{N/cm}^2, b(x) = 10^{-3}\text{N} \cdot \text{s/cm}^2, m(x) = 0.043\text{g/cm}, M = 512 \text{ 点}.$$

图 3(a)~3(c) 表示 BM 位移一次、二次、三次和四次谐波输出与 BM 位置的关系。模型输入为一个稳态正弦镫骨速度。实曲线 a, b, c 和 d 表示输入频率为 500Hz 时的一次、二次、三次和四次谐波输出 (BM 位移输出的 dB 参考值为 $1\mu\text{m}$), 虚曲线 e, f, g 和 h



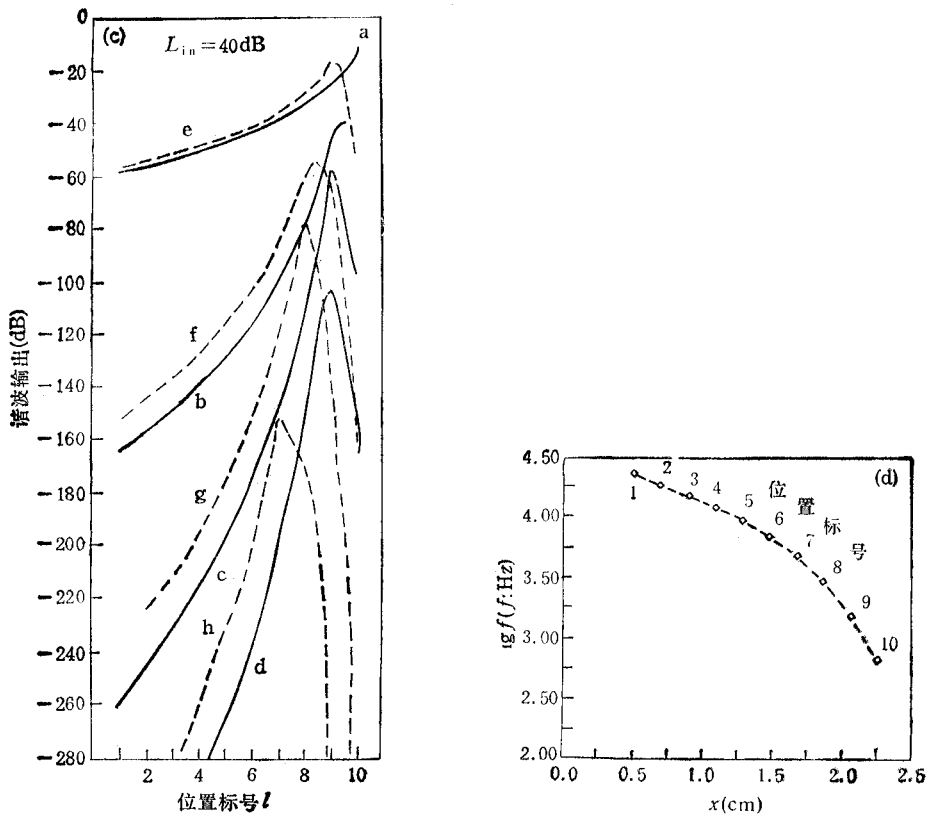


图 3

(a)~(c) BM 位移的一次至四次谐波输出与 BM 位置的关系,输入频率为参数(a,b,c,d)的 $f_{in} = 500\text{Hz}$, e,f,g,h 的 $f_{in} = 1000\text{Hz}$ (d) 耳蜗映射图

表示输入频率为 1000Hz 时的一次~四次谐波输出。对于图 3(a)~3(c), 输入信号强度从 0dB 依次递增为 20dB, 40dB (镫骨输入速度的 dB 参考值为 $1\mu\text{m/s}$)。横坐标上 1~10 的 10 个标号表示 BM 上 10 个观测点。它们的实际位置可从图 3(d) 得到。图 3(d) 称为耳蜗映射图, 描述了 BM 位置与谐振频率的关系。

显然, 由图 3(a)~3(c) 可知, (1) BM 上不同位置有不同的谐振频率, 越接近镫骨端, 谐振频率越高; (2) 与其它区域相比, 谐振点附近的非线性影响要大些; (3) 随着输入强度增加, 二、三、四次谐波幅度的增加量比一次谐波幅度的增加量要大些, 也就是说, BM 位移的非线性效应随输入强度增加而加大。

我们建立的耳蜗力学模型(1)式的一个重要特性是频率响应与输入强度有关的非线性特性。例如, 我们给出位置标号 $l = 6$ 处的 BM 位移的频响(缩写为 BM6), 如图 4 所示。BM6 的特征频率(CF)为 7kHz。这里 CF 定义为在低输入强度下频响达到最大值处的频率。

由图 4 可见, (1) BM6 频响的一般特性为低通特性。低频端上升相对地平坦些, 而高频端下降比较陡峭; (2) 低频斜率几乎与输入强度无关, 而高频斜率随着输入强度减弱而变得更加陡峭, 这就是与输入强度有关的非线性特性。

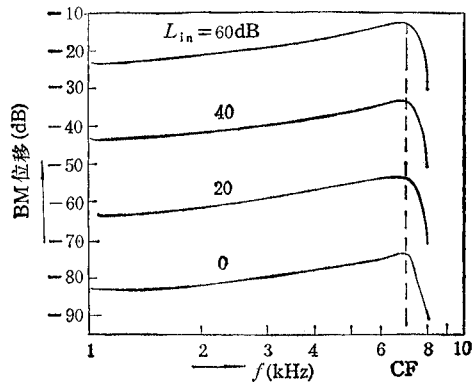


图4 $l = 6$ 处 BM 位移的频率响应,以输入强度为参数

五、讨论和结论

本文建立了非线性耳蜗力学模型,并提出一种偏移技术来求解该模型。模型的数值结果与一些生理学实验资料较吻合,例如,(1) BM 上不同位置有不同的谐振频率;(2) 与其它区域相比,谐振点附近的非线性影响要大些;(3) BM 位移的非线性效应随输入强度增加而加大;(4) BM 频率响应具有低通特性;(5) BM 频率响应还具有与输入强度有关的非线性特性。其中,特性(2)、(3)和(5)是线性化耳蜗力学模型所不能反映的。

参 考 文 献

- [1] B. Monderer, Exploring the Space-Time Structure at the Output of a Cochlear Model, Ph. D. dissertation, Columbia Univ.. (1988).
- [2] W. S. Rhode, *J. Acoust. Soc. Am.*, Part 2, **49** (1971) 2, 1218—1231.
- [3] 杨俊,樊昌信,电子学报, **20**(1992)1,29—36.
- [4] J. B. Allen, M. M. Sondhi, *J. Acoust. Soc. Am.*, **66** (1979) 1, 123—132.

NONLINEAR COCHLEAR MECHANICAL MODEL AND ITS BIAS TECHNIQUE

Yang Jun

(Tsinghua University, Beijing 100084)

Fan Changxin

(Institute of Information Science, Xidian University, Xi-an 710071)

Abstract The nonlinear equation modeling the 2-D cochlear mechanics is established, and an effective method——bias technique for computing this equation is presented. The model shows many effects which correlate closely to physiological counterparts. The quantitative data on the level-dependence of frequency responses are given.

Key words Physiological acoustics; Cochlear mechanics; Nonlinearity; Modelling