

环形 LAN 存取方式建模的研究*

逯昭义

(兰州大学电子系 兰州 730000)

王思明

(暨南大学电子系 广州 510632)

摘要 本文报道了环形 LAN 存取方式建模的研究进展,并为其中的反馈式 $M/G/1[K]/S/FCFS$ 模型进行了数学解析和仿真实验。

关键词 计算机局部网络,存取方式,反馈式,建模

1 引言

近年来国内外有关科技人员对计算机局部网络 (Local Area Network, 简称 LAN) 中的环形 LAN 存取方式的建模进行了研究并取得了很大进展^[1-4]。应该说在这一研究领域,国内的进展速度并不亚于国外。本文讨论了两个方面的问题:(1)就环形 LAN 建模的进展情况加以汇总和分类,把已经解决和有待解决的问题一一列出,以便为深化研究找到思路。(2)对目前尚未解析的反馈式 $M/G/1[K]/S/FCFS$ 模型进行数学解析和仿真实验。

2 环形 LAN 的建模

环形 LAN 是通过环网把分布在不同地理位置的多个工作站联结而成。采用令牌等存取方式的环形 LAN,其令牌等发信凭证以及信息包可分别看作服务系统的广义服务员和顾客,发送缓冲器可当作排队室,服务员按物理顺序(亦为逻辑顺序)为环网各站队列中排队等候的顾客循环服务,即各站发送信息包。因此,环形 LAN 是一多队列循环服务系统。

环形 LAN 有多种存取控制方式,在多队列循环服务的前提下,根据它们各自的运行机理,可汇总为表 1 所示的物理排队模型。

对表 1 说明如下:

1992-07-10 收到,1993-02-19 定稿

* 国家自然科学基金资助项目

逯昭义 男,1942年生,副教授,现从事计算机通信与波形传输理论、计算机网络与信息量理论、网络体系结构等方面的教学与研究。

王思明 男,1941年生,副教授,现从事信息传输与控制、计算机网络等方面的教学与研究。1992年10月前一直在兰州铁道学院电信系任教。

表 i 分布式环形 LAN 排队模型一览表

环形 LAN (多队列循环 服务系统) 多队列 { 对称式 非对称式	服务员非连续服务, 存在服务期和间歇期的环形 LAN 单报文分组环 (IBM Token Ring), 排队模型为 $A/G/1[K_1]/S/FCFS$ ↑ 预告到达规律 ↑ 一个分布服务 ↑ 一个物理服务员 ↑ 服务, 间歇期用 K_1 表示 ↑ 排队室大小 ↑ 先来先服务
	单令牌环 (Newhall Ring) $A/D/1[K_2]/S/FCFS$ ↑ 定常分布服务 ↑ 一个物理服务员 ↑ 服务, 间歇期用 K_2 表示
	多令牌环 $A/G/1[K_3]/S/FCFS$ ↑ 一个虚拟服务员 ↑ 间歇期用 K_3 表示
	总线令牌环 $A/G/1[K]/S/FCFS$
	时槽环 (Pierce Ring) 固定时槽: $M[j]/G/1/S/FCFS$ ↑ 集到体达 随机时槽: 待解
服务员连续服务, 不存在间歇期的环形 LAN 寄存器插入环 (DLCN) $M^2/G/1/S/PR(1,2)$ ↑ 两路到达 ↑ 优服先务 泊达 权	

(1) 多队列系统可分为对称式与非对称式。所谓对称式,即各队列参量相等,反之为非对称式。对称式的数学建模比较简单;而非对称式数学模型虽然复杂,但可以方便地推广至对称式,反之不然。

(2) 由于计算机通信网错帧率通常较低,所以一般分析不考虑错传重发(即反馈重新服务),且容易建模;但如能考虑这一因素,解析会具有实际通用意义。

(3) 各站发送缓冲器容量可分为无限 ($S = \infty$) 和有限 ($1 \leq S < \infty$) 两种,前者建模简单,后者分析符合实际。本文不特别注明时, S 表示不为 0 且有限的容量。当单个队列的信息包产生为 Poisson 流时,无限的为非混合制随机到达,有限的为混合制随机

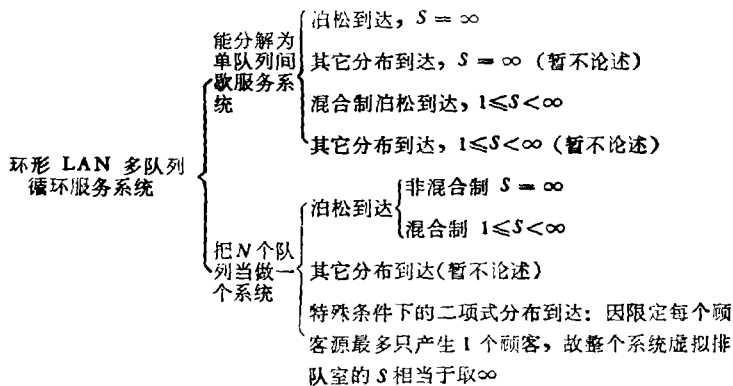
到达。所谓混合制是指既有非溢出又有溢出的到达。

(4) 对某个特定的队列而言,服务是间歇进行的。在间歇期间里,服务员用于“步行”和为其它队列服务,因而服务周期包括服务时间和间歇时间。存在间歇服务是环形 LAN 解析的特点和困难所在。

(5) 在现有的多队列循环服务排队模型基础上建立数学模型,其处理方式尤为关键,通常有以下两种:(a) 将系统分解为相对独立的多个并列子系统,此时只需要为一个子系统建模;(b) 在无法分解的场合下,为整个系统建模,此时环网为多重排队系统。

综合上述,可归纳如表 2 所示的分类方法。

表 2 环形 LAN 解析方法分类表



(6) 服务员每次到站,服务规模可分为限制式(或称非穷举式)和非限制式(或称穷举式)。

(7) 一般情况下,令牌等可看作是物理性服务员,而多令牌(即环上同时有一空令牌与多个忙令牌)可看作是有多个虚拟服务员。

(8) 某些系统根据信息包重要性和实时性的不同要求,在每个站设置若干优先等级,而具有优先权的系统又可分为中断(占先)型和非中断(非占先)型两种。

由上所见,环形 LAN 的排队模型实际上是比较复杂的,是一种非经典的 Kendall 模型。对每个站而言,实行先到先服务方式,其主要模型为具有间歇式的 Kendall 扩展模型,即

$$A/G/1[K]/S/FCFS,$$

表达式中 K 表示间歇式服务,下同。

目前大部分典型环形 LAN 存取方式建模的基础性工作已完成。但是,由表 3 可知,仍然有不少课题有待解决。

(9) 循环周期的确定。环形 LAN 大都是循环服务,故必须依据各类存取方式来确定循环周期。比如 Token Ring 的循环周期为闲令牌两次到达的时间间隔, Pierce Ring 的循环周期为空槽两次到达的时间间隔, DLCN 的循环周期为某一站点具有优先数 2 的顾客两人相继接受服务的时间间隔。循环周期的恰当选择能降低解析的难度。

表 3 环形 LAN 模型解析情况汇总

$A/G/1[K]/\infty/FCFS$	$\left\{ \begin{array}{l} A=M \\ A=L \end{array} \right.$	} 已解析
$A/G/1[K]/S$ (混合制, $S \neq \infty$)/FCFS	$\left\{ \begin{array}{l} A=M \\ \text{其它} \end{array} \right.$	
考虑反馈时	$\left\{ \begin{array}{l} A/G/1[K]/\infty/FCFS \\ A/G/1[K]/S(S \neq \infty)/FCFS \end{array} \right.$	} 待解析
考虑其它因素时	-----	

表中 A 为到达分布, M 为泊松分布, L 为二项式分布, G 为一般分布。

3 反馈式 $M/G/1[K]/S/FCFS$ 的解析

为了在解析中直观可见,不妨画出此类排队系统的模型图,如图 1 所示。图 1(a) 给出一个子系统的信息排队模型,图 1(b) 为考虑错传重发(即考虑反馈)的排队模型,图 1(c) 为图 1(b) 的等效图。

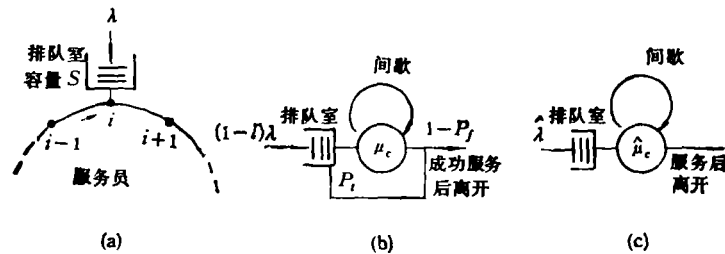


图 1 环形 LAN 考虑错传重发的排队模型

(a) 排队系统示意图 (b) 排队系统模型图 (c) 系统模型等效图
(图 (b) 中 P_f 应为 P_f, μ_c 应为 μ_c ; 图 (c) 中 $\hat{\mu}_c$ 应为 $\hat{\mu}_c$.)

3.1 解析参量的设定

(1) 各站信息包产生为 Poisson 流。由于缓冲器容量有限,故队长长于 S 时造成溢出。实际产生率 $\hat{\lambda}$ 与产生率 λ 的关系为 $\hat{\lambda} = (1 - l)\lambda$, l 为待求的损失率;

(2) 信息包有效服务时间 t_s 的分布为 $F_s(t)$, t_s 的均值为 $1/(\mu c)$, 其中 $1/\mu$ 为包括信息包发送与网络传输时延的长度,单位为 bit; c 为传输速率;

(3) 信息在相邻两站的传输时间 t_b 的分布为 $F_b(t)$, t_b 的均值为 $1/(\mu_b c)$; 环网站数为 N ;

(4) 反馈后的信息包仍排在队首。信息包的差错率(即反馈系数)为 P_f , 如某信息包经 m 次发送才获成功,那么此概率为 $(1 - P_f)P_f^{m-1}$ 。如考虑服务时间包括反馈服务,就可以把图 1(b) 等效为无反馈的图 1(c), 此时图 1(b) 的有效服务时间均值 $1/(\mu c)$ 就变换为图 1(c) 的服务时间均值 $1/(\hat{\mu} c)$;

(5) 获得空令牌的工作站,只发送队首的一个信息包(含此信息包错传重发),即属限制制的非穷举服务;

(6) $P_n (n = 0, 1, 2, \dots, S)$ 为单个队列有 n 个信息包排队的概率, 则此站有信息包排队的概率为 $\sum_{n=1}^S P_n$, 且 $P_n \stackrel{n > S}{=} 0$, 没有排队概率 $P_0 = 1 - \sum_{n=1}^S P_n$;

3.2 数学解析

(1) 信息包服务时间分布 $F_i(t)$ 与有效服务时间分布 $F_e(t)$ 的关系. 由上边的设定可直接得到

$$F_i(t) = \sum_{m=1}^{\infty} (1 - P_f) F_e(t) * P_f^{m-1} F_e^{(m-1)*}(t) = \sum_{m=1}^{\infty} (1 - P_f) P_f^{m-1} F_e^{m*}(t), \quad (1)$$

式中*表示卷积号. 设 $F_i(t)$ 和 $F_e(t)$ 的 Laplace-Stieltjes (L-S) 分别为 $F_i(S)$ 和 $F_e(S)$, 则

$$F_i(S) = (1 - P_f) F_e(S) \sum_{m=1}^{\infty} P_f^{m-1} F_e^{m-1}(S) \\ \frac{P_f F_e(S) < 1}{(1 - P_f) F_e(S) / [1 - P_f F_e(S)]}, \quad (2)$$

$$\frac{1}{\hat{\mu}c} = - \left. \frac{dF_i(S)}{dS} \right|_{s=0} = \frac{1}{\mu c} \cdot \frac{1}{1 - P_f}. \quad (3)$$

由于存在反馈, 重新服务而产生的平均时延为

$$\bar{t}_d = 1/(\hat{\mu}c) - 1/(\mu c) = P_f / [(\mu c)(1 - P_f)]; \quad (4)$$

每个信息包平均服务次数(用 k 表示)为

$$k = \sum_{m=1}^{\infty} m(1 - P_f) P_f^{m-1} = 1/(1 - P_f); \quad (5)$$

服务员的服务强度 ρ 为

$$\rho = \hat{\lambda}/(\hat{\mu}c) = [(1 - l)\lambda/(\mu c)] / (1 - P_f) = (1 - l)\rho / (1 - P_f). \quad (6)$$

(2) 服务周期 t_c , 间歇时间 t_k 的分布函数 $F_c(t)$, $F_k(t)$ 及其 L-S 变换 $F_c(S)$, $F_k(S)$ 的求解. 该求解可参照无反馈的情况直接求出, 即

$$F_c(t) = F_b^{N*}(t) * \left[\sum_{n=1}^S P_n F_i(t) + P_0 \right]^{N*}, \quad (7)$$

$$F_c(S) = F_b^N(S) \left[\sum_{n=1}^S P_n F_i(S) + P_0 \right]^N, \quad (8)$$

$$F_k(t) = F_b^{N*}(t) * \left[\sum_{n=1}^S P_n F_i(t) + P_0 \right]^{(N-1)*}, \quad (9)$$

$$F_k(S) = F_b^N(S) \left[\sum_{n=1}^S P_n F_i(S) + P_0 \right]^{N-1}. \quad (10)$$

t_c 和 t_k 的均值分别为

$$T_c = - \left. \frac{dF_c(S)}{dS} \right|_{s=0} = \frac{N}{\mu_b c} + N \sum_{n=1}^S P_n \frac{1}{\mu c} \cdot \frac{1}{1 - P_f}, \quad (11)$$

$$T_k = - \left. \frac{dF_k(S)}{dS} \right|_{s=0} = \frac{N}{\mu_b c} + (N - 1) \sum_{n=1}^S P_n \frac{1}{\mu c} \cdot \frac{1}{1 - P_f}. \quad (12)$$

由于研究的队列已经设定有顾客接受服务,即设定 $P_0 = 0$, 故 $\sum_{n=1}^S P_n = 1$, 于是由(11)式和(12)式可知, T_e 与 T_k 之差与(3)式结果相同, 有关公式推导的正确性得到证实。

(3) 在稳态下, 工作站于服务周期 t_e 内到达 j 个信息包的概率为 $P_{a,n}(j)$, $P_{a,n}(j)$ 实为信息包数由 a 变为 n 的转移概率, 当 $a = 0$ 时, $j = n$; $a > 0$ 时, $j = n - a + 1$ 。本文设定信息包按泊松流到达, 因此存在如下关系式:

$$P_{a,n}(j) = \int_0^{\infty} [\exp(-\lambda t_e)(\lambda t_e)^j / j!] dF_e(t), \quad (13)$$

$$P_n = \sum_{a=0}^{\infty} P_a P_{a,n}(j) = P_0 P_{0,n}(j) + \sum_{a=1}^{\infty} P_a P_{a,n}(j). \quad (14)$$

$P_{a,n}(j)$ 的母函数为

$$\begin{aligned} G_{a,n}(Z) &= \sum_{j=0}^{\infty} P_{a,n}(j) Z^j = \int_0^{\infty} \sum_{j=0}^{\infty} [\exp(-\lambda t_e)(\lambda t_e)^j Z^j / j!] dF_e(t) \\ &= \int_0^{\infty} \exp(-\lambda t_e) \exp(\lambda Z t_e) dF_e(t) = F_e[\lambda(1-Z)] = F_e(S). \end{aligned} \quad (15)$$

因此

$$\left. \begin{aligned} P_{a,n}(0) &= G_{a,n}(Z)|_{Z=0}, \\ P_{a,n}(1) &= G'_{a,n}(Z)|_{Z=0}, \\ P_{a,n}(2) &= G''_{a,n}(Z)/2!|_{Z=0}, \\ &\vdots \\ P_{a,n}(S) &= G^{(S)}_{a,n}(Z)/S!|_{Z=0}, \\ &\vdots \\ P_{a,n}(n) &= G^{(n)}_{a,n}(Z)/n!|_{Z=0}, \\ &\vdots \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

在混合制中因为要考虑“溢出”, 所以不能直接利用(15), (16)式计算 $P_{a,n}(j)$ 。为此在 $a \leq S$, $n \leq S$, $j \leq S$ 的条件下对 $G_{a,n}(Z)$ 进行处理。将(8)式代入(15)式, 并考虑

$\sum_{n=1}^S P_n = 1 - P_0$, 得

$$G_{a,n}(Z) = F_e^N[\lambda(1-Z)] \left\{ \sum_{n=1}^S P_n F_e[\lambda(1-Z)] + P_0 \right\}^N. \quad (17)$$

将(17)式代入(16)式可求得 $P_{a,n}(j)$, j 取 $0, 1, \dots, S$ 。

(4) P_n 的计算。由(14)式知 $P_n = \sum_{a=0}^{\infty} P_a P_{a,n}(j)$, 当 $a = 0$ 时 $j = n$; $a > 0$ 时, $j = n - a + 1$ 。但在混合制中,

$$P_n = \sum_{a=0}^S P_a P_{a,n}(j), \quad n \leq S. \quad (18)$$

$n = 0$ 时, $a = 0, 1, j = 0, 0$, 由(18)式可得

$$P_0 = P_0 P_{a,n}(0) + P_1 P_{a,n}(0).$$

$n = 1$ 时, $a = 0, 1, 2, j = 1, 1, 0$, 可得

$$P_1 = P_0 P_{a,n}(1) + P_1 P_{a,n}(1) + P_2 P_{a,n}(0).$$

依次类推可得

$$P_2 = P_0 P_{a,n}(2) + P_1 P_{a,n}(2) + P_2 P_{a,n}(1) + P_3 P_{a,n}(0),$$

\vdots

$$P_n = P_0 P_{a,n}(n) + \sum_{j=1}^n P_j P_{a,n}(n-j+1) + P_{n+1} P_{a,n}(0),$$

\vdots

$$P_s = P_0 P_{a,n}(s) + \sum_{j=1}^s P_j P_{a,n}(s-j+1) + P_{s+1} P_{a,n}(0),$$

$$P_j = 0, \quad j \geq s+1.$$

(19)

整理(19)式可得

$$P_1 = P_0 [1 - P_{a,n}(0)] / P_{a,n}(0),$$

$$P_2 = [P_1 - P_1 P_{a,n}(1) - P_0 P_{a,n}(1)] / P_{a,n}(0),$$

\vdots

$$P_n = \left[P_{n-1} - \sum_{j=1}^{n-1} P_j P_{a,n}(n-j) - P_0 P_{a,n}(n-1) \right] / P_{a,n}(0),$$

\vdots

$$P_s = \left[[P_{s-1} - \sum_{j=1}^{s-1} P_j P_{a,n}(s-j) - P_0 P_{a,n}(s-1)] \right] / P_{a,n}(0),$$

$$\sum_{n=1}^s P_n = 1 - P_0.$$

(20)

(5) P_0 的求解. 一个循环周期包括服务员对环上有顾客队列的服务时间和服务员的步行时间, 而步行时间由有效步行(前方队列有顾客)与无效步行(前方队列无顾客)两部分时间组成. 因此用于服务的比率为 $N\hat{\rho}$, 步行所占的比率为 $1-N\hat{\rho}$, 有效步行所占的比率为 $N\hat{\rho}_b$, 其中 $\hat{\rho}_b = (1-l)\lambda/(\mu_b c)$, 无效步行比率为 $1-N\hat{\rho} - N\hat{\rho}_b$. 系统处于平衡时, 无效步行的比率必然大于 0, 故得

$$1 - N\hat{\rho} - N\hat{\rho}_b > 0, \quad \text{即 } N\hat{\rho} + N\hat{\rho}_b < 1. \quad (21)$$

于是, 服务员到达时某队列无排队顾客的概率为

$$\begin{aligned} P_0 &= \frac{1 - N\hat{\rho} - N\hat{\rho}_b}{1 - N\hat{\rho}} = 1 - \frac{N\hat{\rho}_b}{1 - N\hat{\rho}} \\ &= 1 - \frac{N(1-l)\lambda/(\mu_b c)}{1 - [N(1-l)\lambda/(\mu_b c)]/(1 - P_1)}. \end{aligned} \quad (22)$$

(6) 溢出概率 l 的计算. 考虑到排队室顾客不能大于 S , 故得

$$l = \sum_{n=S}^{\infty} P_n \frac{P_n = 0, n \geq S+1}{P_n} P_S. \quad (23)$$

4 数值计算和分析

由上边解析的(16)式、(20)式和(22)式可知, $P_{n,n}(j)$ 与 P_0 , P_s 与 $P_{n,n}(j)$, P_0 与 P_s 相互关联, 且(20)式为一超越方程, 要求解 P_n 的结果很困难. 为此本文采取如下特殊方法和步骤进行数值计算.

(1) λT_c 表示工作站在服务周期内到达信息包数的均值. 由于本文设定令牌每次到站仅能发送一个信息包, 所以稳态时有 $0 \leq \lambda T_c \leq 1$. 在 $0 \sim 1$ 范围内对 λT_c 取样, 求出相同 N 、不同 λT_c 值的 $P_{n,n}(j)$, $j = 0, 1, 2, \dots, S$.

(2) 将上述每组 $P_{n,n}(j)$ 的值代入方程组(20)式, 利用高斯消元法(通常借助计算机编程和运算), 求出相应的 P_n , $n = 0, 1, 2, \dots, S$.

(3) 通过(11)式和(12)式分别求出对应的 T_c 和 T_k . T_c 确定后, 相应的 λ 值和 ρ 即可求出.

(4) 利用(23)式可得不同 λT_c 值的损失率.

(5) 利用排队论中常见公式 $L = \sum_{n=0}^S n P_n$, $W_q = L/\lambda$, $W = W_q + 1/(\mu c)$ 分别求出不同 λT_c 值时的信息包排队平均队长 L 、等待时间均值 W_q 、平均总时延 W .

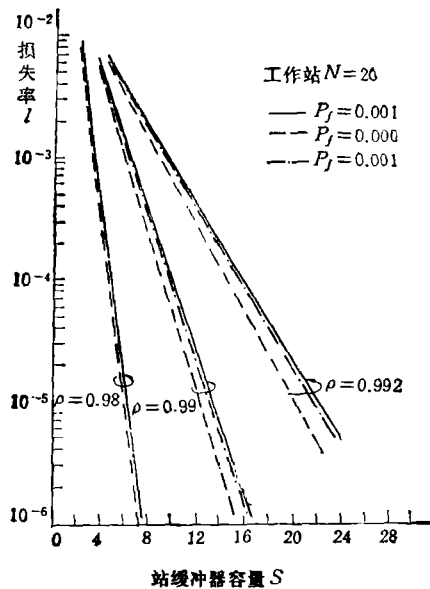


图2 $S-l$ 曲线

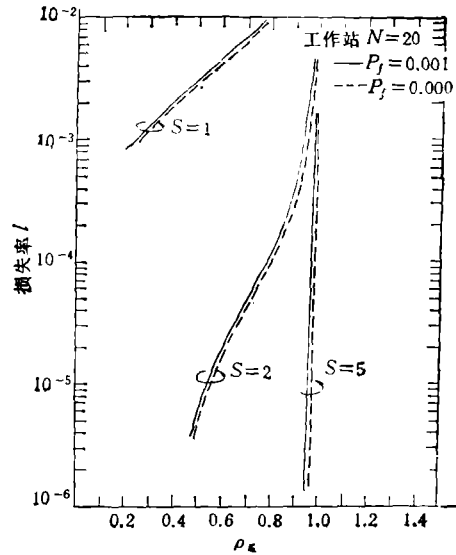


图3 $\rho-l$ 曲线

(6) 将上述计算数据绘制成相同 N 下的一组曲线: 不同 ρ 值时的 $S-l$ 曲线(见图2)、不同 S 值的 $\rho-l$ 曲线(见图3)等. 图2和图3是在环网长度为 2km、信息包均长为 1000bit、传递速率 c 为 10Mbps、传播时延为 $5\mu\text{s}/\text{km}$ 、令牌长度 24bit、信息包在站时延为 1bit、由源站全部回收信息包后释放令牌情况下绘制的. 其它参量图上有标明.

(7) 改变 N 值, 重复步骤(1)~(6)可得不同 N 时的多组曲线。

(8) 另外, 作者在 IBM-PC286 微机上进行了仿真试验。具体仿真方法和步骤仿照文献[6]而来。由于存在随机性等原因, 每次仿真结果与数值计算略有误差, 但多次仿真的均值比较接近计算数值。仿真曲线一并画在图 2 中。

(9) 曲线分析: (a) 商品 LAN 的 P_f 很小, 通常为 $10^{-4} \sim 10^{-8}$ 。数值计算时取两种极端情况 $P_f = 0.001$ 和 $P_f = 0$ 。由图 2 和图 3 可见, 损失率几乎与 P_f 无关。这是由于返回顾客仍排在队首的原因。显然损失率 l 主要受 S 影响, 其次为 ρ , 再其次才是 P_f 。(b) 由图 3 可见, 当 $S < 5$ 时, l 很大; 同样由图 2 可见, 当 $S > 30$ 时, l 显著下降。因此通常要求 $5 < S < 30$ 。这一结论是混合式模型揭示的最重要结论之一。(c) 当 $S > 10$, $\rho < 0.95$ 时, 损失率 $l < 10^{-6}$, 这时环形 LAN 可近似看做非混合式。

5 结 论

本文系统地介绍了环形 LAN 存取方式建模的研究进展, 探讨了一类无论在实际应用、还是在理论上都有价值的模型, 即间歇式服务(由多队列造成)、存取错传重发(即反馈)、缓冲器容量有限(即有溢出)的 $M/G/1$ 排队模型。结果表明: 反馈率 P_f 对商品环形 LAN 性能的影响很小, 对损失率几乎不产生影响; 缓冲器容量 S 对环 LAN 会产生较大影响, $S \rightarrow 30$ 为好。本文解析的模型是目前最复杂、考虑因素最多的环形 LAN 模型, 但是, 再考虑其它因素, 比如优先权, 对环形 LAN 建模还需探讨。

致谢 感谢日本东京大学工学部齐藤忠夫教授在 1991 年对本文的指导, 感谢兰州大学数学系陈永义副教授所进行的有益讨论。

参 考 文 献

- [1] 陈晓强, 谢希仁. 通信学报, 1987, 8(6): 13-16.
- [2] 逯昭义. 通信学报, 1991, 12(5): 15-21.
- [3] 王思明. 计算机学报, 1990, 13(3): 221-228.
- [4] 秋丸春夫. 通信トラヒック工学, 东京: オーム社, 1985, 110-113.
- [5] Gelenbe E, Pujolle G. Introduction to Queuing Networks. New York: John Wiley & Sons, 17-24.
- [6] 王思明. 计算机仿真, 1987, 10(4): 44-52.

THE RESEARCH ON BUILDING MODEL ABOUT ACCESS WAY OF LOOP LAN

Lu Zhaoyi

(Department of Electronics, Lanzhou University, Lanzhou 730000)

Wang Siming

(Department of Electronic Engineering, Jinan University, Guangzhou 510632)

Abstract The development of modeling for access way of loop LAN is reported. Moreover, the mathematical analysis and simulating experiment for feedback $M/G/1[K]/S/FCFS$ model are also given.

Key words LAN, Access way, Feedback, Modeling