

# 用于测向测速的二维谱估计方法

何峻湘 周萌清

(北京航空航天大学电子工程系 北京 100083)

**摘要** 雷达应用领域中的一个重要问题是测向测速,精确地测定多普勒频率和方位角能够实现目标回波信号的高分辨率处理,从而进行目标跟踪。本文提出一种超分辨的二维谱估计方法,它利用的是阵列处理技术,对天线接收数据进行本征分析,将信号数据张成一个空间并对其进行分解,根据正交原理分割成信号子空间和噪声子空间,构造出噪声本征矢量,利用信号子空间与噪声子空间的正交性,在空间谱上形成极值点,从而达到对方向和速度的二维高分辨率估计。该方法应用于相控阵雷达信号检测,可以精确地测定多普勒频率和方位角度,提取多个空间运动目标的二维信息。文章的最后给出了计算机模拟成像结果,验证了算法的有效性。

**关键词** 雷达信号处理,谱估计,时-空二维信号处理

## 1 引言

测向测速技术在雷达应用领域中占有十分重要的地位。特别是由于现代电子战及侦察、定位的需要,实时快速高分辨率成像雷达技术势在必行。由于阵列天线提供了一种克服单个传感器的方向性和波束宽度限制的手段,采用阵列处理技术接收信号长期以来一直是一种引人注目的解决信号检测和估计难题的办法。随着现代工艺和电子器件的迅速发展,许多新的信号处理技术进行实时处理成为可能,诸如采用非线性参数估计的谱估计方法、波控技术等等,突破了传统处理方法中角分辨力受天线孔径尺寸控制的限制,使人们能够实现目标回波信号的高分辨率处理。

本文中,我们提出一种基于阵列天线接收信号的数据矩阵本征分解的方法来获取目标回波信号方向、速度的二维估计谱。该方法对接收数据进行本征分析,将信号数据张成一个空间并对其进行分解,分割成信号子空间和噪声子空间,构造出噪声本征矢量,利用信号子空间与噪声子空间的正交性,在空间谱上形成极值点,从而达到对方向和速度的二维高分辨率估计。该方法应用于相控阵雷达信号检测,可以精确地测定多普勒频率和方位角度,提取多个空间运动目标的二维信息。

1993-05-14 收到,1993-11-22 日定稿

何峻湘 1969年生,男,硕士研究生,目前正从事时空二维信号处理和雷达成像方面的研究工作。

周萌清 1936年生,男,教授,博士生导师,主要研究方向包括检测和估计,信号获取和处理以及雷达成像。

## 2 问题的提出和描述

考虑空间中一个等间隔的线性 (LES) 阵列, 它由  $M$  个接收阵元构成, 并置于远离目标反射源的地方。假定  $D$  个运动目标源从不同方向发出的平面波作用于阵列, 接收机受到加性噪声的污染, 且信号与噪声统计独立, 噪声为具有零均值高斯分布及相同的未知方差。对  $M$  个传感器上的接收信号同时进行采样, 构成向量

$$\mathbf{x}(t) = [x_1(t), x_2(t), \dots, x_M(t)]^T, \quad (1)$$

其中  $x_i(t)$  为第  $i$  个传感器的输出, 表示为

$$x_i(t) = \sum_{k=1}^D \sigma_k \exp \left\{ \frac{j2\pi}{\lambda} (i-1)d \sin \theta_k + j2\pi f_0 \left[ t - \frac{2R_k(t)}{c} \right] \right\} + n_i(t), \quad (2)$$

式中  $f_0$  为发射信号载频,  $\lambda$  为波长,  $i = 1, 2, \dots, M$ ,  $d$  为阵元间距,  $\sigma_k$  为目标的雷达散射系数,  $n_i(t)$  为第  $i$  个阵元上的加性接收噪声,  $R_k(t)$  是目标与雷达间的相对距离, 如图 1 所示。考虑到

$$\begin{aligned} R_k(t) &= [R_k^2 + (v_k t)^2 - 2R_k v_k t \sin \theta_k]^{1/2} \\ &= [(R_k - v_k t \sin \theta_k)^2 + (v_k t \cos \theta_k)^2]^{1/2} \\ &\approx R_k - v_k t \sin \theta_k + \frac{(v_k t \cos \theta_k)^2}{2R_k}, \quad (3) \end{aligned}$$

求得多普勒相位历程为

$$\begin{aligned} \varphi_k(t) &= \frac{4\pi}{\lambda} [R_k(t) - R_k] \\ &= \frac{4\pi}{\lambda} \left[ v_k t \sin \theta_k - \frac{(v_k t \cos \theta_k)^2}{2R_k} \right]. \quad (4) \end{aligned}$$

因此多普勒频率为

$$f_k = \frac{1}{2\pi} \frac{d\varphi_k(t)}{dt} \approx \frac{2v_k}{\lambda} \sin \theta_k. \quad (5)$$

略去  $x_i(t)$  表达式中的常数项, 并经整理得

$$x_i(t) = \sum_{k=1}^D \sigma_k \exp \left\{ \frac{j2\pi}{\lambda} (i-1)d \sin \theta_k + j2\pi f_k t \right\} + n_i(t) \quad (6)$$

代入  $\mathbf{x}(t)$  的表达式, 得到矢量表示式

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{A}(t)\boldsymbol{\sigma} + \mathbf{N}(t) \quad (7)$$

其中  $\mathbf{A}(t)$  为系数矩阵,  $\boldsymbol{\sigma}$  为目标散射矢量,  $\mathbf{N}(t)$  为噪声矢量, 且

$$\mathbf{N}(t) = [n_1(t), n_2(t), \dots, n_M(t)]^T$$

$$\boldsymbol{\sigma} = [\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_D]^T$$

$$\mathbf{A}(t) = [a(\theta_1, f_1, t), a(\theta_2, f_2, t), \dots, a(\theta_D, f_D, t)]$$

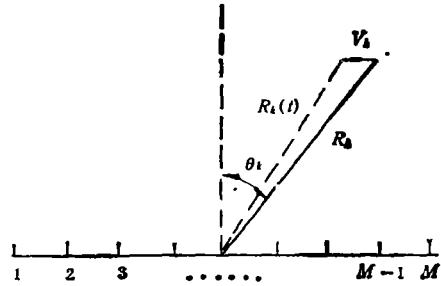


图1 目标和雷达天线的几何关系图

$$a(\theta_k, f_k, t) = \left[ \exp\{j2\pi f_k t\}, \exp\left\{\frac{j2\pi}{\lambda} d \sin \theta_k + j2\pi f_k t\right\}, \dots, \right. \\ \left. \exp\left\{\frac{j2\pi}{\lambda} (M-1)d \sin \theta_k + j2\pi f_k t\right\} \right]^T$$

到目前为止, 讨论的是在某时刻  $t$  时的信号模型, 对于  $N+L-1$  个不同的时刻 (即对  $\mathbf{x}(t)$  进行时域采样), 构造数据阵

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} \mathbf{x}(t_1) & \mathbf{x}(t_2) & \dots & \mathbf{x}(t_L) \\ \mathbf{x}(t_2) & \mathbf{x}(t_3) & \dots & \mathbf{x}(t_{L+1}) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{x}(t_N) & \mathbf{x}(t_{N+1}) & \dots & \mathbf{x}(t_{N+L-1}) \end{bmatrix}$$

若令  $t_i = i \times T$ ,  $i = 1, 2, \dots, N+L-1$ ,  $T$  为采样周期, 则

$$\mathbf{x}(t_i) = \mathbf{B}(\theta)\mathbf{C}(t_i)\boldsymbol{\sigma} + \mathbf{N}(t_i), \quad (8)$$

且有

$$\mathbf{B}(\theta) = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ e^{\frac{j2\pi}{\lambda} d \sin \theta_1} & e^{\frac{j2\pi}{\lambda} d \sin \theta_2} & \dots & e^{\frac{j2\pi}{\lambda} d \sin \theta_D} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ e^{\frac{j2\pi}{\lambda} d(M-1) \sin \theta_1} & e^{\frac{j2\pi}{\lambda} d(M-1) \sin \theta_2} & \dots & e^{\frac{j2\pi}{\lambda} d(M-1) \sin \theta_D} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{C}(t_i) = \begin{bmatrix} \exp\{j2\pi f_1 i T\} & & & \\ & \exp\{j2\pi f_2 i T\} & & \\ & & \ddots & \\ & & & \exp\{j2\pi f_D i T\} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \exp\{j2\pi f_1 T\} & & & \\ & \exp\{j2\pi f_2 T\} & & \\ & & \ddots & \\ & & & \exp\{j2\pi f_D T\} \end{bmatrix}^i = \mathbf{C}^i$$

从而  $\mathbf{X}$  阵可表示为

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} \mathbf{B}(\theta)\mathbf{C} & \mathbf{B}(\theta)\mathbf{C}^2 & \dots & \mathbf{B}(\theta)\mathbf{C}^L \\ \mathbf{B}(\theta)\mathbf{C}^2 & \mathbf{B}(\theta)\mathbf{C}^3 & \dots & \mathbf{B}(\theta)\mathbf{C}^{L+1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{B}(\theta)\mathbf{C}^N & \mathbf{B}(\theta)\mathbf{C}^{N+1} & \dots & \mathbf{B}(\theta)\mathbf{C}^{N+L-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{\sigma} \\ \boldsymbol{\sigma} \\ \dots \\ \boldsymbol{\sigma} \end{bmatrix} + \mathbf{N}. \quad (9)$$

### 3 信号数据阵本征分解和正交子空间的形成

对于上述的数据矩阵, 可得到  $\mathbf{x}$  的自相关矩阵  $\mathbf{R}$ , 并对  $\mathbf{R}$  在数学上进行分解

$$\mathbf{R} = [\mathbf{U}, \mathbf{U}_*] \begin{bmatrix} \mathbf{A}_1 & 0 \\ 0 & \mathbf{A}_* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{U}_1^H \\ \mathbf{U}_*^H \end{bmatrix}, \quad (11)$$

式中  $\mathbf{U}_1$  和  $\mathbf{U}_*$  分别是  $MN \times D$  和  $MN \times (MN-D)$  维矩阵, 定义成

$$\mathbf{U}_1 = [V_1, V_2, \dots, V_D], \\ \mathbf{U}_* = [V_{D+1}, V_{D+2}, \dots, V_{MN}],$$

$$\mathbf{A}_s = \text{diag}[\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_D],$$

$$\mathbf{A}_n = \text{diag}[\sigma^2, \sigma^2, \dots, \sigma^2].$$

这就相当于对  $R$  阵进行本征分解, 可以证明, 在独立传感器噪声情况下的一个  $M$  元各向同性单元的阵列, 此时的  $R$  阵有  $MN-D$  个本征值等于  $\sigma^2$ , 而  $D$  个其它本征值比  $\sigma^2$  更大. 我们把这  $D$  个较大的本征值张成的空间称为信号子空间, 把它的补空间亦即  $MN-D$  较小的本征值张成的子空间称为噪声子空间, 这两个子空间是相互正交的. 信号子空间中包含了所有的空间信号的方向信息和多普勒频率信息. 当存在目标信号时,  $A(t)$  属于  $\mathbf{U}_s$  张成的信号子空间, 它与  $\mathbf{U}_n$  张成的噪声子空间是正交的, 从而定义二维谱的表达式

$$P(\theta, f) = \frac{1}{\|\mathbf{b}^H(\theta, f)\mathbf{V}_i\|^2}, \quad i = D+1, \dots, MN, \quad (12)$$

式中  $\mathbf{b}(\theta, f)$  是控制矢量,  $\mathbf{V}_i$  是  $\mathbf{U}_n$  的本征矢量且

$$\mathbf{b}(\theta_k, f_k) = \begin{bmatrix} a(\theta_k, f_k, t_1) \\ a(\theta_k, f_k, t_2) \\ \vdots \\ a(\theta_k, f_k, t_N) \end{bmatrix}, \quad k = 1, 2, \dots, D.$$

其中  $\|\cdot\|^2$  是基 2 的范数. 对于上式,  $P(\theta, f)$  取得极值时, 极点所对应的方向  $\theta$  和多普勒频率  $f$  就是空间目标的方向和多普勒频率, 达到精确测定目标的目的.

#### 4 计算机仿真与分析

根据上面提出的时-空二维谱估计方法, 我们在计算机上进行了模拟. 使用的参数如下:

接收天线	等间隔线性阵列天线
波长	$\lambda = 0.1\text{m}$
阵元数目	$M = 8$
阵元间隔	$d = \frac{\lambda}{2}$
时域采样数	$N + L - 1 = 8 + 64 - 1$
目标个数	$D = 2$
目标速度	$v = 230\text{m/s}$

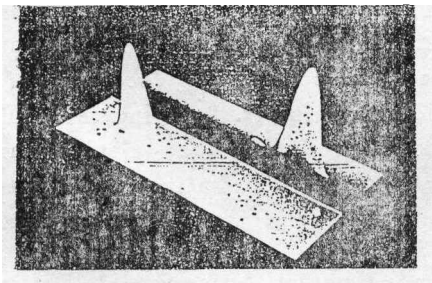


图2 利用 2-D FFT 进行二维谱估计结果

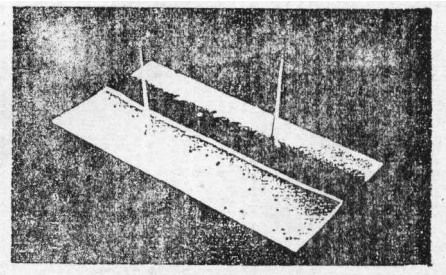


图3 利用本文给出的方法进行二维谱估计结果

接收方向  $\theta_1 = -30^\circ, \theta_2 = 30^\circ$   
 信噪比 SNR = 20dB

同时,我们用二维快速傅立叶变换(2-D FFT)的方法对二维谱进行了计算机模拟,结果如图 2 所示。显然,图 3 的成像结果优于图 2,利用 2-D FFT 进行的二维谱估计,其分辨率很低,利用本文给出的方法进行时空二维谱估计可以得到高分辨率的信号谱,从而可以精确地检测目标的速度和方位。当两个目标彼此靠近或相关时,2-D FFT 方法不能把它们分开。因为对接收数据矩阵进行重建,故本文的方法能检测多个邻近目标,也适用于相关信号的处理,其不足之处是计算量比 2-D FFT 大。

## 5 结 论

理论分析与计算机模拟都表明本文提出的基于数据矩阵本征分解的二维信号谱估计方法可以获得很高的分辨率,其二维谱的估计结果优于传统的 2-D FFT 方法,计算稳定性好。该方法应用于相控阵雷达,可以对多个非完全相关的目标进行多普勒频率和角度的超分辨。主要的缺陷在于计算量较大(约  $O\{(MN)^2\}$ ),而 2-D FFT 的计算量较小(约

$$O\left\{\frac{MN\log_2 M\log_2 N}{4}\right\}.$$

我们正致力于寻求有效的数据压缩方法以减少运算量。

## 参 考 文 献

- [1] Schmidt R O. Multiple emitter location and signal parameter estimation, Proc. RADC, Spectral Estimation Workshop, 1979, 243—258.
- [2] Karasaro I.IEEE Trans. on ASSP, 1986, ASSP-34(1):8—12.
- [3] He J X. Adaptive digital beam forming and space spectrum estimation, B.E. thesis, Dept. Electron. Eng., Beijing University of Aeronautics and Astronautics, July, 1991.

## A 2-D SPECTRUM ESTIMATION METHOD FOR DETERMINING BEARING AND DOPPLER FREQUENCY

He Junxiang Zhou Yinqing

(Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083)

**Abstract** A new approach with high resolution 2-D spectrum estimation is presented. Based on the array signal processing and the eigenstructure decomposition method, the signal subspace and the noise subspace are achieved by reconstructing and decomposing the data matrix collected by the array sensors. By using the orthogonal properties of the two subspaces, the information about the velocities and bearings of spatial moving targets can be exactly obtained. This method is applied to phased array radars. The computer simulation results demonstrate its availability.

**Key words** Radar signal processing, Spectrum estimation, Space-time 2-D signal processing