

# 一种新的时频极大似然 DOA 估计方法

田 达 张 洪 陈 天 麒

(电子科技大学电子工程学院 成都 610054)

**摘 要:** 针对非平稳信号, 提出一种新的时频域极大似然 DOA 估计方法, 利用参考阵元与阵列中其它阵元输出之间的互伪 Wigner-Ville 分布建立起时频域的阵列信号模型, 通过时频域极大似然方法获得入射方向估计。与基于空间时频分布矩阵的阵列测向方法相比, 该方法具有计算量小、交叉项时频分布利用充分的优点。仿真实验证实了该方法的有效性。

**关键词:** 非平稳信号, 时频极大似然, DOA 估计值, Wigner-Ville 分布, 空间时频分布

**中图分类号:** TN911.23 **文献标识码:** A **文章编号:** 1009-5896(2005)02-0184-05

## DOA Estimation Based on Time-Frequency Maximum Likelihood

Tian Da Zhang Hong Chen Tian-qi

(College of E E, UEST of China, Chengdu 610054, China)

**Abstract** An algorithm is presented for Direction-Of-Arrival (DOA) estimation of nonstationary signals impinging on the antenna array. The proposed method establishes a simplified array signal model in the time-frequency (t-f) domain by evaluating the cross Pseudo Wigner-Ville Distributions (PWVD) between the outputs of the reference element and other elements of the array, and provides a signal selective DOA estimator based on the t-f maximum likelihood. Compared with the Spatial Time-Frequency Distributions (STFD) matrices-based methods, the proposed method can make full use of the crossterms in the t-f plane, and the computational load is significantly reduced. Simulations are provided to demonstrate the effectiveness of the method.

**Key words** Nonstationary signals, Time-frequency maximum likelihood, DOA estimation, PWVD, STFD

### 1 引言

利用阵列天线对空间信号进行入射方向估计是现代信号处理的重要研究内容, 在雷达、通信、声纳等领域有着广泛应用。从早期的波束形成到后来的高分辨空间谱估计技术, 传统阵列测向技术往往把处理对象假设为平稳过程, 对信号的处理也大多局限于空域处理, 没有充分利用信号的时(频)域信息。如何在阵列信号处理应用中适当引入时(频)域处理, 更充分地利用信号有用信息, 成为进一步提高其性能的关键。针对实际应用中普遍存在的非平稳过程, Belouchrani 和 Amin 等人<sup>[1,2]</sup>率先将时频分析工具和空域处理手段相结合, 提出空间时频分布(Spatial Time-Frequency Distributions, STFD)的概念, 在盲源分离和测向等阵列处理应用中获得了很好的效果。Zhang 等<sup>[3,4]</sup>对空间时频分布矩阵的子空间分析表明, 由于充分利用了二次型时频分布的时频聚集特性, 基于空间时频分布的阵列处理方法不仅可以实现信号选择性测向, 而且能够有效提高信噪比, 使得信号子空间估计更精确, 算法性能大大提高。然而上述方法在建立空

间时频分布矩阵过程中, 需要对阵元输出之间两两进行二次型时频分布运算, 当阵元数、选取的时频点数都比较多时, 运算量庞大。此外, 上述各种方法均在不同程度上受到信源之间交叉项时频分布的困扰, 尤其当各信源的时频特性比较接近或完全重叠时, 仅靠时频平滑处理难以消除交叉项的影响, 从而导致信源时频分布矩阵降秩, 子空间方法性能下降。针对上述缺陷, 本文提出一种新的时频域阵列测向方法, 利用参考阵元与各阵元输出之间的互时频分布构造新的阵列信号模型, 用时频域极大似然方法实现高分辨 DOA 估计。同基于空间时频分布矩阵的处理方法相比, 本方法具有计算量小, 交叉项时频分布利用充分的优点。仿真实验证实了本方法的性能。

### 2 阵列信号模型

设  $P$  个窄带非平稳信号源  $\{s_p(t)\}_{p=1}^P$  从远场入射  $M$  元天线阵, 入射方向  $\theta_p (p=1, \dots, P)$ , 阵元间距满足空间采样定理。矩阵形式的阵列输出可以表示为

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{A}s(t) + \mathbf{w}(t) \quad (1)$$

其中  $\mathbf{x}(t) = [x_1(t), \dots, x_M(t)]^T$ ,  $\mathbf{A} = [\mathbf{a}(\theta_1), \dots, \mathbf{a}(\theta_P)]$  为包含各信号源方位信息的  $M \times P$  方向矩阵,  $\mathbf{a}(\theta_p)$ ,  $(p=1, \dots, P)$  为方向向量。当阵列为均匀线阵 (ULA) 时,  $\mathbf{A}$  为 Vandermonde 矩阵。  $\mathbf{s}(t) = [s_1(t), \dots, s_P(t)]^T$  为  $P \times 1$  信号源向量,  $\mathbf{w}(t) = [v_1(t), \dots, v_M(t)]^T$  为  $M \times 1$  加性噪声。为方便后续讨论, 进一步做如下假设:

**假设 1** 阵列噪声  $\mathbf{w}(t)$  为零均值, 方差  $\sigma^2$  的时间、空间白噪声, 且与入射信号相独立。

**假设 2** 所有入射信号均为调频信号, 基带信号波形可以表示为  $s_p(t) = A_p e^{j\phi_p(t)}$ ,  $(p=1, \dots, P)$ ,  $A_p, \phi_p(t)$  分别为第  $p$  个信号的恒定幅度和时变相位,  $\phi_p'(t)$  为瞬时频率。

### 3 基于空间时频分布的 DOA 估计方法

给定信号  $x(t)$ ,  $y(t)$ , 离散时间形式的 Cohen 类互时频分布为

$$D_{xy}(t, f) = \sum_{l=-\infty}^{\infty} \sum_{\tau=-\infty}^{\infty} \phi(l, \tau) x(t+l+\tau) y^*(t+l-\tau) e^{-j4\pi f\tau} \quad (2)$$

其中  $\phi(l, \tau)$  为表征时频分布特性的核函数。取  $x(t) = x_m(t)$ ,  $y(t) = x_n(t)$  即得到  $m, n$  ( $m, n=1, \dots, M$ ) 阵元输出间的互时频分布  $D_{x_n x_m}(t, f)$ , 以此为元素构造空间时频分布 (STFD) 矩阵, 即<sup>[1,2]</sup>

$$D_{xx}(t, f) = \sum_{l=-\infty}^{\infty} \sum_{\tau=-\infty}^{\infty} \phi(l, \tau) x(t+l+\tau) x^H(t+l-\tau) e^{-j4\pi f\tau} \quad (3)$$

将式(1)代入式(3), 有

$$D_{xx}(t, f) = \mathbf{A} D_{ss}(t, f) \mathbf{A}^H + \mathbf{A} D_{sw}(t, f) + D_{ws}(t, f) \mathbf{A}^H + D_{ww}(t, f) \quad (4)$$

其中

$$D_{ss}(t, f) = \sum_{l=-\infty}^{\infty} \sum_{\tau=-\infty}^{\infty} \phi(l, \tau) s(t+l+\tau) s^H(t+l-\tau) e^{-j4\pi f\tau} \quad (5)$$

为信号源时频分布矩阵,  $D_{sw}(t, f)$ ,  $D_{ws}(t, f)$  为信号与噪声之间的互时频分布矩阵,  $D_{ww}(t, f)$  为噪声时频分布矩阵。在噪声为零均值并与入射信号相独立的假设条件下,  $E\{D_{sw}(t, f)\} = \mathbf{0}$ ,  $E\{D_{ws}(t, f)\} = \mathbf{0}$ , 因此空间时频分布矩阵的统计平均:

$$E\{D_{xx}(t, f)\} = \mathbf{A} D_{ss}(t, f) \mathbf{A}^H + E\{D_{ww}(t, f)\} \quad (6)$$

进一步假设  $\mathbf{w}(t)$  为空间、时间白噪声,  $E\{D_{ww}(t, f)\} = \sigma^2 \mathbf{I}$ ,

此时式(5)与传统阵列信号处理中的阵列协方差信号模型具有近乎相同的形式, 因而可以沿用于空间方法进行 DOA 估计。注意到式(5)对所有时频点均成立, 但由于二次型时频分布的时频聚集特性, 各有用信号的时频分布大多集中在各自的特定区域, 而噪声能量则均匀分散于整个时频平面, 因此可以通过特定区域时频点的选取来突出有用信号, 抑制噪声及其它信号的干扰。为了进一步平滑噪声影响, 确保信号源时频分布矩阵满秩, 通常在时频分布的峰脊上选取多个时频点进行处理。根据这一思想, Belouchrani, Amin 等研究了利用多个时频点 STFD 矩阵联合块对角化 (JBD) 估计信号 (噪声) 子空间的算法<sup>[1,2]</sup>, 在此基础上利用时频 MUSIC 进行 DOA 估计。Zhang 等对多个时频点平滑 (Averaging) 后的 STFD 矩阵的特征结构做了深入分析研究<sup>[3-5]</sup>, 并提出一种时频极大似然 DOA 估计方法<sup>[4]</sup>。文献[6,7]对基于 STFD 矩阵的阵列测向方法做了类似分析研究, 提出时频子空间拟合的处理框架。所有这些方法都具备信号选择性, 以及由此带来的高分辨率、过载能力、抗各种干扰等优点, 同时也有一些共同的缺陷: 它们在建立 STFD 矩阵时需要阵元输出之间两两进行二次型时频分布运算, 当阵元数和选取的时频点数都较多时, 运算量较大。此外上述方法均在不同程度上受到交叉项时频分布的困扰, 各信号源间的二次型时频分布交叉项对信号空域参数提取没有帮助, 甚至是有害的。通过引入核函数滤波, 多个时频点 STFD 矩阵平滑或者联合块对角化等手段抑制交叉项不仅使得计算更加复杂, 而且往往很难达到交叉项完全抑制的效果。针对这些问题, 本文提出一种新的时频域阵列信号模型, 并用极大似然方法实现 DOA 估计。

## 4 改进的时频域 DOA 估计方法

### 4.1 简化的时频空阵列信号模型和子空间方法

考虑 Cohen 类时频分布中最简单的一类: 伪 Wigner-Ville 分布, 即核函数  $\phi(l, \tau) = 1$  的情形, 则参考阵元输出  $x_1(t)$  与阵列输出向量  $\mathbf{x}_1(t)$  之间的互时频分布可以表示为

$$z(t, f) = \sum_{\tau=-(L-1)/2}^{(L-1)/2} x_1(t+\tau) \mathbf{x}_1^*(t-\tau) e^{-j4\pi f\tau} \quad (7)$$

其中  $L$  为计算伪 Wigner-Ville 分布的矩形窗长, 且

$$\mathbf{x}_1(t) = \mathbf{1}^T \mathbf{s}(t) + v_1(t) \quad (8)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_1(t) &= [x_2(t), \dots, x_M(t)]^T \\ &= \mathbf{J}_1 [\mathbf{A} \mathbf{s}(t) + \mathbf{w}(t)] = \mathbf{A}_1 \mathbf{s}(t) + \mathbf{w}_1(t) \end{aligned} \quad (9)$$

式中  $\mathbf{1} = [1, \dots, 1]^T$  为  $P \times 1$  列向量,  $\mathbf{J}_1 = [\mathbf{0}_{(M-1) \times 1}; \mathbf{I}_{M-1}]$  为选择矩阵,  $\mathbf{A}_1 = [\mathbf{a}_1(\theta_1), \dots, \mathbf{a}_1(\theta_p)]$ ,  $\mathbf{w}_1(t) = [v_2(t), \dots, v_M(t)]^T$  分别为由  $\mathbf{A}$ ,  $\mathbf{w}(t)$  的后  $M-1$  行构成的子矩阵。将式(8), 式(9)代入式(7), 有

$$\begin{aligned} \mathbf{z}(t, f) &= \sum_{\tau=-(L-1)/2}^{(L-1)/2} [\mathbf{A}_1 \mathbf{s}(t+\tau) + \mathbf{w}_1(t+\tau)] \\ &\quad \cdot [\mathbf{1}^T \mathbf{s}(t-\tau) + v_1(t-\tau)]^* e^{-j4\pi f \tau} \\ &= \mathbf{A}_1 \mathbf{D}_{ss}(t, f) \mathbf{1} + \mathbf{A}_1 \mathbf{d}_{sv_1}(t, f) + \mathbf{D}_{w_1s}(t, f) \mathbf{1} + \mathbf{d}_{w_1v_1}(t, f) \end{aligned} \quad (10)$$

考察  $\mathbf{z}(t, f)$  的均值和自相关, 根据假设 1 不难得出:

$$E\{\mathbf{z}(t, f)\} = \mathbf{A}_1 \mathbf{d}_{ss}(t, f) \quad (11)$$

$$\mathbf{\Omega}_z = E\{\mathbf{z}(t, f) \mathbf{z}^H(t, f)\} = \mathbf{A}_1 \mathbf{\Omega}_s(t, f) \mathbf{A}_1^H + \mathbf{\Omega}_w \quad (12)$$

其中

$$\mathbf{\Omega}_s(t, f) = \mathbf{d}_{ss} \mathbf{d}_{ss}^H + E\{\mathbf{d}_{sv_1} \mathbf{d}_{sv_1}^H\} = \mathbf{d}_{ss} \mathbf{d}_{ss}^H + \mathbf{R}_s(t) \quad (13)$$

$$\mathbf{\Omega}_w = E\{\mathbf{D}_{w_1s} \mathbf{1} \mathbf{1}^T \mathbf{D}_{w_1s}^H\} + E\{\mathbf{d}_{w_1v_1} \mathbf{d}_{w_1v_1}^H\} = \zeta^2 \mathbf{I}_{M-1} \quad (14)$$

而

$$\mathbf{d}_{ss}(t, f) = \mathbf{D}_{ss}(t, f) \mathbf{1}, \quad \mathbf{R}_s(t) = \sigma^2 \sum_{\tau=-(L-1)/2}^{(L-1)/2} \mathbf{s}(t+\tau) \mathbf{s}^H(t+\tau),$$

$$\zeta^2 = L\sigma^2 + \sum_{\tau=-(L-1)/2}^{(L-1)/2} \sigma^2 |\mathbf{1}^T \mathbf{s}(t-\tau)|^2.$$

注意到式(12)与式(6)相类似, 因而可以用类似文献[2,3]中的时频域子空间方法实现入射信号 DOA 估计。然而式(12)中的  $\mathbf{\Omega}_z(t, f)$  除包含有与时频点有关的成份外, 还包含信号源相关矩阵  $\mathbf{R}_s(t)$ , 该矩阵为满秩矩阵, 且与信号时频特性无关。 $\mathbf{R}_s(t)$  的存在对利用信源时频聚集特性进行信号选择性测向是不利的, 但只要信噪比不是特别低,  $\mathbf{R}_s(t)$  的影响可以忽略。为说明这一点, 考虑时频点  $(t, f) \in \mathfrak{R}_p$  (第  $p$  个信源的时频分布支撑域) 的情形, 若各信源时频分布支撑域互不重叠,  $\mathbf{D}_{ss}(t, f) \approx \text{diag}\{o, \dots, o, \gamma_p, o, \dots, o\}$ , 其中  $\gamma_p = L A_p^2$  为第  $p$  个信源的时频分布自项<sup>[3]</sup>, “ $o$ ”表示相对  $\gamma_p$  可以忽略的小数。信号源相关矩阵  $\mathbf{R}_s(t)$  的元素

$$\begin{aligned} r_{p,q}(t) &= \sigma^2 \sum_{\tau=-(L-1)/2}^{(L-1)/2} s_p(t+\tau) s_q^*(t+\tau) \\ &= \sigma^2 \sum_{\tau=-(L-1)/2}^{(L-1)/2} A_p A_q \exp\{j[\phi_p(t+\tau) - \phi_q(t+\tau)]\} \end{aligned} \quad (15)$$

考虑到信源之间的交叉项 ( $p \neq q$ ) 是振荡性的, 因此

$$r_{p,q}(t) \approx \sigma^2 \gamma_p \delta_{p,q} \quad (16)$$

$$\mathbf{\Omega}_s(t, f) \approx \text{diag}\{\sigma^2 \gamma_1, \dots, \sigma^2 \gamma_{p-1}, \sigma^2 \gamma_p + \gamma_p^2, \sigma^2 \gamma_{p+1}, \dots, \sigma^2 \gamma_P\} \quad (17)$$

其中  $\delta_{p,q}$  表示 Kronecker 冲击。在信噪比不是特别低且各信号强度大致相同的情况下,  $\gamma_p \gg \sigma^2$ , ( $p=1, \dots, P$ ),  $\mathbf{\Omega}_s(t, f)$  中

的第  $p$  个对角线元素明显大于其它各元素, 因此在式(12)的基础上仍然能够实现信号选择性测向。

#### 4.2 时频极大似然方法

虽然根据式(12)给出的时频域阵列协方差模型, 利用子空间方法即可实现 DOA 估计, 但在低信噪比或各信号源时频分布特性完全一致的情况下难以获得信号子空间的准确估计, 子空间方法性能不够理想。文献[4]研究了空间时频分布矩阵的概率分布特性, 指出经过多个时频点平滑后的 STFD 矩阵近似服从高斯分布, 以此为基础提出一种时频极大似然方法。该方法能在低信噪比下有效估计 DOA, 并且能够处理时频特性完全一致的相干信号, 但该文证明 STFD 矩阵近似服从高斯分布的推导过程不够严谨, 并且空间时频分布矩阵计算较为繁杂, 影响其实际应用。本文根据时频域数据向量  $\mathbf{z}(t, f)$  近似服从高斯分布的特性, 提出一种新的时频极大似然 DOA 估计子 (推导略):

$$\hat{\theta} = \arg \min_{\theta} \text{tr}\{\mathbf{P}_{A_1^0} \mathbf{R}_z\} \quad (18)$$

其中  $\mathbf{R}_z = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \mathbf{z}_k \mathbf{z}_k^H$  为时频域数据向量  $\{\mathbf{z}(t_k, f_k)\}_{k=1}^K$  的自相关矩阵,  $\mathbf{A}_1^0$  为时频滤波选取出的  $P_0$  个信号源对应的方向矩阵,  $\mathbf{P}_{A_1^0}$  为矩阵  $\mathbf{A}_1^0$  的正交投影算子。文献[3,4]的分析表明, 时频滤波选取的信号源个数  $P_0$  越少, 处理增益越大, 并且计算越简单。当  $P_0 > 1$  时, 采用交替投影算法<sup>[8]</sup>进行极大似然估计可将多变量的非线性最优化问题转化为多个一维最优化问题进行迭代求解, 大大降低了参数搜索难度。

#### 4.3 交叉项影响与时频点的选取

多个信号间的交叉项是二次型时频分布的必然产物, 也是困扰二次型时频分布的主要问题。为此, 考察交叉项时频分布在时频域阵列信号模型式(11)中的影响。为方便讨论, 假定只有两信号源  $s_1(t), s_2(t)$  入射, 信号源时频分布矩阵:

$$\mathbf{D}_{ss}(t, f) = \begin{bmatrix} \gamma_{11}, \gamma_{12} \\ \gamma_{21}, \gamma_{22} \end{bmatrix} \quad (19)$$

其中  $\gamma_{12}, \gamma_{21}$  为源  $s_1(t), s_2(t)$  间的交叉项时频分布。向量

$$\begin{aligned} E\{\mathbf{z}(t, f)\} &= \mathbf{A}_1 \mathbf{d}_{ss}(t, f) \\ &= (\gamma_{11} + \gamma_{12}) \mathbf{a}_1(\theta_1) + (\gamma_{21} + \gamma_{22}) \mathbf{a}_1(\theta_2) \end{aligned} \quad (20)$$

若选取的时频点  $(t, f)$  位于交叉项时频分布区域, 则  $E\{\mathbf{z}(t, f)\} \approx \gamma_{12} \mathbf{a}_1(\theta_1) + \gamma_{21} \mathbf{a}_1(\theta_2)$ , 这意味着  $\mathbf{z}(t, f)$  的统计平均仍在信号子空间内, 即使是交叉项时频点也对各入射信号空间信息的提取有贡献。但是另一方面, 交叉项时频分布  $\gamma_{12}, \gamma_{21}$  互为共轭, 因此它们总是成对出现, 这对提取有用信

号抑制干扰信号、实现选择性测向是不利的。根据上述讨论，确定如下时频点选取准则：(1)当需要实现信号选择性测向时，应尽量避免交叉项时频点的选取。(2)当入射信源时频分布特性未知无法实现选择性测向时，可以通过设定适当的时频滤波门限，尽量多的选取包括交叉项在内的时频点，这将有利于所有信号空域参数提取。实际应用中得到的数据长度总是有限的，为减小边缘效应的影响，选取时频点时应尽量避开时频平面的边缘区域。以窗长为  $L$  的伪 Wigner-Ville 分布为例，去除两边长度各为  $(L-1)/2$  的边缘时段，可供时频点选取的时间区域长度为  $K=N-L+1$ ，该长度与数据长度  $N$ 、伪 Wigner-Ville 分布窗长  $L$  均有关。窗长  $L$  增大有利于提高伪 Wigner-Ville 分布的频率分辨率，信号能量聚集更为明显，但此时可供时频点选取的时间区域长度  $K$  相应变小，不利于平滑噪声影响。因此伪 Wigner-Ville 分布的窗长设置应综合考虑时频分辨率和保证有足够多的时频点可供选择两方面的因素，通常取  $L=N/8+1$  到  $N/4+1$  之间较为合适。

## 5 仿真

**实验 1** 设等功率的两调频信号分别以  $\theta_1=20^\circ, \theta_2=50^\circ$  入射 8 阵元均匀线阵，阵元间距为半波长，两信号时频特性已知，瞬时频率分别为  $f_1(t)=0.25+0.2\sin(2\pi t/N)$ ， $f_2(t)=0.25+0.2\cos(2\pi t/N)$ ， $t=1, \dots, N$ ，采样点数  $N=1024$ ，计算伪 Wigner-Ville 分布时的矩形窗长  $L=129$ 。图 1 为无噪声情况下参考阵元输出的伪 Wigner-Ville 时频分布。图 2 给出了传统极大似然方法，基于 STFD 矩阵的极大似然方法<sup>[4]</sup>以及本文极大似然方法进行信号选择性测向的估计精度对比（选取时频点数  $K=N-L+1=896$ ），Monte Carlo 实验次数为 100 次。可见低信噪比情况下，利用信号时频特性进行选择测向效果明显优于传统极大似然方法，而本文方法用较小的计算量实现了与文献[4]方法大致相当的信号选择性测向能力。

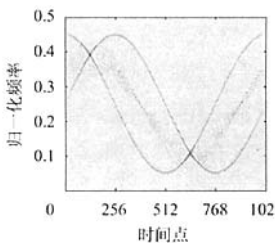


图 1 正弦调频信号的伪 Wigner-Ville 分布

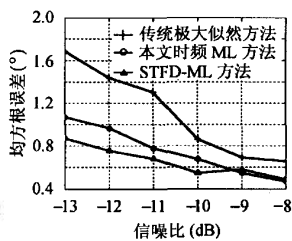


图 2 3 种极大似然方法的比较

**实验 2** 在上述实验中将采样点数改为  $N=256$ ，计算伪 Wigner-Ville 分布时的矩形窗长  $L=65$ 。以参考阵元输出的伪 Wigner-Ville 分布幅度最大值的 50% 作为时频点选取门限，选取时间点数  $K=N-L+1=192$ 。图 3 是本文方法与 STFD 极大似然方法的对比（Monte Carlo 实验次数 50）。由图 3 不难看出，在所选时频点包含交叉项时频分布的情况下，本文方法明显优于 STFD 极大似然方法。

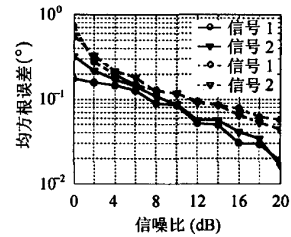


图 3 选取交叉项时频分布时两种方法的性能对比（实线对应本文极大似然方法，虚线对应 STFD-ML 方法）

**实验 3** 考虑相干信号的情形，两信号具有相同的瞬时频率  $f_1(t)=f_2(t)=0.25+0.2\sin(2\pi t/N)$ ，相位相差  $\pi/2$ ，入射角分别为  $\theta_1=-5^\circ, \theta_2=10^\circ$ ，两信号 SNR 均为 0dB，其余参数同实验 1。图 4 是本文方法与基于 STFD 矩阵的时频 MUSIC 方法的性能对比（Monte Carlo 实验次数 20）。图 4 表明，本文方法虽有一定的估计误差，但仍能正确分辨两个信号，而基于 STFD 矩阵的时频 MUSIC 方法完全失效。

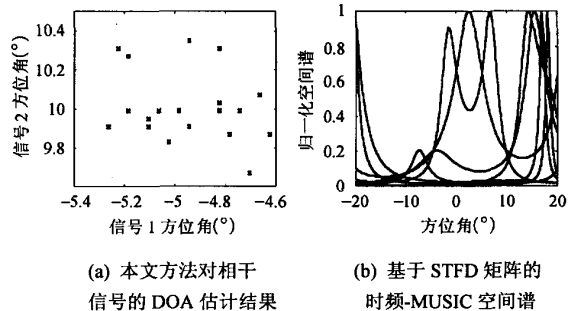


图 4

## 6 结论

本文提出一种新的时频极大似然 DOA 估计方法，该方法通过计算参考阵元与阵列输出之间的时频分布建立时频域的阵列信号模型，避免了阵元输出之间两两进行二次型时频分布运算的繁琐步骤。利用极大似然方法进行 DOA 估计，突破了子空间方法不能处理相干信号的局限。本方法同时具备时频选择特性，能够分离占据相同时宽、(频)带宽但时频特征不同的信号，有效增加方位分辨能力。与基于空间时

频分布矩阵的测向方法相比,本文方法能充分利用信源之间的交叉项时频分布,并且计算、实现更加简单。

### 参考文献

- [1] Belouchrani A, Amin M. Blind source separation based on time-frequency signal representation. *IEEE Trans. on SP*, 1998, SP-46(11): 2888 – 2898.
- [2] Belouchrani A, Amin M. Time-frequency MUSIC. *IEEE Signal Processing Lett.*, 1999, 6: 109 – 110.
- [3] Zhang Y, Mu W. Subspace analysis of spatial time-frequency distribution matrices. *IEEE Trans. on SP*, 2001, SP-49(4): 747 – 759.
- [4] Zhang Y, Mu W, Amin M. Time-frequency maximum likelihood methods for direction finding. *Journal of Franklin Institute*, 2000, 337(4): 483 – 497
- [5] Amin M, Zhang Y. Effects of crossterms on the performance of time-frequency MUSIC. *IEEE Proc. Sensor Array and Multichannel Signal Processing Workshop*. Mar. 2000: 479 – 483.
- [6] Jin L, In Q, Wang W. Time-frequency signal subspace fitting method for direction-of-arrival estimation. *ISCAS 2000, Geneva*, 2000, vol.3: 375 – 378.
- [7] 金梁, 殷勤业, 李盈. 时频子空间拟合波达方向估计. *电子学报*, 2001, 29(1): 71 – 74.
- [8] Ziskind I, Wax M. Maximum likelihood localization of multiple sources by alternating projection. *IEEE Trans. on ASSP*, 1988, 36(10): 1553 – 1560.
- [9] Dogan M C, Mendel J M. Applications of cumulants to array processing, Part II: Non-Gaussian noise suppression. *IEEE Trans. on SP*, 1995, 43(7): 1663 – 1676.
- 田 达: 男, 1975 年生, 博士生, 目前研究兴趣为阵列信号处理算法研究和系统实现、DSP 技术、非平稳信号处理。
- 张 洪: 男, 1975 年生, 博士生, 目前研究兴趣为时频分析、非线性动力学、时空超混沌。
- 陈天麒: 男, 1938 年生, 教授, 博士生导师, 长期从事自适应信号处理、阵列信号处理、信号多参量估计与跟踪、高阶谱估计、多传感器数据融合及电子工程系统等方面的研究工作。