

## 部分极化电磁波的最佳接收<sup>1</sup>

王之禹 朱敏慧 白有天

(中国科学院电子学研究所 北京 100080)

**摘要** 描述实际散射体散射特性的散射矩阵一般是时间的函数。因此,即使入射电磁波是完全极化电磁波,散射电磁波也不再是完全极化电磁波,而是部分极化电磁波。本文讨论了对部分极化电磁波的最佳接收问题,并给出计算天线接收功率的简化算法。

**关键词** 最佳接收, 部分极化电磁波, 合成孔径雷达

**中图分类号** TN011, TN850

### 1 引言

在空间某一点上,描述空间部分完全极化电磁波的 Stokes 向量  $S^{[1]}$  为

$$S = [S_0, S_1, S_2, S_3]^T, \quad (1)$$

其中  $S_0^2 \geq S_1^2 + S_2^2 + S_3^2$ , 等号对于完全极化波成立,上标  $T$  表示矩阵的转置,  $S_0$  表示部分极化电磁波的总功率。

对于完全极化电磁波:

$$S_{\text{pol}} = I_0 \begin{bmatrix} 1 \\ \cos(2\chi) \cos(2\varphi) \\ \cos(2\chi) \sin(2\varphi) \\ \sin(2\chi) \end{bmatrix}, \quad (2)$$

其中  $\varphi$ ,  $\chi$  分别是描述完全极化波的极化椭圆的方位角和椭圆角,  $I_0$  表示完全极化电磁波的总功率。

令  $R$  和  $T$  分别表示散射电磁波和入射电磁波的 Stokes 向量,则线性无源散射体对电磁波的散射过程由称为 Mueller 矩阵的实  $(4 \times 4)$  矩阵  $[M]$  根据下式进行描述<sup>[2]</sup>:

$$R = [M]T. \quad (3)$$

令  $R_{\text{ant}}$  和  $T_{\text{ant}}$  分别表示接收天线极化状态和发射天线极化状态的 Stokes 向量(接收天线和发射天线是同基的),则对于由 Mueller 矩阵  $[M]$  描述的散射体,天线接收到的功率由称为 Stokes 矩阵的实  $(4 \times 4)$  矩阵  $[S]$  根据下式进行描述<sup>[3]</sup>:

$$P_{\text{rec}}(\varphi_r, \chi_r, \varphi_t, \chi_t) = R_{\text{ant}}[S]T_{\text{ant}}. \quad (4)$$

Mueller 矩阵  $[M]$  和 Stokes 矩阵  $[S]$  分别从两个不同的角度描述了分辨单元内的散射体对电磁波的散射特性。因此,这两个矩阵之间存在确定的变换关系:

$$[M] = [R][R]^T[S], \quad (5)$$

<sup>1</sup> 1999-04-05 收到, 1999-10-16 定稿  
微波成像国防重点实验室资助项目

其中  $[R] = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & -i & i \end{bmatrix}$ , 上标  $T$  表示矩阵的转置。

总之, 利用 Stokes 向量  $\mathbf{S}$ , Mueller 矩阵  $[M]$  和 Stokes 矩阵  $[S]$  可以描述目标对电磁波的散射特性。我们的目的是对于由确定的 Mueller 矩阵  $[M]$  描述其电磁波散射特性的散射体, 从理论上寻找一种发射天线极化状态和接收天线极化状态的最优组合使天线的接收功率达到极值。利用这种最优极化状态组合, 我们可以有目的地增强或衰减 SAR 图像中特定目标的强度, 以便更好地对目标进行识别和分类。

## 2 部分极化波的接收

部分极化电磁波  $\mathbf{S}$  可以唯一地分解为完全极化电磁波  $\mathbf{S}_{\text{pol}}$  和完全非极化电磁波  $\mathbf{S}_{\text{un}}$  两部分<sup>[1]</sup>

$$\mathbf{S} = \mathbf{S}_{\text{pol}} + \mathbf{S}_{\text{un}}, \quad (6)$$

其中

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} S_0 \\ S_1 \\ S_2 \\ S_3 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{S}_{\text{pol}} = \begin{bmatrix} (S_1^2 + S_2^2 + S_3^2)^{1/2} \\ S_1 \\ S_2 \\ S_3 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{S}_{\text{un}} = \begin{bmatrix} S_0 - (S_1^2 + S_2^2 + S_3^2)^{1/2} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

当描述完全极化电磁波的 Stokes 向量  $\mathbf{S}$  和描述接收天线的 Stokes 向量  $\mathbf{S}_{\text{ant}}$  同相时, 即  $\mathbf{S}$  和  $\mathbf{S}_{\text{ant}}$  的方位角和椭圆角完全相同 ( $\chi = \chi_{\text{ant}}, \varphi = \varphi_{\text{ant}}$ ) 时, 天线将完全接收电磁波的功率; 当  $\mathbf{S}$  和  $\mathbf{S}_{\text{ant}}$  正交时, 即  $\chi = -\chi_{\text{ant}}, \varphi = \varphi_{\text{ant}} \pm \pi/2$  时, 天线完全不接收电磁波的功率<sup>[4]</sup>。

现在考虑天线对完全非极化电磁波  $\mathbf{S}_{\text{un}}$  的接收。已知,  $\mathbf{S}_{\text{un}} = [I_{\text{un}} \ 0 \ 0 \ 0]^T$ , 那么必然可以对  $\mathbf{S}_{\text{un}}$  作如下分解

$$\mathbf{S}_{\text{un}} = \mathbf{S}_{\parallel} + \mathbf{S}_{\perp}, \quad (7)$$

其中

$$\mathbf{S}_{\parallel} = \frac{I_{\text{un}}}{2} \begin{bmatrix} 1 \\ \cos(2\chi_{\parallel}) \cos(2\varphi_{\parallel}) \\ \cos(2\chi_{\parallel}) \sin(2\varphi_{\parallel}) \\ \sin(2\chi_{\parallel}) \end{bmatrix}, \quad \mathbf{S}_{\perp} = \frac{I_{\text{un}}}{2} \begin{bmatrix} 1 \\ \cos(2\chi_{\perp}) \cos(2\varphi_{\perp}) \\ \cos(2\chi_{\perp}) \sin(2\varphi_{\perp}) \\ \sin(2\chi_{\perp}) \end{bmatrix}, \quad \text{且 } \mathbf{S}_{\perp} \text{ 与 } \mathbf{S}_{\parallel} \text{ 正交}$$

( $\chi_{\parallel} = -\chi_{\perp}, \varphi_{\parallel} = \varphi_{\perp} \pm \pi/2$ )。假定, 天线的 Stokes 向量为  $\mathbf{A}$ 。因为 Stokes 向量  $\mathbf{S}_{\text{un}}$  的分解是随着  $\chi_{\parallel}$  和  $\varphi_{\perp}$  的变化而任意变化的, 所以必然可以找到一种分解, 使得  $\mathbf{S}_{\parallel} = \mathbf{A}$ ,  $\mathbf{S}_{\perp} \perp \mathbf{A}$ 。这说明极化状态为  $\mathbf{A}$  的天线只能完全接收由 Stokes 向量  $\mathbf{S}_{\parallel}$  描述的电磁波功率, 而完全不能接收由 Stokes 向量  $\mathbf{S}_{\perp}$  描述的电磁波功率, 即任意极化状态的天线都能且只能接收完全非极化电磁波功率的 50%。

为了确定天线接收总功率的数学表达式, 将 (6) 式给出的 Stokes 向量  $\mathbf{S}$  改写为如下形式

$$\mathbf{S} = \mathbf{S}_{\text{pol}} + \mathbf{S}_{\text{un}} = \begin{bmatrix} pS_0 \\ S_1 \\ S_2 \\ S_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} (1-p)S_0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (8)$$

其中极化度  $p = (S_1^2 + S_2^2 + S_3^2)^{1/2}/S_0$ 。因为 Stokes 向量的第一个分量表示极化电磁波的总功率，所以对于部分极化电磁波，天线接收到的总功率：

$$P_{\text{total}} = P_{\text{pol}} + P_{\text{un}}, \quad (9)$$

其中  $P_{\text{pol}}$  是可调节项，对应于完全极化电磁波接收，其取值随着接收天线极化状态的变化而在  $0 - pS_0$  之间变化； $P_{\text{un}}$  是接收效率恒等于 50% 的噪声项，对应于完全非极化电磁波的接收，其取值为  $1/2(1 - p)S_0$ 。所以天线接收到的功率极值为

$$\left. \begin{aligned} P_{\text{max}} &= pS_0 + 1/2(1 - p)S_0 = 1/2(1 + p)S_0, \\ P_{\text{min}} &= 0 + 1/2(1 - p)S_0 = 1/2(1 - p)S_0. \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

### 3 实验结果

实验数据是美国 JPL 实验室的 AIRSAR 获得的多极化雷达数据。数据采集区在美国旧金山市的金门桥附近，见图 1，图中标记指示的位置是实验数据采集区。实验过程中一共选取了六块实验区域，海面 ( $S1$ 、 $S2$ )、公园绿地 ( $P1$ 、 $P2$ ) 和城区 ( $U1$ 、 $U2$ ) 各两块。天线接收功率极值的优化结果见表 1，它分别列出直接利用极化合成公式 (4) 式优化得到的天线接收功率极值和利用本文导出的天线接收功率极值公式 (10) 式得到的极值。比较这两种方法计算出的天线接收功率极值可以看出，它们之间的误差小于 1%。这说明利用本文导出的天线接收功率优化公式是正确的。利用 (10) 式计算天线接收功率极值的一个最直接效果是大大地提高了计算速度，因为直接利用极化合成公式计算接收功率极值需要在 4 维变量空间内搜索 (接收天线 Stokes 向量和发射天线 Stokes 向量各有两个独立变量，极化椭圆的方位角  $\varphi$  和椭圆角  $\chi$ )，而利用本文导出的功率优化公式只需在 2 维变量空间搜索 (只与发射天线 Stokes 向量的方位角和椭圆角有关)。

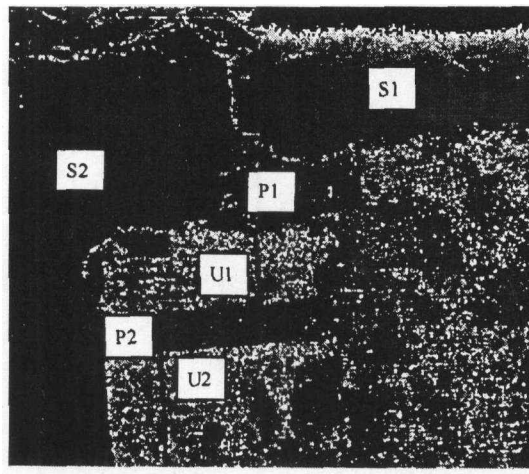


图 1 旧金山金门桥附近的数据采集区 (L 波段 VV 极化图像)

表 1 本文结果与文献 [3] 结果的比较

数据采集区	最大接收功率		最小接收功率	
	本文结果	文献 [3] 结果	本文结果	文献 [3] 结果
S1	0.0170111	0.0170098	$9.8270 \times 10^{-5}$	$9.8406 \times 10^{-5}$
S2	0.0051312	0.0051310	$4.6248 \times 10^{-5}$	$4.6560 \times 10^{-5}$
P1	0.0205648	0.0205638	0.0049995	0.005
P2	0.0264737	0.0264731	0.0042835	0.0042859
U1	0.0714238	0.0714225	0.0041443	0.0041486
U2	0.0662447	0.0662416	0.0032678	0.0032707

## 4 结 论

以上讨论了部分极化电磁波的最佳接收问题, 并导出计算天线接收功率极值的表达式。利用实际的多极化 SAR 数据对该公式进行了测试, 其结果与直接利用极化合成公式完全相符, 为计算天线接收功率的极值提供了一种简化方法。

## 参 考 文 献

- [1] Landau L D, Lifshitz E M. *Electrodynamics of Continuous Media*. Vol. 8 of *Course of Theoretical Physics*, New York: Pergamon, 1960, Chapter 2.
- [2] Mueller H. *The foundations of optics*. *J. Opt. Soc. Am.*, 1948, 38(3): 661-663.
- [3] Van Zyl J J, Zebker H A, Elachi C. *Imaging radar polarization signatures: Theory and observation*. *Radio Science*, 1987, 22(3): 529-543.
- [4] Kostinski A B, Boerner W M. *On foundations of radar polarimetry*. *IEEE Trans. on Antennas Propag*, 1986, AP-34(9): 1395-1404; Mieras H. *Comment*. *IEEE Trans. on Antennas Propag*, 1986, AP-34(9): 1470-1471; Kostinske A B, Boerner W M. *Reply*. *IEEE Trans. on Antennas Propag*, 1986, AP-34(9): 1471-1473.

## THE OPTIMAL RECEPTION OF THE PARTIAL POLARIZATION WAVE

Wang Zhiyu    Zhu Minhui    Bai Youtian

(*Institute of Electronics, Chinese Academy Sciences, Beijing 100080*)

**Abstract** The scattering matrix, which describes the scattering property of practical scatters, is generally a function of time. So, the scattered electromagnetic wave is no longer a completely polarized wave, but a partially polarized wave, although the incident wave is completely polarized. This paper mainly focuses on the optimal reception of partially polarized electromagnetic wave, and derives the method for optimizing the intensity received by the antenna.

**Key words** Optimal reception, Partial polarization wave, Synthesized aperture radar

王之禹: 男, 1971 年生, 博士生, 研究方向: 雷达图像处理。  
朱敏慧: 女, 1943 年生, 研究员, 博士生导师, 研究方向: 图像处理。  
白有天: 男, 1937 年生, 研究员, 研究方向: SAR 系统设计。