

一种新的稳健的 TDOA 定位算法

李万春 魏平 肖先赐

(电子科技大学电子工程学院信息工程系 成都 610054)

摘要 该文提出了一种利用 TDOA 进行定位的新算法,它利用了有关相对量测误差上限和站址扰动上限的先验知识基础上,对伪线性 TDOA 方程组进行求解,其算法较为稳定,通过仿真发现可知该算法有较好的性能,在定位精度上比传统定位方法有所提高。

关键词 时差定位, 限定最小二乘法, 相对定位精度

中图分类号: TN97

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2006)11-2019-03

A New Robust Method for TDOA Location

Li Wan-chun Wei Ping Xiao Xian-ci

(Department of Information Engineering, School of Electronic Engineering, University of Electronic Science and Technology of China, Chengdu 610054, China)

Abstract A new robust method about location on TDOA is proposed in this paper. It use the known TDOA's variance bound and the error bound of the radar's position, to solve the psdolinear equations about TDOA, the algorithm is robust, and its performance is better and have a higher location precision than the others.

Key words TDOA location, Constrained TLS, Relative location precise

1 引言

利用TDOA(Time Difference Of Arrival)进行定位,是和利用DOA进行定位一样经典的定位方式,由于其量测的TDOA精度较DOA为高,故其定位精度也较好。常见的定位算法有Taylor展开法^[1]、两步最小二乘法^[2]、解伪线性方程组并求解二次方程法^[3]、以及在它们基础上的一些改进的方法^[4]。Taylor展开法需要一个较好的近似解,当用一个较为接近真实值的初始值进行迭代时,其定位精度高,且收敛较快,而当我们得不到一个较好的近似值式,其计算收敛较慢,甚至可能发散以至于得不到真实的定位解。解伪线性方程组和求解二次方程法具有运算量小的特点,在量测TDOA精度较高的情况下定位解也很精确,但是量测TDOA精度一般的情况下定位解的误差较大,而且易出现定位模糊,有时需要额外的信息(如角度信息)才能定位。而较为经典算法是Chan提出的两步最小二乘法,在量测TDOA精度较高的情况下,其定位精度很高,但是在雷达几何位置(以下简称站址)出现较大的偏差或者在量测TDOA精度一般的情况下,其定位性能下降较快;而我们在进行信号处理得到TDOA时,能得到有关其方差的先验知识,(知道其方差上限)以及站址误差的上限,我们分为两步来求定位解,(1)根据已知的先验上限知识,利用文献[5,6]提到的方法,来解伪线性方程组,初步得到目标的几何位置解和目标的斜距,(2)利用位置解与斜距的相关性,在目标位置的二范数与斜距相等的约束下,使得其位置

扰动最小,进而获得定位解。通过仿真可以知道其定位精度较chan's算法为高。且较为稳定。

2 定位算法

令目标物体所在的位置为 $\mathbf{u} = [x \ y \ z]^T$, 雷达接收站的位置为 $\mathbf{s}_j = [x_j \ y_j \ z_j]^T$, $j=1, \dots, N$ ($N \geq 6$), 令雷达接收站 j 与目标物体的距离为 R_j , 即 $R_j = \|\mathbf{s}_j - \mathbf{u}\|$, 令雷达接收站 j 与接收站 1 的距离为 d_j , 即 $d_j = \|\mathbf{s}_j - \mathbf{s}_1\|$ 。

通过信号处理的方法可以得到 TDOA, 根据定位几何图有

$$\tau_{j1} = \tau_j - \tau_1 = (R_j - R_1)/c, \quad j = 2, \dots, N \quad (1)$$

即

$$R_{j1} = c\tau_{j1} = \|\mathbf{s}_j - \mathbf{u}\| - \|\mathbf{s}_1 - \mathbf{u}\| = R_j - R_1, \quad j = 2, \dots, N \quad (2)$$

又因为

$$\begin{aligned} R_j^2 - R_1^2 &= (\mathbf{s}_j - \mathbf{u})^T (\mathbf{s}_j - \mathbf{u}) - (\mathbf{s}_1 - \mathbf{u})^T (\mathbf{s}_1 - \mathbf{u}) \\ &= d_j^2 - 2(\mathbf{s}_j - \mathbf{s}_1)^T \mathbf{u}, \quad j = 2, \dots, N \end{aligned} \quad (3)$$

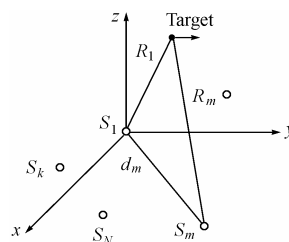


图1 TDOA 定位的几何图

Fig.1 Geometric graph for TDOA location

由式(2), 式(3)可以得到

$$2R_{j1}R_1 = d_j^2 - 2(s_j - s_1)^T \mathbf{u} + R_{j1}^2, \quad j=2, \dots, N \quad (4)$$

将式(4)写成矩阵的形式:

$$\mathbf{A}\mathbf{x} = \mathbf{b} \quad (5)$$

式中

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} x_2 - x_1 & y_2 - y_1 & z_2 - z_1 & R_{21} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ x_N - x_1 & y_N - y_1 & z_N - z_1 & R_{N1} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{x} = \begin{bmatrix} \mathbf{u} \\ R_1 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{b} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} d_2^2 - R_{21}^2 \\ \vdots \\ d_N^2 - R_{N1}^2 \end{bmatrix}$$

显然, \mathbf{A} 和 \mathbf{b} 均含有噪声, 文献[2]利用一般的 LS 方法求解方程式(5), 在量测值 TDOA 的偏差较小时, 其效果较好, 而文献[4]利用 TLS 方法对方程式(5)进行求解, 其定位精度较文献[2]为高, 但是, 一般的 TLS 方法没有考虑到 \mathbf{A} 和 \mathbf{b} 内部的结构, 因此其定位精度有待于进一步提高, 在一般情况下, 对雷达进行布站时, 其站址也有较小的偏差。(由于知道布站方式和布站的大概误差, 所以可以知道其布站误差的上限 ε_{A1}), 根据量测误差值也能获得其量测误差的上限 ε_b 。

$$\text{令 } \mathbf{A}_0 = \mathbf{A} + \delta\mathbf{A}, \quad \mathbf{b}_0 = \mathbf{b} + \delta\mathbf{b}.$$

其中 \mathbf{A}, \mathbf{b} 为量测值, $\mathbf{A}_0, \mathbf{b}_0$ 为真实值, $\delta\mathbf{A}, \delta\mathbf{b}$ 为干扰项, 我们可以根据一些先验知识获得干扰项的上限, 有:

$$\|\delta\mathbf{A}\|_2 \leq \varepsilon_A, \quad \|\delta\mathbf{b}\|_2 \leq \varepsilon_b \quad (\|\cdot\|_2 \text{ 表示 } \cdot \text{ 的 2 范数}).$$

为了求出满足以上条件的定位解, 我们可以求解:

$$\min_{\mathbf{x}} \left\{ \max_{\|\delta\mathbf{A}\|_2 \leq \varepsilon_A, \|\delta\mathbf{b}\|_2 \leq \varepsilon_b} \left\| (\mathbf{A} + \delta\mathbf{A})\mathbf{x} - (\mathbf{b} + \delta\mathbf{b}) \right\|_2 \right\} \quad (6)$$

根据文献[5, 6], 我们可以得到式(6)的等价式为

$$\min_{\mathbf{x}} \left\{ \left\| (\mathbf{A}\mathbf{x} - \mathbf{b}) \right\|_2 + \varepsilon_A \|\mathbf{x}\|_2 + \varepsilon_b \right\} \quad (7)$$

令 \mathbf{A} 的 SVD 分解为

$$\mathbf{A} = \mathbf{U}\mathbf{\Sigma}\mathbf{V}^T \quad (8)$$

其中 $\mathbf{U} \in \mathbb{R}^{(N-1) \times (N-1)}$, $\mathbf{\Sigma} = \begin{bmatrix} \Sigma_1 \\ \mathbf{O} \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{(N-1) \times 4}$, $\Sigma_1 = \text{diag}\{\sigma_1^2,$

$\sigma_2^2, \sigma_3^2, \sigma_4^2\} \in \mathbb{R}^{4 \times 4}$, $\mathbf{V} \in \mathbb{R}^{4 \times 4}$, \mathbf{U}, \mathbf{V} 均为正交矩阵。

我们将矩阵 $\mathbf{U}^T \mathbf{b}$ 分块为

$$\mathbf{U}^T \mathbf{b} = \begin{bmatrix} \mathbf{b}_1 \\ \mathbf{b}_2 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b}_1 \in \mathbb{R}^{4 \times 1}, \quad \mathbf{b}_2 \in \mathbb{R}^{(N-5) \times 1}$$

求出其定位解为

$$\mathbf{x} = (\mathbf{A}^T \mathbf{A} + \hat{\alpha} \mathbf{I})^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{b} \quad (9)$$

其中 $\hat{\alpha}$ 为方程 $f(\alpha) = 0$ 的正根^[5]。

$$f(\alpha) = \mathbf{b}_1^T (\mathbf{\Sigma}^2 - \varepsilon_A \mathbf{I}) (\mathbf{\Sigma}^2 + \alpha \mathbf{I})^{-2} \mathbf{b}_1 - \varepsilon_A^2 \|\mathbf{b}_2\|_2^2 / \alpha^2$$

另外, 由于在解出的解 \mathbf{x} 中 \mathbf{u} 和 R_1 具有相关性, 在理论上应该有 $R_1^2 = \mathbf{u}^T \mathbf{u}$ 。

由于数据项中含有噪声, 使得以上等式不再严格成立, 我们可以在分析其噪声扰动最小的基础上求得最优定位解。

即有下式:

$$\min \left\{ \delta R_1^2 + a \delta \mathbf{u}^T \delta \mathbf{u} \right\} \quad (10)$$

$$\text{s.t. } (R_1 + \delta R_1)^2 = (\mathbf{u} + \delta \mathbf{u})^T (\mathbf{u} + \delta \mathbf{u})$$

其中 a (不为-1) 是一个加权系数, 利用拉格朗日算子来求解式(10)。

$$J(\delta R_1, \delta \mathbf{u}, \lambda) = \delta R_1^2 + a \delta \mathbf{u}^T \delta \mathbf{u} + \lambda \left[(R_1 + \delta R_1)^2 - (\mathbf{u} + \delta \mathbf{u})^T (\mathbf{u} + \delta \mathbf{u}) \right] \quad (11)$$

其结果为

$$\delta R_1 = \frac{a(1-\beta)}{\beta(1+a)} R_1, \quad \delta \mathbf{u} = \frac{\beta-1}{1+a} \mathbf{u}$$

其中 $\beta = \sqrt{R_1^2 / (\mathbf{u}^T \mathbf{u})}$ 。

故其最终的定位结果为

$$\hat{\mathbf{u}} = \mathbf{u} + \delta \mathbf{u} \quad (12)$$

3 仿真结果

本节对 Chan 算法(文献[1])、Z&J 算法(文献[2])、和本文中的算法进行了计算机仿真比较, 设有六个站, 其位置分别在(0km, 0km, 0km), (6.18km, 19.021km, 0.1km), (-16.18km, 11.756km, 0.1km), (-16.180 km, -11.756 km, 0.1km), (6.180 km, -19.021 km, 0.1 km), (20 km, 0km, 0.1 km), 目标位置: (30km, 20km, 5km)。图2为3种算法在不同的量测时延 TDOA 的均方误差下, 其定位的相对偏差的图, 图3为量测均方差为 0.2 μs 下, 3种算法在不同站址相对误差下的定位精度误差比较图。(本文中, 站址相对误差是指第 $k(k=2,3, \dots, N)$ 个站相对于第一个站(坐标原点)的距离的相对偏差)。

从图中可以看到, 本文所提到的方法的定位精度较高, 特别是在站址误差较大时, 定位精度改善较大。

4 结束语

由于本方法在解线性方程式(5)时, 用到了量测值 TDOA

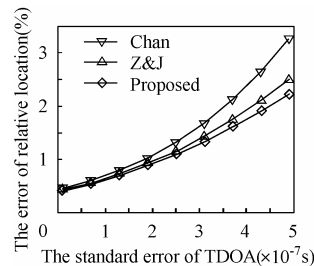


图2 在无站址误差的情况下, 3种算法在不同量测均方差下的定位精度误差比较
Fig.2 In the case of no error of radar geometry, the error of location for the three algorithms at different measurement error

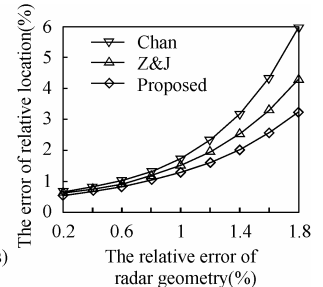


图3 量测均方差为 0.2 μs 下, 3种算法在不同站址相对误差下的定位精度误差比较
Fig.3 In the case of measurement error equal to 0.2 μs , the error of location for the three algorithms at different error of radar geometry

误差和站址误差上限的先验知识,故其定位效果较一般 TLS 方法和 Chan 算法为好,能进一步提高定位精度,并且本算法具有一定的稳健性,故在工程上具有较强的实用性。也可以将它应用在 LOS 下的无线定位中。另外本方法的缺点是利用到了矩阵的奇异值分解和求解代数矩阵方程,故计算量较其他两种方法为大。

参 考 文 献

- [1] Foy W H. Position location solutions by Taylor series estimation[J]. *IEEE Trans. on Aerospace and Electronic Systems*, 1976, 12(2): 187–194.
- [2] Chan Y T, Ho K C. A simple and efficient estimator for hyperbolic location [J]. *IEEE Trans. on Signal Processing*, 1994, 42(8): 1905–1915.
- [3] 孙仲康,周一宇等. 单多基地有源无源定位技术. 北京: 国防工业出版社, 1996: 142–146.
- [4] Huang Z, Lu J. Total least squares and equilibration algorithm for range difference location. *Electronics Letters*, 2004, 40(5): 121–122.
- [5] Chandrasekaran S, Golub G H, Gu M, Sayed A H. Parameter estimation in the presence of bounded modeling errors. *IEEE Signal Processing*, 1997, 4(7): 195–197.
- [6] Chandrasekaran S, Golub G H, Gu M, Sayed A H. Parameter estimation in the presence of bounded data uncertainties. *SIAM J. Matrix Anal. Appl.*, 1998, 19(1): 235–252.

李万春: 男, 1978 年生, 在职博士生, 研究方向为无源定位与跟踪.

魏 平: 男, 1966 年生, 教授, 博士生导师, 研究方向为现代谱估计、阵列信号处理、电子系统等.

肖先赐: 男, 1933 年生, 教授, 博士生导师, 研究方向为谱估计与阵列信号处理、人工神经网络、非线性信号处理、电子系统等.