

极化分集时 MIMO 系统的信道容量

黄丘林 郭万有 史小卫

(西安电子科技大学天线与微波技术国家重点实验室 西安 710071)

摘要 论文给出了 MIMO 系统采用极化分集时的信道模型, 对接收信号空间相关性和信道容量进行了研究, 并对其随接收天线极化夹角的变化情况进行了分析。研究表明, 采用极化分集技术的 MIMO 系统具有良好的非相关衰落特性, 信道容量得到显著提高。

关键词 无线通信, 极化分集, 多入多出, 信道容量, 空间相关性

中图分类号: TN919.72

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2006)08-1443-04

Channel Capacity of MIMO Wireless Systems in the Presence of Polarization Diversity

Huang Qiu-lin Guo Wan-you Shi Xiao-wei

(National Key Laboratory of Antennas and Microwave Technology, Xidian University, Xi'an 710071, China)

Abstract In this paper, a MIMO channel model in the presence of polarization diversity is presented, the spatial correlation between signals and the channel capacity is analyzed, and the effect of polarization angle between receiving antennas on the spatial correlation and the channel capacity is investigated. Simulation results show that MIMO wireless system using polarization diversity is of excellent fading characteristic, and channel capacity is increased effectively.

Key words Wireless communications, Polarization diversity, MIMO, Channel capacity, Spatial correlation

1 引言

随着无线通信技术的迅速发展, 多入多出(Multiple-Input, Multiple-Output, MIMO)无线通信技术日益受到人们的关注。MIMO技术在接收端和发射端上均采用多副天线, 构成多天线系统, 能够有效地增加通信容量、提高通信质量, 可以满足对大容量高质量通信的要求, 有效提高频谱利用率, 缓解对频谱资源日益紧张的需求。Foshini和Gans对多天线系统的通信容量进行了详细的论述^[1]。文献[2,3] 讨论了衰落相关信道下MIMO系统的信道容量和性能, 并进行了仿真实验。贝尔实验室提出的V-BLAST系统验证了多天线系统所具有的优势。虽然文献[4,5]对电磁场极化特性的理解存在不妥之处, 但是, 其实验和仿真结果说明在提高信道容量^[4]和通信性能方面^[5]极化分集和空间分集具有相同的效果。近来, 出现了多种形式的多极化天线用作多天线的例子^[6-8]。双极化天线可以在一副天线上实现两种独立工作的极化方式, 所以将双极化天线用在MIMO系统中可以减少天线的数目、缩小系统尺寸。

本文针对固定无线通信情况, 结合天线的极化特性和文献[3]提出的散射模型, 推导了 MIMO 系统采用极化分集时的信道模型, 在此基础上分析了接收信号空间相关性和信道容量。论文还对接收信号空间相关性和信道容量随极化夹角的变化情况进行了研究, 采用 Monte-Carlo 方法对信道容量进行了仿真分析。

对本文中出现的符号做如下说明: $[\cdot]^T$ 表示矩阵转置, $[\cdot]^*$ 表示复共轭, $[\cdot]^H$ 表示共轭转置, $\det(\cdot)$ 表示矩阵行列式, $E[\cdot]$ 和 $\langle \cdot \rangle$ 均表示数学期望或均值, $D[\cdot]$ 表示方差。

2 信道模型

本文研究固定无线通信情况, 信道特征变化缓慢, 可以认为在几个符号周期内信道特征保持不变。如果 MIMO 系统具有 N_R 个接收天线和 N_T 个发射天线, 那么, 发射信号和接收信号的关系可表示为

$$\mathbf{Y} = \mathbf{H}\mathbf{X} + \mathbf{N}_0 \quad (1)$$

其中 \mathbf{X} 为发射信号向量, \mathbf{Y} 为接收信号向量, \mathbf{H} 为 $N_R \times N_T$ 阶的信道响应矩阵, \mathbf{N}_0 为加性高斯白噪声向量。对于瑞利衰落信道, 信道响应矩阵 \mathbf{H} 的每个元素均服从零均值、单位方差的复高斯分布^[1]。

本文所研究的 MIMO 系统在发射端和接收端各使用一副双极化天线。假设天线为理想正交双极化天线, 即天线的两个极化方式具有高隔离度, 同时在任何方向上极化正交。双极化天线的两种极化方式独立工作, 可以将其等效为两副相应极化方式的线极化天线, 分别标示为 1 和 2。因此, MIMO 系统中 $N_T = N_R = 2$, $\mathbf{X} = [\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2]^T$, $\mathbf{Y} = [\mathbf{y}_1, \mathbf{y}_2]^T$ 。假设平均发射总功率为 P_{tot} , 噪声功率为 $E[\mathbf{N}_0^H \mathbf{N}_0] = \sigma^2$, 则平均接收信噪比为 $\rho = P_{\text{tot}} / \sigma^2$ 。

如图 1 所示, 在 XOY 平面上, 接收天线 R_a 位于原点, 发射天线 T_a 位于距离接收天线为 D 的位置上, 收发天线的两个极化方向分别平行于 X 方向和 Y 方向。对于固定无线通

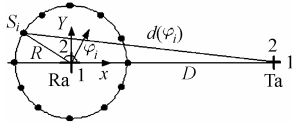


图 1 采用极化分集时 MIMO 系统信号散射和接收模型
Fig.1 Scattering and reception of signals for MIMO systems in the presence of polarization diversity

信, 发射天线一般安装较高, 可以假设发射信号不受散射物影响, 散射物等效均匀分布在接收天线周围半径为 R 的圆周上, 来波信号经散射物散射后等概率的入射到接收天线的位置^[3]。根据电磁波传播规律, 经第 i 个散射物 S_i 散射到达接收天线的信号矢量与来波方向垂直。不失一般性, 假设 φ_i 方向上来波信号矢量在 $\varphi_i - \pi/2$ 方向, 那么, 来波信号矢量在 X 方向和 Y 方向上的投影就是两个极化方向上所接收的信号^[9]。

根据以上假设, 可得如下归一化信道响应矩阵:

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} H_{11} & H_{12} \\ H_{21} & H_{22} \end{bmatrix} \quad (2)$$

其中

$$H_{11} = \sqrt{\frac{2}{N}} \sum_{i=1}^N \exp \left\{ -j \frac{2\pi}{\lambda} [R + d(\varphi_i)] + j\psi_i \right\} \sin \varphi_i \quad (3)$$

$$H_{21} = -\sqrt{\frac{2}{N}} \sum_{i=1}^N \exp \left\{ -j \frac{2\pi}{\lambda} [R + d(\varphi_i)] + j\psi_i \right\} \cos \varphi_i \quad (4)$$

H_{12} 和 H_{22} 分别与 H_{11} 和 H_{21} 具有相同表达式。 N 为等效散射物的个数, λ 为工作波长, $\varphi_i \in [0, 2\pi]$, $d(\varphi_i)$ 为发射天线到散射物 S_i 的距离, ψ_i 为散射物 S_i 引起的相位变化, ψ_i 独立且在 $[-\pi, \pi]$ 服从均匀分布^[10]。根据中心极限定理, 当 $N \rightarrow \infty$ 时, H_{mn} 服从复高斯分布 $\tilde{N}(0, 1)$ 。因此, 在具有丰富散射物的环境中, MIMO 信道成为非相关衰落信道。容易算出信道响应矩阵 \mathbf{H} 各元素间的协方差均等于 0, 即 \mathbf{H} 的协方差矩阵为零矩阵, 所以, 此处的 MIMO 信道模型具有很好的非相关衰落特性。

3 信号空间相关性分析

假设发射信号 x_i 的实部和虚部均服从零均值、单位方差的高斯分布, 那么, 按照文献[9]的方法可得到接收天线上信号空间相关性系数:

$$\rho_R = \frac{E[H_{11}x_1 H_{21}x_1^*]}{\sqrt{D[H_{11}x_1]D[H_{21}x_1^*]}} = -\frac{\langle \sin \varphi_i \cos \varphi_i \rangle}{\sqrt{\langle \sin^2 \varphi_i \rangle \langle \cos^2 \varphi_i \rangle}} \quad (5)$$

信号空间相关性与天线结构以及来波信号的功率分布密度有关。本文研究 3 种典型分布下的信号空间相关性, 3 种分布分别为截断拉普拉斯分布、截断高斯分布^[11]以及均匀分布。

$$p(\varphi_i) = \begin{cases} c_1 \exp(-\sqrt{2}|\varphi_i|/\sigma), & \text{截断拉普拉斯分布} \\ c_2 \exp(-\varphi_i^2/(2\sigma^2)), & \text{截断高斯分布} \\ 1/(2\pi), & \text{均匀分布} \end{cases} \quad (6)$$

其中 $\varphi_i \in [-\pi, \pi]$, σ 值反映分布的集中程度, 常数 c_1 、 c_2 使 $p(\varphi_i)$ 满足归一性。文献[11]在研究基站天线信号相关性时讨论了拉普拉斯分布和高斯分布两种情况, 这两种分布后来被测量所证实。根据式(5)容易算出在 3 种典型分布条件下相关性系数均为 0。可见, 采用极化分集时 MIMO 信道具有良好的非相关衰落特性。在散射物丰富的环境中, 采用极化分集时 MIMO 信道为非相关衰落信道。第 5 节所做的仿真正说明了以上情况。

若双极化天线的两个极化方向不完全正交, 假设极化夹角为 α ($\alpha \in [0, \pi/2]$), 如图 2 所示。那么, H_{21} 变为如下形式:

$$H_{21} = -\sqrt{\frac{2}{N}} \sum_{i=1}^N \exp \left\{ -j \frac{2\pi}{\lambda} [R + d(\varphi_i)] + j\psi_i \right\} \sin(\varphi_i - \alpha) \quad (7)$$

可得此时信号相关性系数:

$$\rho_R = \frac{\cos \alpha - \langle \cos(2\varphi_i - \alpha) \rangle}{\sqrt{[1 - \langle \cos 2\varphi_i \rangle][1 - \langle \cos(2\varphi_i - 2\alpha) \rangle]}} \quad (8)$$

可见, 信号空间相关性与极化夹角有关。代入 3 种分布可算出相应的相关性系数,

$$\rho_L = \frac{\sqrt{2}\sigma \cos \alpha}{\sqrt{1 + 2\sigma^2 - \cos 2\alpha}} \quad (9)$$

$$\rho_G = \frac{\sqrt{2\pi}\sigma \operatorname{erf}(\pi/(\sqrt{2}\sigma)) - A \cos \alpha}{\sqrt{2\pi}\sigma \operatorname{erf}(\pi/(\sqrt{2}\sigma)) - A \cos 2\alpha} \quad (10)$$

$$\rho_M = \cos \alpha \quad (11)$$

其中 $A = \langle \cos 2\varphi_i \rangle / c_2$ 。 ρ_L 、 ρ_G 和 ρ_M 分别为截断拉普拉斯分布、截断高斯分布及均匀分布情况下的相关性系数。

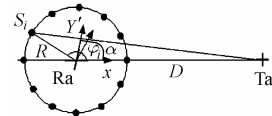


图 2 接收天线极化夹角为 α 时 MIMO 系统信号散射和接收模型
Fig.2 Scattering and reception of signals for MIMO systems with α polarization angle between receiving antennas

图 3 和图 4 分别给出了截断拉普拉斯分布和截断高斯分布情况下相关性系数随极化夹角的变化趋势。计算结果表明, 在相同的功率分布密度下, 空间相关性主要取决于极化

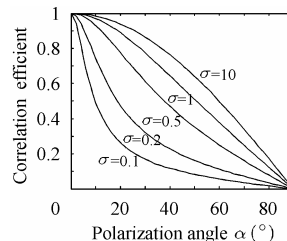


图 3 截断拉普拉斯分布条件下信号空间相关性随极化夹角的变化曲线

Fig.3 Correlation coefficient versus polarization angle for truncated Laplacian distribution

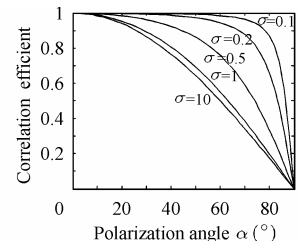


图 4 截断高斯分布条件下信号空间相关性随极化夹角的变化曲线

Fig.4 Correlation coefficient versus polarization angle for truncated Gaussian distribution

夹角,极化夹角越大,相关性越小,极化正交时相关性最小。均匀分布时相关性系数随着极化夹角呈余弦变化。从式(6)、式(9)和式(10)可以看出,当 σ 值趋于无限大时,截断拉普拉斯分布和截断高斯分布趋向于均匀分布, ρ_L 和 ρ_G 趋向于 ρ_M 。

4 信道容量与互信息量

给定信道响应矩阵 \mathbf{H} ,发射信号向量和接收信号向量之间的互信息量为^[12]

$$I = \log_2 \left[\det \left(\mathbf{I}_{N_R} + \frac{\mathbf{H}\mathbf{K}_X\mathbf{H}^H}{\sigma^2} \right) \right], \text{ (Bit/(s} \cdot \text{Hz))} \quad (12)$$

其中, $\mathbf{K}_X = E[\mathbf{X}\mathbf{X}^H]$, \mathbf{I}_{N_R} 为 N_R 阶单位矩阵。信道容量定义为一定干扰下的最大互信息量。因此,如果能够对信道进行准确估计,那么就可以选择合适的 \mathbf{K}_X ,即采用最佳功率分配方案,得到信道容量:

$$\begin{aligned} C &= \max_{\mathbf{K}_X} \left\{ \log_2 \left[\det \left(\mathbf{I}_{N_R} + \frac{\mathbf{H}\mathbf{K}_X\mathbf{H}^H}{\sigma^2} \right) \right] \right\} \\ &= \max_{\mathbf{Q}} \left\{ \log_2 \left[\det \left(\mathbf{I}_{N_R} + \rho\mathbf{H}\mathbf{Q}\mathbf{H}^H \right) \right] \right\} \end{aligned} \quad (13)$$

其中 $\mathbf{Q} = \mathbf{K}_X/P_{\text{tot}}$, $\text{tr}(\mathbf{Q}) \leq 1$ 。

根据文献[2]得:

$$C = \sum_{i=1}^n \log_2 (\lambda_i \mu)^+ \quad (14)$$

λ_i 为 $\mathbf{H}\mathbf{H}^H$ 的非零特征值, n 为非零特征值的个数, μ 满足:

$$\sum_i \left(\mu - \frac{1}{\lambda_i} \right)^+ = \rho \quad (15)$$

其中+表示仅取值为正数的项。

对于盲传输系统,信道状态信息对于发射机是未知的。为了获得稳定的通信容量,一般采用均匀功率分配方案。此时互信息量为

$$I = \log_2 \left[\det \left(\mathbf{I}_{N_R} + \frac{\rho}{N_T} \mathbf{H}\mathbf{H}^H \right) \right] \quad (16)$$

对 \mathbf{H} 进行奇异值分解,上式可改写为

$$I = \sum_{i=1}^n \log_2 \left(1 + \rho \frac{\lambda_i}{n} \right) \quad (17)$$

5 仿真分析

本节采用 Monte-Carlo 方法对信道及信道容量进行仿真分析。等效散射物个数取 $N = 50$,收发天线间的距离 $D = 1000\lambda$,等效散射物分布半径 $R = 40\lambda$,进行 10000 次 Monte-Carlo 试验。以上所选 D 使接收天线在一般无线通信工作频率下处在基站的覆盖范围内, R 的选择使等效散射物分布在半径数米的圆周上。图 5 和图 6 分别给出了接收天线极化正交时均匀功率分配情况和最佳功率分配情况下信道容量的累计分布(接收信噪比从左到右依次为 0dB, 3dB, 6dB, 9dB, 12dB, 15dB, 18dB, 21dB),纵坐标表示信道容量小于横坐标值的概率。由上面的分析可知,采用极化分集时 MIMO 信道为非相关衰落信道,所以,信道容量应与瑞利衰落信道下的容量一致。与文献[1]所给的非相关衰落信道下

的仿真结果相比,图 5 的结果确实与之吻合良好。图 7 给出的均匀功率分配时信道容量曲线与文献[4]提供的实验和仿真结果(见图 9)非常吻合。同时可以看出,与均匀功率分配方案相比较,最佳功率分配在接收信噪比较小时能使信道容量有明显的增加,而在大信噪比时,没有明显的优势。图 8 所示为均匀功率分配时容量均值在不同信噪比下随极化夹角的变化曲线。由图可知,极化正交时信道容量最大,随着极化夹角的减小,容量逐渐下降,在大信噪比时下降的趋势更明显。由第 3 节的分析可知,极化夹角减小时信号空间相关性将增加,这不利于获得较高的信道容量,因此,系统中的双极化天线应具有良好的极化正交特性。

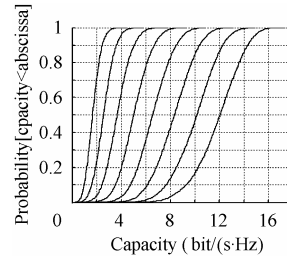


图 5 极化正交时均匀功率分配情况下信道容量的累积分布
Fig.5 CDF of channel capacity with equal power allocation for orthogonal polarization

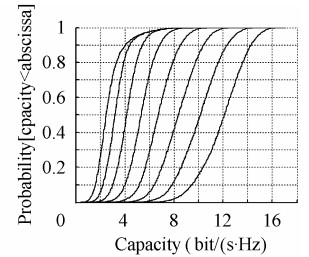


图 6 极化正交时最佳功率分配情况下信道容量的累积分布
Fig.6 CDF of channel capacity with optimal power allocation for orthogonal polarization

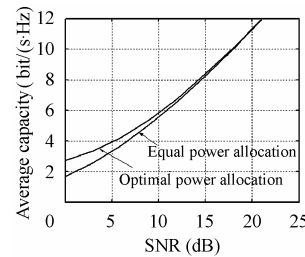


图 7 极化正交时均匀功率分配和最佳功率分配情况下容量均值与信噪比的关系
Fig.7 Average capacity with equal and optimal power allocation for orthogonal polarization

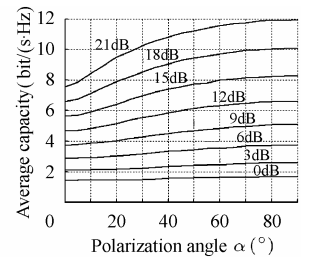


图 8 均匀功率分配时容量均值在不同信噪比下随极化角度的变化曲线
Fig.8 Average capacity versus polarization angle at different SNR with equal power allocation

图 9 给出了文献[4]的实验及仿真结果,其中取发射天线数目与接收天线数目相等。仿真采用 Monte-Carlo 方法,假设信道为瑞利衰落信道^[1]。图 9 中,虚线为仿真结果,实线为实验结果,从下到上依次为接收天线为单天线、双极化天线以及三极化天线时信道容量随信噪比的变化情况。实验结果均表明:与单天线系统相比,采用双极化天线和三极化天线的 MIMO 系统可以分别获得大约 2 倍和 3 倍信道容量。与仿真结果相比,采用三极化天线时的实测信道容量有明显损失,这主要是由三极化天线的结构造成信号空间相关性增强而引起的。

此处对于双极化天线的实验结果和仿真结果吻合良好,但实际应用中的双极化天线,如微带型双极化天线,仅在一

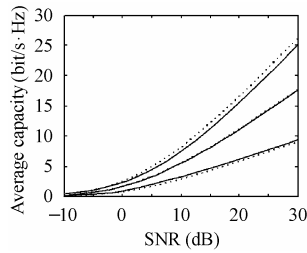


图9 信道容量的仿真及实验结果

Fig.9 Simulation and experimental results of channel capacity

定的角度范围内具有极化正交特性，这势必增加信号空间相关性，引起信道容量的下降。

6 结束语

论文给出了存在极化分集时 MIMO 系统的信道模型，在此基础上研究了接收天线上信号空间相关性以及 MIMO 信道容量，分别给出了均匀功率分配和最佳功率分配情况下的信道容量。分析表明，采用极化分集技术的 MIMO 系统具有良好的非相关衰落特性，当接收天线周围存在丰富的散射物时，信道响应矩阵的协方差矩阵为零矩阵，MIMO 信道为非相关衰落信道，信道容量与瑞利衰落时信道容量一致。与单天线系统相比，采用双极化天线和三极化天线的 MIMO 系统可以分别获得大约 2 倍和 3 倍信道容量。论文还分析了极化夹角对信号空间相关性和信道容量影响。研究表明，极化夹角越小，接收天线上信号空间相关性越大，信道容量随之减小，极化正交时信道容量最大。因为实际的双极化天线仅在一定的角度范围内存在极化正交特性，所以 MIMO 系统中采用的双极化天线应在较大角度范围内具有良好的极化正交特性，这样才能保证较小的信号空间相关性，从而提高信道容量。

参考文献

- [1] Foshini G J, Gans M J. On limits of wireless communications in a fading environment when using multiple antennas. *Wireless Personal Communications*, 1998, 6(3): 311–335.
- [2] Chuah Chen-Nee, Tse David N C, Kahn J M, *et al.*. Capacity scaling in MIMO wireless systems under correlated fading. *IEEE Trans. on Information Theory*, 2002, 48(3): 637–650.
- [3] Shiu Da-Shan, Foshini G J, Gans M J, *et al.*. Fading correlation and its effect on the capacity of multielement antenna systems.

IEEE Trans. on Communications, 2000, 48(3): 502–513.

- [4] Andrews M R, Mitra P P, deCarvalho R. Tripling the capacity of wireless communications using electromagnetic polarization. *Nature*, 2001, Vol.409, 18 January: 316–318.
- [5] Nabar R U, Bölcskei H, Erceg V, *et al.*. Performance of multiantenna signaling techniques in the presence of polarization diversity. *IEEE Trans on Signal Processing*, 2002, 50(10): 2553–2562.
- [6] Getu B N, Andersen J B. The MIMO cube—A compact MIMO antenna. *IEEE Trans. on Wireless Communications*, 2005, 4(3): 1136–1141.
- [7] Stoytchev M, Safar H, Moustakas A L, Simon S. Compact antenna arrays for MIMO applications. *Antennas and Propagation Society International Symposium*, 2001, IEEE, Boston, USA, July 2001, 3: 708–711.
- [8] Waldschmidt C, Kuhnert C, Schulteis S, *et al.*. Compact MIMO-arrays based on polarisation-diversity. *Antennas and Propagation Society International Symposium*, 2003, IEEE, Columbus, USA, June 2003, 2: 499–502.
- [9] 康行健. 天线原理与设计. 北京: 国防工业出版社, 1993: 39–41.
- [10] Lee W C Y. Effect on correlation between two mobile radio base-station antennas. *IEEE Trans. on Communications*, 1973, 21(11): 1214–1224.
- [11] Pedersen K I, Mogensen P E, Fleury B H. Spatial channel characteristics in outdoor environments and their impact on BS Antenna System Performance. *IEEE Vehicular Technology Conference*, Ottawa, Canada, May 1998, 2: 719–723.
- [12] Wallace J W, Jensen M A. The capacity of MIMO wireless systems with mutual coupling. *2002 IEEE 56th Vehicular Technology Conference*, Vancouver, Canada, Sept. 2002, 2: 696–700.

黄丘林: 男, 1978 年生, 博士生, 研究方向为射频识别及 MIMO 无线通信技术.

郭万有: 男, 1963 年生, 高级工程师, 主要研究领域为高速宽带数字系统技术.

史小卫: 男, 1963 年生, 教授, 博士生导师, 主要研究方向为智能天线、射频识别及电磁兼容.