

# 大功率电子器件蒸发冷却电极 温度场的计算\*

李子才      王天泽  
(上海计算技术研究所)      (北京电子管厂)  
严樟根      刘秋生  
(清华大学)      (四四〇一厂)

## 提 要

阳极或收集极的散热问题是大功率电子器件的基本问题之一。近廿年来虽发展了高效率的蒸发冷却散热结构；但其设计仍停留在模拟和经验设计阶段。本文给出了蒸发冷却电极的数学模型及其求解方法；讨论了这种数学物理方程的非线性和多值解性质；并以典型的大功率电子管蒸发冷却阳极为例，用数字计算机求解出内部温度场的分布；为蒸发冷却电极的设计提供了分析根据。据此可进行结构设计，估价给定结构的散热能力。

## 一、蒸发冷却阳极的热传导问题

传导热能的蒸发冷却铜阳极是大功率电子管笨重庞大结构的主要构成部份。如何设计出既具有高效率散热能力又具有较小尺寸的阳极是电子器件设计中重要的实际问题之一，但目前仍停留在模拟和经验设计阶段<sup>[1]</sup>。设计的关键问题是计算出阳极内部的温度场，从而求出热传导性能，为设计及核算提供根据。

现以纵向开竖槽的大功率电子管阳极为例。由于沿纵向是均匀一致的，因此可仅考虑其横截面，简化为二维问题。因为各竖齿是对称分布的，故只分析其中的半个齿即可(见图1)。

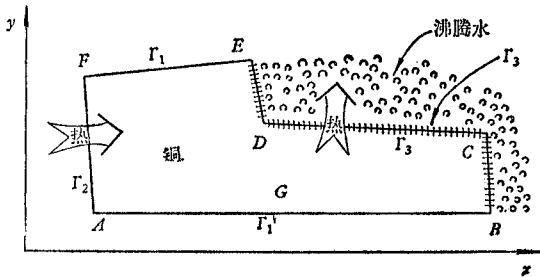


图1 阳极半齿的横截面

Fig. 1 The half cross-section of an elemental anode "tooth"

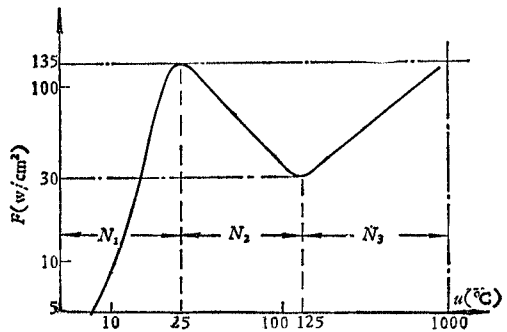


图2 拔山(ぬきやま)曲线

Fig. 2 Nukiyama's curve

\* 1980年8月6日收到。

图中半齿  $G$  (即折线区域  $ABCDEF$ ) 中的温度分布为  $T(x, y)$ 。它与沸腾水温度 ( $100^\circ\text{C}$ ) 之差为

$$u = T - 100, \quad (1)$$

在稳定运行的阳极中,  $u$  应满足稳恒温度场热传导方程。方程和相应边界条件如下:

$$\left. \begin{aligned} \Delta u &= 0, & (x, y) \in G; \\ \frac{\partial u}{\partial n} &= 0, & (x, y) \in \Gamma_1; \\ \frac{\partial u}{\partial n} &= -K_0 g(y), & (x, y) \in \Gamma_2; \\ \frac{\partial u}{\partial n} &= -K_0 F(u), & (x, y) \in \Gamma_3; \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

式中  $\Gamma_1, \Gamma_2$  和  $\Gamma_3$  是半齿  $G$  的边界 (见图 1)。 $n$  是边界  $\Gamma_i (i = 1, 2, 3)$  的外法线方向。 $g(y)$  是单位面积上承受的阳极耗散功率 ( $\text{W}/\text{cm}^2$ ); 且  $g(y) > 0$ 。常数  $K_0$  与铜材的热传导系数有关, 约为  $0.26 \text{cm} \cdot ^\circ\text{C}/\text{W}$ 。 $F(u)$  描述铜表面液体处于沸腾状态下的散热曲线, 典型曲线常采用拔山 (山崎) 曲线, 如图 2 所示<sup>[1]</sup>。图中函数  $F(u)$  可分成三段: (1) 从“无沸腾对流区”到“核沸腾区”  $N_1$ , 相应温度范围为  $0^\circ\text{C} \leq u \leq 25^\circ\text{C}$ 。(2) “过渡区”  $N_2$ :  $25^\circ\text{C} \leq u \leq 125^\circ\text{C}$ 。(3) “膜沸腾区”  $N_3$ :  $125^\circ\text{C} \leq u \leq 1000^\circ\text{C}$ 。其中,  $N_1$  和  $N_3$  区是稳定沸腾区; 而  $N_2$  则是不稳定沸腾区。

由于  $F(u)$  是  $u$  的非线性函数, 使热传导问题 [方程 (2)] 成为非线性问题。若对于任何  $u$ , 导数  $F'(u)$  均有界且恒为正, 则方程 (2) 有解  $u$  存在, 且是唯一的<sup>[2]</sup>。然而由图 2 可见存在  $F'(u) < 0$ , 所以方程可能出现多值解。

以切出的一块匀质矩形块为例, 则区域  $G$  为矩形; 且设  $g(y) = g_0$ 。于是方程 (2) 简化成一维问题:

$$\left. \begin{aligned} \frac{d^2 u}{dx^2} &= 0, & (0 < x < l), \\ \frac{du}{dx} \Big|_{x=0} &= -K_0 g_0, \\ \frac{du}{dx} \Big|_{x=l} &= -K_0 F(u), \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

式中,  $l$  为矩形长。方程 (3) 的解为

$$u = -K_0 g_0 x + C, \quad (4)$$

式中, 常数  $C$  由下式确定:

$$g_0 = F(-K_0 g_0 l + C). \quad (5)$$

如图 3 所示, 满足方程 (5) 的常数  $C$  不只一个, 可能有三个 (如图 3 中的  $C_1, C_2, C_3$ )。故相应的三条斜率相同的直线都是方程 (3) 的解。我们分别称之为低温解、不稳定解和高温解。不稳定解状态的散热边  $\Gamma_3$  处于不稳定的“过渡区”。稳定的高温解可能使铜阳极熔穿。只有稳定的低温解才是阳极的正常工作状态。

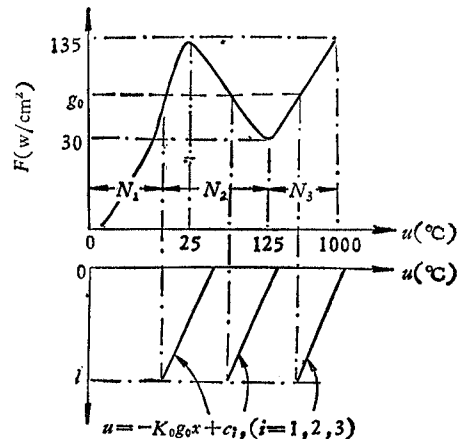


图 3 方程 (3) 的多值解  
Fig. 3 The multi-valued solution of equation (3)

一般讲,若将方程(2)简记为算子形式:

$$\mathcal{L}(u) = K, \tag{6}$$

设在解空间的某个子空间  $\mathcal{Q}$  中 (即  $u \in \mathcal{Q}$ ), 均有不等式

$$\frac{\partial \mathcal{L}(u)}{\partial u} \geq \alpha > 0, \tag{7}$$

则子空间  $\mathcal{Q}$  中解  $u$  唯一且稳定. 在图 3 的稳定的低温解或高温解邻域内, 不等式 (7) 成立. 在复杂形状的散热边  $\Gamma_3$  上, 有可能同时分段出现“无沸腾对流区”, “核沸腾区”, “过渡区”和“膜态沸腾区”. 以“无沸腾对流区”和“核沸腾区”占优势的低温解状态, 和“膜态沸腾区”占优势的高温解状态都使不等式 (7) 成立. 由于“膜沸腾”状态下工作的阳极传热效率急剧劣化, 易生熔穿现象. 我们最关心的是低温解.

## 二、基于守恒原理的非线性差分方程及其解法

对于任何封闭区域  $G_i \in G$ , 由 Green 公式得

$$\iint_{G_i} \Delta u dx dy = \oint_{S_i} \frac{\partial u}{\partial n} ds = 0 \tag{8}$$

式中,  $S_i$  是  $G_i$  的边界,  $n$  是  $S_i$  的外法线方向. 由热传导定律, 边界  $S_i$  上单位面积所传导的热量为  $K_0 \frac{\partial u}{\partial n}$ . 故方程(8)描述了流经任一封闭边界  $S_i$  的总热量为零; 即  $G$  中任一区域  $G_i$  都保持热守恒状态.

当  $G_i = G$  时, 从方程(2)可得

$$\int_{\Gamma_2} g(y) dy = \int_{\Gamma_3} F(u) du \tag{9}$$

即从受热边  $\Gamma_2$  获得的热量等于散热边  $\Gamma_3$  的散发热量.

现根据守恒原理方程 (8) 推出其相应差分方程. 将区域  $G$  分割成  $n$  个互不相交的子区域  $G_i$  (图 4), 称之为网格区域. 图中,

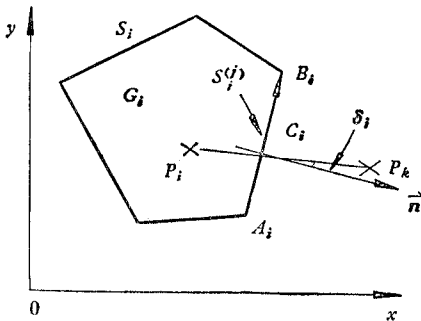


图 4 网格区域  $G_i$  及其折线边界

Fig. 4 The mesh area and its broken-line boundary

$$G = \bigcup_{i=1}^n G_i. \tag{10}$$

在  $G_i$  内设置网格节点  $P_i$ . 沿网格区域边界  $S_i$  上的积分可近似表达为  $u(P_i)$  的某种组合, 从而将方程(8)变为差分方程; 亦即方程 (2) 可近似离散为包含  $n$  个未知解  $u(P_i)$  的  $n$  个差分方程.

通常将网格区选取成凸多边形, 其边界  $S_i$  由直线  $S_i^{(j)}$  组成, 即

$$S_i = \bigcup_j S_i^{(j)}, \tag{11}$$

则

$$\oint_{S_i} \frac{\partial u}{\partial n} ds = \sum_j \int_{S_i^{(j)}} \frac{\partial u}{\partial n} ds = 0. \tag{12}$$

如图 4 所示, 其中一个直线段  $S^{(j)}$  上的积分可近似为

$$\int_{S^{(j)}} \frac{\partial u}{\partial n} ds = \int_{\overline{A_i B_i}} \frac{\partial u}{\partial n} ds \approx \overline{A_i B_i} \left. \frac{\partial u}{\partial n} \right|_{c_i} \approx \frac{\overline{A_i B_i}}{P_i P_k} \cos \delta_i [u(P_k) - u(P_i)], \quad (13)$$

式中,  $\overline{A_i B_i}$  表示点  $A_i$  与点  $B_i$  之间的连线;  $\delta_i$  是  $\overline{P_i P_k}$  与外法线  $\mathbf{n}$  之间的夹角. 向量

$$\mathbf{P_i P_k} = (x_{P_k} - x_{P_i})\mathbf{i} + (y_{P_k} - y_{P_i})\mathbf{j}, \quad (14)$$

$$\mathbf{n} = (y_{B_i} - y_{A_i})\mathbf{i} - (x_{B_i} - x_{A_i})\mathbf{j}, \quad (15)$$

式中,  $\mathbf{i}, \mathbf{j}$  表示  $x, y$  方向上的单位向量;  $x_{P_i}, y_{P_i}$  为点  $P_i$  的坐标值. 则有

$$\cos \delta_i = \frac{|\mathbf{n} \cdot \mathbf{P_i P_k}|}{|\mathbf{n}| |\mathbf{P_i P_k}|} = \frac{|\mathbf{n} \cdot \mathbf{P_i P_k}|}{\overline{A_i B_i} \cdot P_i P_k}. \quad (16)$$

于是从方程(11)导出积分近似

$$\begin{aligned} \int_{\overline{A_i B_i}} \frac{\partial u}{\partial n} ds &\approx \frac{|\mathbf{n} \cdot \mathbf{P_i P_k}|}{P_i P_k^2} [u(P_k) - u(P_i)] \\ &= \frac{|(y_{B_i} - y_{A_i})(x_{P_k} - x_{P_i}) - (x_{B_i} - x_{A_i})(y_{P_k} - y_{P_i})|}{(x_{P_k} - x_{P_i})^2 + (y_{P_k} - y_{P_i})^2} [u(P_k) - u(P_i)], \end{aligned} \quad (17)$$

代入方程(12)便得到一个非线性差分方程组

$$Au + B(u) - K = 0, \quad (18)$$

式中,  $u$  是  $n$  维未知向量  $u_i = u(P_i)$ ;  $K$  是已知  $n$  维常向量; 矩阵  $A$  是  $n \times n$  阶正半定对称常数矩阵, 且它的非对角元素不为正; 而  $B(u)$  是  $n \times n$  阶对角矩阵, 对角元素

$$[B(u)]_{ii} = \begin{cases} b_i F(u_i), & P_i \in \Gamma_3; \\ 0, & P_i \notin \Gamma_3; \end{cases} \quad (19)$$

式中, 常数  $b_i > 0$ .

设矩阵  $A = -L + D - L^T$ . 其中  $-L$  和  $D$  分别为  $A$  的下三角矩阵和对角矩阵, 故  $L$  是非负矩阵. 将  $Au + B(u)$  的 Jacobi 矩阵记为

$$J(u) = A + B'(u), \quad (20)$$

则可用逐次超松弛法——牛顿法<sup>[3]</sup>来求解

$$u^{(k+1)} = u^{(k)} - \omega [D + B'(u^{(k)}) - \omega L]^{-1} \cdot [Au^{(k)} + B(u^{(k)}) - K], \quad (21)$$

式中, 迭代过程的  $k = 0, 1, 2, \dots$ ; 其迭代初值为  $u^{(0)}$ ;  $\omega$  为松弛因子.  $\omega$  的选取及其“最优”讨论见文献[4]. 求解的其余问题就是迭代求解线性代数方程的框图和程序了. (从略)

### 三、计算实例

图 5 示出一个阳极的半齿剖面, 及其上的网格节点和网格区域的选取方式. 在左端齿根处, 用极坐标的交点作为网格节点; 以极坐标交点所连成的等腰梯形作为网格区域 (如图 5 虚线部分). 在右部突齿内, 先作由左至右的两族直线束  $L_x^{(j)}$  和  $l_x^{(j)}$ , ( $j = 1, 2, \dots$ ); 再作与  $L_x^{(j)}$ 、 $l_x^{(j)}$  相互垂直的等间距直线束  $L_y^{(j)}$  和  $l_y^{(j)}$  ( $j = 1, 2, \dots$ ). 以  $L_x^{(j)}$  和  $L_y^{(j)}$  所围成的区域作为网格区域 (如图 5 虚线部份). 将  $l_x^{(j)}$  与  $l_y^{(j)}$  的交点用作网格节点.

本例所算的实际阳极中,最大步长为0.15mm;只有在  $JD$  和  $BC$  处,偏角  $\delta_i$  才不为零;阳极半径是足够大的,最大偏角约为  $4^\circ$ ;按第二节方法建立五点差分方程 (18) 的维数  $n = 123$ . 矩阵是良好的.

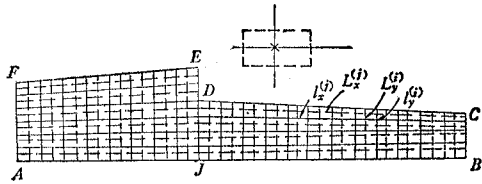


图 5 半齿剖面的网格节点和网格区域  
Fig. 5 The mesh nodes and mesh area of half "tooth" cross-section

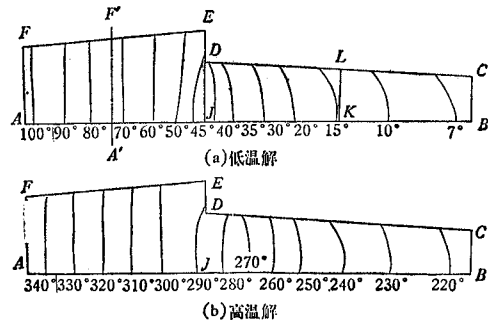


图 6  $AF$  边处  $g_0 = 212W/cm^2$  时,阳极内部的温度场  
Fig. 6 The inner temperature field of an anode, at its boundary  $AFg_0 = 212W/cm^2$   
(a) The low temperature solution  
(b) The high temperature solution

当阳极处于额定功率工作状态下时(总功率为 100KW),  $AF$  边的单位面积上的平均耗散功率  $g(y)$  为  $212W/cm^2$ . 所得的低温解和高温解如图 6 所示. 图中:  $AB = 30mm$ ,  $BC = 2.9mm$ ,  $AF = 5.4mm$ ,  $EF = 12.1mm$ ,  $DE = 2.2mm$ ,  $CD = 18.15mm$ .

当阳极超载运行时,阳极面因过热进入拔山曲线的“过渡区”之后,即使负载重新恢复正常,阳极面在物理上说是可能出现异常的高温解的. 当然低温解是正常运行的工作状态.

由阳极内部温度场  $u$  的分布情况,可算出阳极所能承受的功率;并可据此修改阳极齿形设计,从而得到重量较轻,温度分布合理的阳极. 如表 1 所示,将齿根切薄一半后,在相同的阳极耗散功率下,相应各点的温度分布变化很小. 因此,从传导热能的观点来看,阳极齿根不必设计得很厚,可减薄,以节省铜材,减轻重量. 但考虑到阳极内壁功率分布沿圆周方向的不均匀性(如阴极、栅极电子光学系统聚束作用引起的),以及器件在高温下加工、运行时,要能承受大气压力等,因此,减薄是有一定限度的.

表 1 阳极齿根切薄一半后阳极上各点的温度 ( $u$ ) 值

Tab. 1 The temperature at different points on the anode cut away by half

图 6(a) 中的位置	切前温度 $u(^{\circ}C)$	切后温度 $u(^{\circ}C)$
$A'$	71.959	71.889
$F'$	72.120	72.212
$J$	42.390	42.392
$D$	42.812	42.821
$E$	46.457	46.472
$K$	14.316	14.317
$L$	13.050	13.051
$B$	6.309	6.309
$C$	5.883	5.884

设计环槽式、环孔式、菠萝块等形式蒸发冷却散热结构时,也可用本文的数理模型和计算方法,计算其温度分布,估算出散热潜力,给出优选结构。

本项工作得到北京计算中心王希纯、北京电子管厂王光政等同志的协助,在此一并表示感谢。

### 参 考 文 献

- [1] S. Nukiyama, *J. Soc. Mech. Eng. (Japan)*, 1934; 无线电工业技术编辑部, 电子管蒸发冷却技术, 无线电专题译丛(内部) 1964, 第 8 页; 北京电子管厂技术情报室, 蒸发冷却文集, 电子译报(内部) 1974.
- [2] C. V. Pao, *Journal of Differential Equations*, **22** (1976), 145.
- [3] J. M. Ortega and W. C. Rheinboldt, *Iterative solution of Nonlinear Equations in several Variables*, Academic Press (1970), pp. 214—230, 320—331.
- [4] 李子才, 一类非线性热传导方程的守恒型格式与逐次超松弛——牛顿法“最优”松弛因子的选取(尚未发表)。

## A CALCULATION ON THE TEMPERATURE FIELD OF THE VAPORIZATION COOLING ELECTRODE USED IN HIGH POWER ELECTRON DEVICE

Li Zi-cai

(Shanghai Institute of Computing Technique)

Wang Tian-ze

(Beijing Electron Tube Factory)

Yan Zhang-gen

(Qinghua University)

Liu Qiu-sheng

(Factory 4401)

The heat dissipation of anodes or collectors is one of the essential problems in the design of high power electron device. In recent twenty years high efficient vaporization cooling structure has been developed, but its design is still done by means of simulation or empirically. In this paper, a mathematical model for the vaporization cooling electrode and its solving method are provided. The nonlinear and multi-valued properties of this mathematical physical equation are discussed. As an example, a numerical solution of inner temperature field in a typical vaporization cooling electrode, an anode of high power electron tube has been given with digital computer. On the basis of these results, the design of vaporization cooling electrode and estimation of its heat dissipation capability are possible.