

一种新的闭式空域格林函数及其在三维互连结构电容参数提取中的应用¹

宋 森 陈小丁 洪 伟

(东南大学无线电工程系毫米波国家重点实验室 南京 210096)

摘 要 本文提出了一种提取分层介质中三维静态闭式空域格林函数的通用算法, 并成功地运用于三维多层多导体互连结构的电容参数提取。该算法在谱域等效传输线模型的基础上, 应用 Krylov 子空间维数缩减技术求出谱域格林函数的有理逼近表达式, 再由留数定理得到闭式空域格林函数。所得闭式空域格林函数结合矩量法可以方便地用于提取三维互连结构的电容参数。数值结果验证了方法的准确性和有效性。

关键词 格林函数, 电容参数提取, 矩量法, 有理逼近

中图分类号 TN4, TN015

1 引言

现代集成电路 (IC) 的高密度、高速度使信号在互连结构上的传播表现出明显的波特特性, 由此带来的延迟、串扰、畸变和反射已成为制约时钟频率进一步提高的瓶颈。如何准确而有效地提取互连结构的电感、电容、电阻等电磁参数, 进而分析互连结构对电路性能的影响, 是现代集成电路设计中的一个重要课题。当前, 用于多导体互连结构参数提取的静态方法大致可以分为两大类: 域方法和边界方法, 它们各有其优缺点^[1]。对于边界方法, 如矩量法或边界元法, 由于只需对导体表面进行剖分, 这就大大减少了变量的数目。但在求解积分方程时, 格林函数是否形式简单便于计算是此类方法成功与否的关键。通常, 分层介质中的格林函数非常复杂, 一般只能表示为收敛缓慢的无穷级数, 这使得矩阵元素的计算耗时很多。曹伟等提出了所谓的全电荷格林函数法^[2], 虽然可以采用自由空间的格林函数来简化建模过程, 但由于增加了在介质分界面上的剖分单元, 降低了计算效率。最近, Padé 逼近方法已被用来加速级数形式格林函数的收敛速度^[1], 但该方法应用于三维问题比较困难。

本文首次将 Krylov 子空间维数缩减技术^[3]应用于谱域格林函数的有理逼近, 从而导出一种新的闭式空域格林函数。本文在第 2 节中简述了闭式空域格林函数的推导过程。第 3 节给出了一个提取三维多层多导体互连结构电容参数的算例, 经与 Ansoft 软件所得结果比较, 证明了本文算法的正确性和有效性。

2 原理

设在 N 层无耗介质中有一个单位点电荷。介质沿 z 轴方向分层, 在 x, y 方向上各层介质均匀, 并延伸到无穷远处。介质层的顶部和底部接地。在柱坐标系中, 电位的格林函数满足如下 Poisson 方程:

$$\nabla^2 G(\rho, z|0, 0) = -(1/\epsilon)\delta(\rho)\delta(z) \quad (1)$$

谱域格林函数 $\tilde{G}(k_\rho, z)$ 与空域格林函数 $G(\rho, z)$ 之间满足如下变换关系:

$$\begin{aligned} \tilde{G}(k_\rho, z) &= \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{+\infty} G(\rho, z|0, 0) H_0^{[2]}(k_\rho \rho) \rho d\rho \\ G(\rho, z) &= \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{G}(k_\rho, z) H_0^{[2]}(k_\rho \rho) k_\rho dk_\rho \end{aligned} \quad (2)$$

¹ 1999-10-25 收到, 2000-03-20 定稿

根据谱域导抗法原理^[4], 可将每层介质都等效为一段无耗传输线, 传播常数均为(2)式中的变换量 k_ρ , 且沿线的等效电压、电流满足电报方程如下:

$$\left. \begin{aligned} \frac{d}{dz} \tilde{V}(k_\rho, z) &= -k_\rho Z_{c,m} \tilde{I}(k_\rho, z) \\ \frac{d}{dz} \tilde{I}(k_\rho, z) &= -k_\rho Y_{c,m} \tilde{V}(k_\rho, z) \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

式中 $Y_{c,m} = \varepsilon_m$, $Z_{c,m} = \varepsilon_m^{-1}$, $m = 1, 2, \dots, N$. 谱域格林函数与等效的端口电压之间存在如下关系:

$$\tilde{G}(k_\rho, z) = \tilde{V}(k_\rho, z)/k_\rho \quad (4)$$

由于 $\tilde{G}(k_\rho, z)$ 通常是变量 k_ρ 的超越函数, (4) 式没有解析解. 在进行传输线分析时, 也会遇到类似的问题. 即 s 域中的传输函数为超越函数, 很难通过 Laplace 反变换得到时域中的解析解. 为此, 文献 [3] 提出了一种解决此类问题的有效技术, 它通过综合应用 Chebyshev 多项式展开和 Krylov 降阶技术来获得 s 域传输函数的稳定的有理逼近表达式, 进而可以很容易地得到解析形式的时域传输函数. 显然, 上述技术经过改造, 也可以应用于导出闭式空域格林函数, 其过程简述如下:

- (1) 将实变量 k_ρ 延拓为复平面内的复变量 s , 并由此推得每段传输线在 s 域中的电报方程;
- (2) 采用文献 [3] 中的具体步骤, 可得 s 域中格林函数的有理逼近表达式:

$$\tilde{G}(s, z) \approx \tilde{G}_M^q(s, z) = \frac{\tilde{V}_M^q(s, z)}{s} = \frac{1}{s} \cdot \sum_{k=1}^q \frac{\gamma_k(z, z_0)}{s - \eta_k} \quad (5)$$

这里, M 代表对每段传输线的沿线电压、电流作 Chebyshev 展开时的阶数, 它直接决定导出的电路矩阵方程的阶数. 需特别指出的是, $\tilde{G}_M^q(s, z)$ 在 $s = 0$ 处的留数总为零, 因此 $s = 0$ 不是 $\tilde{G}_M^q(s, z)$ 的极点, 它是 $\tilde{G}(s, z)$ 的可去奇点. 另外, $\tilde{G}_M^q(s, z)$ 与 $\tilde{G}(s, z)$ 一样, 在实轴上没有奇点, 这是确保下面可以使用留数定理的前提.

- (3) 获取空域格林函数. 根据留数定理, 空域格林函数的形式为

$$G(\rho, z) \approx G_M^q(\rho, z) = -\frac{j}{2} \times \sum_{k=1}^{q/2} \gamma_k(z) \cdot H_0^{[2]}(\eta_k, \rho), \quad \text{Im}(\eta_k) < 0 \quad (6)$$

在上述计算过程中, 第 2 步的计算量占主导地位, 而该步的运算量又主要集中在 $(N-1+2NM)$ 阶方阵的 LU 分解上, 可见参数 M 的适当选择非常重要. 参数 q 则决定了所生成系数矩阵的计算精度. 本文第 3 节中的数值计算结果表明, 当 M, q 取较小的值, 例如 5, 8 时, 已能获得较好的计算结果.

3 数值结果

基于上述原理, 我们编制了提取多层多导体互连结构电容参数的矩量法程序. 该程序能处理任意的介质层数和较为任意的导体结构. 下面通过一个例子来说明其正确性. 如图 1 所示, 该结构共有 6 层介质, 在第 2 层和第 4 层中各有一个直导体拐角, 所有的介质参数和尺寸参数均注于图中, 尺寸参数的单位均为毫米. 为了验证本文算法的正确性, 我们用 Ansoft 公司的 SpiceLinkTM 软件提取了该结构的电容参数作为基准. 由表 1 所示, 本文所有结果与 Ansoft 软件相比, 相对误差均在 1% 之内.

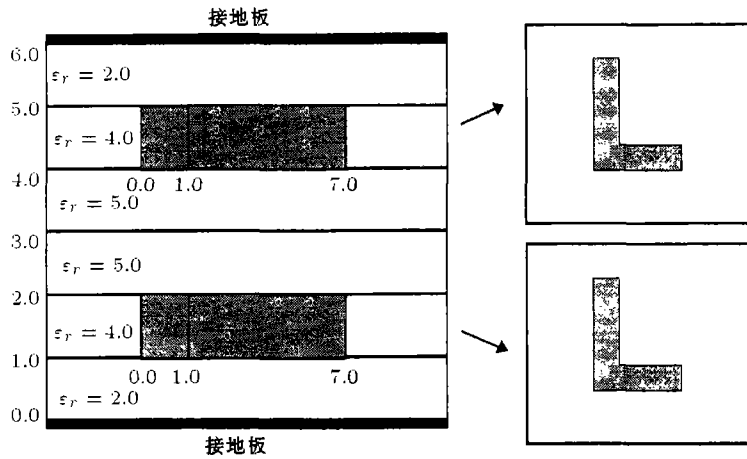


图 1 六层介质中的双导体拐角结构

表 1 本文数值结果与 Ansoft 软件数值结果的比较

电容 (pF)	本文结果 $M=5, q/2=3$	Ansoft
C_{11}	1.83	1.84
C_{12}	-0.562	-0.563
C_{22}	1.83	1.84

为了证明该算法对 M, q 参数具有不敏感性, 我们进行了大量的数值试验。以算例结构中的 C_{11} 参数为例, 从图 2 可以看出, 当 M 为一定值, 而 q 递增时, 尽管中间略有波动 (相对误差不超过 4%)。该值最终收敛于一个稳定值, 且 M 分别为 5 和 8 时两条曲线近似收敛于同一个值; 而当 q 参数固定时, C_{11} 几乎不随 M 变化, 而且当 q 分别取为 8 和 11 时, 两条曲线之间只有 0.5% 的相对误差。因此, 本算法对 M, q 参数的选取是不敏感的。由于 M, q 参数与闭式格林函数和阻抗矩阵的计算时间密切相关, 上述特性就可以确保在采用较小的 M, q 参数以节省计算时间的同时又不至牺牲数值精度。

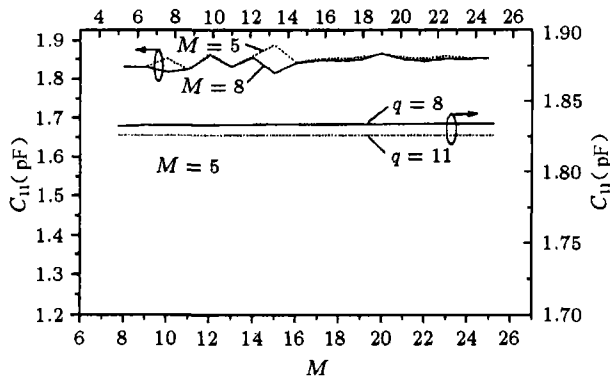


图 2 算例结构中的 C_{11} 参数随 M, q 的变化曲线

4 结 论

本文结合谱域传输线模型, 综合运用 Krylov 子空间维数缩减技术和 Chebyshev 多项式展开技术, 提出了一种获取新型闭式空域格林函数的快速算法。将该算法与矩量法相结合, 可以提取多层介质中三维多导体互连结构的电容参数。数值结果表明了该算法的正确性和有效性。

参 考 文 献

- [1] Ji Zheng, Zhengfan Li, Efficient parameter computation of 2-D multiconductor interconnection lines in layered media by convergence acceleration of dielectric Green's function via Padé approximation, IEEE Trans. on MTT, 1998, 46(10), 1339-1343.
- [2] C. Wei, R. F. Harrington, J. R. Mautz, T. K. Sarkar, Multiconductor transmission lines in multilayered dielectric media, IEEE Trans. on MTT, 1984, 32(4), 439-449.
- [3] Mustafa Celik, A. C. Cangellaris, Simulation of dispersive multiconductor transmission lines by Padé approximation via the Lanczos process, IEEE Trans. on CAD, 1997, 16(5), 463-473.
- [4] T. Itoh, Spectral domain immittance approach for dispersion characteristics of shielded microstrips with tuning septums, Proc. of 9th European Microwave Conf., Brighton, England, Sept. 17-21, 1979.

A NEW TYPE OF CLOSED-FORM SPATIAL GREEN'S FUNCTION AND ITS APPLICATION TO THE CAPACITANCE EXTRACTION OF THE 3-D INTERCONNECTS

Song Ben Chen Xiaoding Houg Wei

(State Key Lab. of Millimeter Wave, Dept. of Radio Eng., Southeast Univ., Nanjing 210096, China)

Abstract A general and efficient technique is presented for deriving the closed-form spatial Green's functions of 3-D Poisson equations in multilayered media. Based on the spectral-domain equivalent transmission line model of the layered Green's function, an efficient Krylov subspace order-reduction technique is used to get the rational approximation of the Green's function in the spectral-domain, then the spatial-domain Green's function is acquired directly via the residual theorem. The derived Green's function combined with MM can facilitate the capacitance extraction of the 3-D multilayered media and multiconductor interconnects. Numerical results have demonstrated the accuracy and efficiency of the proposed method.

Key words Green's function, Capacitance extraction, MM, Rational approximation

宋 森: 男, 1973 年生, 现在 MIT 作博士后, 主要研究方向为多层微波电路的 CAD 与 VLSI 互连结构参数提取。

陈小丁: 女, 1977 年生, 现在美国攻读博士学位, 主要研究方向为超大规模集成电路中的参数提取。

洪 伟: 男, 1962 年生, 教授, 博士生导师, 副系主任, 主要从事电磁场理论与微波技术方面的科研与教学工作。近年来, 在国内外权威学术刊物和会议上发表论文 200 多篇, 出版学术专著一部, 鉴定成果三项。获国家自然科学基金、国家教委科技进步奖、江苏省科技进步奖等多项科技奖。多次出国访问研究和讲学。1994 年入选国家教委跨世纪优秀人才计划, 1996 年获国家杰出青年基金, 1993 年获第三届中国青年科技奖, 1997 年被国家人事部授予“有突出贡献中青年专家”称号。