一类抗反辐射导弹雷达信号及其多普勒相位补偿 [1]

张润宁　　陈广飞 *　　林茂庸 *

(北京空间飞行器总体设计部　北京　100086)

*(北京理工大学电子工程系　北京　100081)

摘　要　本文为同频雷达组网提出了一种设计具有低截获概率特性的相互正交的相位群补码信号集的方法，同时针对这种相位群补码信号提出了一种多普勒相位补偿方法。最后给出了计算机仿真结果。

关键词　雷达网，相位群补码信号，抗反辐射导弹，多普勒相位补偿

中图号　TN950

1　引　言

低截获概率 (LPI, Low Probability Intercept) 和雷达组网是对抗反辐射导弹 (ARM, Anti-Radiation Missile) 的两个主要措施。与波形设计有关的 LPI 技术包括发射低峰值功率、大时宽带宽积的扩谱信号以及信号波形和参量随机捷变。另外，相邻布站的同频工作的雷达组网以后，每部雷达发射的信号都可以被 ARM 的导引系统接收，从而给 ARM 的导引系统引入方位偏差，造成其弹着点偏差。但是雷达网内不同雷达使用相同工作频率，这必然造成雷达站之间相互干扰。为此，本文设计了一种既具有 LPI 特性又可避免同频雷达站之间相互干扰的相位群补码信号集，然后针对这种信号提出了多普勒相位补偿方法。

2　相位群补码矩阵及其正交性

群补码是基于多个码序列的自相关函数 (ACF, Auto-Correlation Function) 的旁瓣互相抵消而主瓣叠加这一原理的. 群补码可以用一个 $M\times N$ 阶的矩阵 $\boldsymbol{C}$ 表示

$$\boldsymbol{C}=\begin{bmatrix} c_{00} & c_{01} & \cdots & c_{0,N-1} \\ c_{10} & c_{11} & \cdots & c_{1,N-1} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ c_{M-1,0} & c_{M-1,1} & \cdots & c_{M-1,N-1} \end{bmatrix} \tag{1}$$

其中 $|c_{mn}|=1$, $\boldsymbol{C}$ 中每一行表示一个码序列，每个码序列内有 N 个子码，共有 M 个码序列. 文献 [1] 已证明，任意一个矩阵 $\boldsymbol{C}$ 可以作为群补码矩阵表示的充分条件是矩阵的列相互正交。

对于相位编码信号来说，$\boldsymbol{C}$ 的元素 c_{mn} 可以映射为一个相位，$c_{mn}\to\mathrm{Angle}(c_{mn})$，按照这一规则，码矩阵 $\boldsymbol{C}$ 可以映射为相位矩阵 $\boldsymbol{W}$。用 $\boldsymbol{W}$ 的一行去调制一个脉冲的相位，可以得到 M 个脉冲组成的相参脉冲串，其中每个脉冲内的子码数为 N, 其数学表达式为

$$x(t)=\sum_{m=0}^{M-1}\sum_{n=0}^{N-1}c_{mn}\cdot\mathrm{rect}\left[t-mT_r-n\tau-\frac{\tau}{2}\right]\exp(j2\pi f_0t+j\theta). \tag{2}$$

[1] 1994-12-30 收到，1995-07-04 定稿

(2) 式中 T_r 表示脉冲重复周期， τ 为子码宽度， f_0 为载频， θ 为脉冲串的初始随机相位， m 表示脉冲重复序号， n 表示脉冲内的子码序号。 $\text{rect}[\cdot]=\begin{cases}1, & -\tau/2\le t\le\tau/2;\\ 0, & \text{其它。}\end{cases}$ 可以通过研究矩阵 C 的相应性质了解相位群补码的性质，为此我们提出有关概念和定理[2] 。

定义 1 两个同阶矩阵 A 与 B 之间的互相关函数 (CCF, Cross-Correlation Function) 定义为相对应行的 CCF 之和，即为

$$y(t)=\sum_{m=0}^{M-1}\sum_{n=\max(-k,0)}^{\min(N-1,N-1-k)}\boldsymbol{a}_m(n)\times\boldsymbol{b}_m(n+k),\quad k=\pm(N-1),\cdots,\pm2,\pm1,0,$$

其中 $\boldsymbol{a}_m$ 和 $\boldsymbol{b}_m$ 分别为 A 和 B 的第 m 个行向量， n 为列序号.

定义 2 两个同阶的矩阵 A 和 B ，若它们的 CCF 处处为零，即 $y(k)=0,\ k=\pm(N-1),\cdots,\pm2,\pm1,0$ ，则称矩阵 A 和 B 是互相正交的.

定理 1 设有两个正交的 N 维向量 $\boldsymbol{l}_1$ 和 $\boldsymbol{l}_2$, 其元素只在单位圆上取值，由 $\boldsymbol{l}_1$ 和 $\boldsymbol{l}_2$ 的元素构成两个对角矩阵

$$\boldsymbol{D}_1=\text{diag}\{l_1(0),l_1(1),\cdots,l_1(n-1)\}\quad\text{和}\quad\boldsymbol{D}_2=\text{diag}\{l_2(0),l_2(1),\cdots,l_2(N-1)\},$$

C 为 $N\times N$ 阶的酉矩阵，其元素也只在单位圆上取值，则 $\boldsymbol{A}_1=\boldsymbol{C}\cdot\boldsymbol{D}_1$ 和 $\boldsymbol{A}_2=\boldsymbol{C}\cdot\boldsymbol{D}_2$ 是互相正交的矩阵。

证明 C 矩阵是酉矩阵，因此其列之间是相互正交的。由定义 1 和 2 知， $\boldsymbol{A}_1$ 与 $\boldsymbol{A}_2$ 之间的 CCF 为

$$y(k)=\sum_{m=0}^{N-1}\sum_{n=\max(-k,0)}^{\min(N-1,N-1-k)}[l_1(n)\cdot c_m(n)]\times[l_2(n+k)\cdot c_m(n+k)],$$
$$k=\pm(N-1),\cdots,\pm2,\pm1,0。$$

由于此式中的两个求和号可以前后交换顺序，因此，相关函数值 $y(k)$ 为 C 的列乘以一定的系数以后相互之间内积的和。而同一对相互正交的列各乘以一定的系数以后不改变其正交性，因此在 $k\ne0$ 时， $\boldsymbol{A}_1$ 与 $\boldsymbol{A}_2$ 之间的相关函数值 $y(k)$ 为零；当 $k=0$ 时， $\boldsymbol{A}_1$ 与 $\boldsymbol{A}_2$ 完全重迭，这时

$$y(0)=\sum_{n=0}^{N-1}[l_1(n)\cdot l_2^*(n)](\boldsymbol{c}_n,\boldsymbol{c}_n),\tag{3}$$

其中 c_n 为矩阵 C 的第 n 列，符号 "(,)" 表示内积，由于 C 是 $N\times N$ 阶酉矩阵，所以 $(\boldsymbol{c}_n,\boldsymbol{c}_n)=N$ ，因此

$$y(0)=N\cdot\sum_{n=0}^{N-1}[l_1(n)\cdot l_2^*(n)].\tag{4}$$

又因为 $\boldsymbol{l}_1$ 与 $\boldsymbol{l}_2$ 正交，所以 $y(0)=0$ 。因此 $\boldsymbol{A}_1$ 与 $\boldsymbol{A}_2$ 是相互正交的。 证毕

代表两个群补码的矩阵之间若是正交的，则称两个群补码为正交群补码。

定义 3 在 N 个 $N\times N$ 阶的矩阵表示的群补码集中任取其中的两个，若它们之间均满足正交性，则称这 N 个 $N\times N$ 阶的群补码构成的集合为 N 阶完备正交群补码集。

定理 3 在 N 维空间中可以也最多只能找到 N 个元素取自单位圆上的相互正交的向量 $\boldsymbol{l}_1, \boldsymbol{l}_2, \cdots \boldsymbol{l}_{N-1}$，由这 N 个向量分别构成 N 个对角矩阵 $\boldsymbol{D}_0, \boldsymbol{D}_1, \cdots, \boldsymbol{D}_{N-1}$，其中 $\boldsymbol{D}_n$ 的元素按顺序取自向量 $\boldsymbol{l}_n$ 的元素。以 $\boldsymbol{D}_0, \boldsymbol{D}_1, \cdots, \boldsymbol{D}_{N-1}$ 分别右乘 $N \times N$ 阶的酉矩阵 $\boldsymbol{C}$ 后得到 N 个相互正交的矩阵 $\boldsymbol{A}_0 = \boldsymbol{C} \cdot \boldsymbol{D}_0$, $\boldsymbol{A}_1 = \boldsymbol{C} \cdot \boldsymbol{D}_1, \cdots, \boldsymbol{A}_{N-1} = \boldsymbol{C} \cdot \boldsymbol{D}_{N-1}$，则这 N 个相互正交的矩阵表示的群补码集 $\{\boldsymbol{A}_i, i = 0, 1, \cdots, N-1\}$ 为 N 阶完备正交群补码集。

只要注意到数学中已知的事实，在 N 维空间中最多只能找到 N 个相互正交的向量，那么本定理是显而易见的。

3 完备正交群补码集在同频雷达网抗 ARM 方面的应用

同频雷达网通过使 ARM 的弹着点造成偏差从而达到对抗目的，但是如果不采取措施，雷达站之间会存在干扰。为此，我们将定理 3 中设计出的 N 个 $N \times N$ 阶的相互正交的群补码分配给 N 个不同的雷达，每一部雷达对所分配的群补码采用时间分割的方式进行发射和匹配处理。假设雷达网采用同步工作方式探测一个固定点目标，尽管在每一个脉冲重复周期内，对于任一部雷达来说，其它 $N-1$ 部雷达的信号都会对它产生干扰，但当一个相参处理周期内的 N 个脉冲周期结束后，每部雷达只对分配给它的相位群补码信号产生响应，而对其它雷达信号的响应变为零。这样就可以消除雷达站之间的同频干扰。

另外，雷达网内每一部雷达所分配的相位群补码信号还具有 LPI 特性。由酉矩阵 $\boldsymbol{C}$ 可以生成 N 个相互正交的矩阵，在此我们称 $\boldsymbol{C}$ 为“生成矩阵”。由于 $\boldsymbol{C}$ 任意交换其行或列后仍然是酉矩阵，另外由“生成矩阵”产生 N 个相互正交的群补码矩阵时，也可以由许多不同的方式产生 N 个相互正交的向量 $\boldsymbol{l}_n (n = 0, 1, \cdots, N-1)$ 。这样就使得波形捷变能力非常强，使其具有 LPI 特性。但是必须注意的是，在波形捷变过程中不同雷达之间的群补码矩阵应该是由同一“生成矩阵”产生的，而且雷达之间应保持一定的同步关系。

4 相位群补码信号的多普勒相位补偿

采用时间分割的相位群补码信号是多普勒敏感信号，为了使本文提出的信号在一定的多普勒频移范围内具有要求的适应性，必须考虑多普勒相位补偿问题。在有多普勒频移的情况下零中频回波信号表达式为

$$x(t) = \sum_{m=0}^{N-1} \sum_{n=0}^{N-1} c_{mn} \cdot \mathrm{rect}[t - mT_r - n\tau - \tau/2] \cdot \exp(j2\pi f_{\mathrm{d}} t + j\phi). \tag{5}$$

(5) 式与 (2) 式中符号的意义相同，f_{d} 为多普勒频移，ϕ 为回波相位，(5) 式经采样后输出离散序列为

$$x(m, n) = c_{mn} \cdot \exp(j2\pi f_{\mathrm{d}} n\tau + j\theta_m), \quad m = 0, 1, \cdots, N-1; \quad n = 0, 1, \cdots, N-1; \tag{6}$$

其中 θ_m 为第 m 个回波脉冲的初始相位，$\theta_m = 2\pi f_{\mathrm{d}} m T_r + \phi$ ，式 (6) 可以用矩阵形式表示为

$$\boldsymbol{X} = \boldsymbol{D}_L \cdot \boldsymbol{C} \cdot \boldsymbol{D}_R, \tag{7}$$

式中 $\boldsymbol{C}$ 为所设计的群补码矩阵。

$$\boldsymbol{D}_R = \mathrm{diag}\{1, \exp(j2\pi f_{\mathrm{d}} \tau), \exp(j2\pi f_{\mathrm{d}} 2\tau), \cdots, \exp[j2\pi f_{\mathrm{d}} (N-1)\tau]\}. \tag{8}$$

$$\boldsymbol{D}_L = \mathrm{diag}\{\exp(j\theta_0), \exp(j\theta_1), \cdots, \exp(j\theta_{N-1})\}. \tag{9}$$

若 $\boldsymbol{C}$ 矩阵是酉矩阵，那么 $\boldsymbol{X}$ 也为酉矩阵，即 $\boldsymbol{X}$ 也表示群补码，但是 $\boldsymbol{X}$ 与 $\boldsymbol{C}$ 之间的 CCF 不再是 δ 脉冲，因此，用 $f_{\rm d}=0$ 时的匹配滤波器去处理回波脉冲串，得不到理想的脉压结果，若 $\boldsymbol{D}_L$ 矩阵已知，那么当用 $\boldsymbol{D}_L$ 的复共轭左乘 $\boldsymbol{X}$ 后得

$$\boldsymbol{X}_1=\boldsymbol{D}_L^*\cdot\boldsymbol{X}=\boldsymbol{C}\cdot\boldsymbol{D}_R \tag{10}$$

这时 $\boldsymbol{X}_1$ 与 $\boldsymbol{C}$ 的不同列相互之间是正交的，因此 $\boldsymbol{X}_1$ 与 $\boldsymbol{C}$ 互相关时，当两者没有完全重叠时，相关函数值 $y(k,f_{\rm d})=0,\ k\neq 0$; 当两者完全重叠时，相关函数值为

$$y(0,f_{\rm d})=N\cdot\sum_{n=0}^{N-1}\exp(j2\pi f_{\rm d}n\tau)=N\cdot\frac{\sin(N\pi f_{\rm d}\tau)}{\sin(\pi f_{\rm d}\tau)} \tag{11}$$

所以在此种情况下，相位群补码信号脉压结果旁瓣为零，其主瓣幅度随 $f_{\rm d}$ 按 (11) 式所示的规律变化。

由 (10) 式可以看出进行多普勒相位补偿的关键是求出对角矩阵 $\boldsymbol{D}_L^*$, 在此，我们提出一种估计 $\boldsymbol{D}_L^*$ 的方法。

将回波信号矩阵 $\boldsymbol{X}$ 的每一行与参考码矩阵 $\boldsymbol{C}$ 的对应行进行互相关，那么每一行得到一个互相关主峰 $d_e(m),\ m=0,1,\cdots,N-1$, m 表示行号。由 $d_e(m)$ 的复共轭归一化以后组成的对角矩阵 $\boldsymbol{D}_{eL}=\mathrm{diag}\{d_e^*(1)/|d_e^*(1)|,\cdots,d_e^*(N-1)/|d_e^*(N-1)|\}$ 作为 $\boldsymbol{D}_L^*$ 的估计值。

现在说明这种算法的可行性． $\boldsymbol{X}$ 与 $\boldsymbol{C}$ 的对应行进行互相关实际上是指 $\boldsymbol{X}$ 的行表示的相位码信号经过 $\boldsymbol{C}$ 的对应行作为参考码的匹配滤波器，匹配时刻亦即最大值时刻的输出值为

$$d_e(m)=\exp(j\theta_m)\cdot\sum_{n=0}^{N-1}\exp(j2\pi f_{\rm d}n\tau). \tag{12}$$

当 $f_{\rm d}$ 为恒定值时， $\sum_{n=0}^{N-1}\exp(j2\pi f_{\rm d}n\tau)$ 为常数，所以 $d_e(m)$ 归一化以后变为

$$d_e(m)/|d_e(m)|=\exp(j\theta_m). \tag{13}$$

很显然，在没有噪声的情况下 $\boldsymbol{D}_{eL}$ 等于 $\boldsymbol{D}_L^*$, 在有噪声的情况下， $\boldsymbol{D}_{eL}$ 只是 $\boldsymbol{D}_L^*$ 的一种估计值。在此算法中，每个回波脉冲经过匹配滤波器时，在匹配点时刻信号的调制项 c_{mn} 将被校正，同时信号进行能量相加，从而使估值精度得以提高。在实际执行过程中利用相关运算的线性性质，可以把估计 $\boldsymbol{D}_L^*$ 和执行 $\boldsymbol{X}_1$ 与 $\boldsymbol{C}$ 的互相关两个过程合并成一次执行。当每个回波脉冲经过匹配滤波器时，一般情况下匹配点时刻出现主峰响应，这时求出主峰的相位函数 $\exp(j\theta_m)$ 后用其去乘匹配滤波器的输出序列，最后将 N 个脉冲的处理结果相加即可得到零距离旁瓣的脉压结果。

对于复杂体目标，多散射中心之间的干扰会对估计矩阵 $\boldsymbol{D}_L^*$ 产生一定的影响，但只要群补码矩阵中的每一行表示的码序列的自相关函数 (ACF) 的主旁瓣比足够大，那么其影响就可以容忍，等效为噪声的影响。

对于雷达网来说，当利用本站运动目标反射信号估计多普勒相位时，若其它站回波与本站回波不重叠，当把脉间多普勒相位补偿掉以后，其它站补偿后的回波信号矩阵与本站参考码信号矩阵的列之间仍然是相互正交的。若脉内 $f_{\rm d}$ 引起的相位变化可以忽略，那么两个矩阵重叠以后仍近似正交；反之，两个矩阵重叠时将会出现比较大的相关值．因此，雷达网用来探测运动目

标时，运动速度的范围有一定限制。另外，太小的信噪比和其它站的干扰都会影响对 $\exp(j\theta_m)$ 的估计。有关定量分析有待作进一步的研究，下节给出了数值仿真。

5 波形设计举例和计算机仿真

以 32×32 阶阿达玛 (Hadamard) 矩阵作为生成矩阵为例，32 个正交向量取自阿达玛矩阵的 32 个行。脉冲重复周期 $T_r = 351\mu s$，子码宽度 $\tau = 1\mu s$。首先以采用 32×32 阶群补码信号的单站雷达探测运动点目标为例，输入 SNR 分三种情况：(1) 没有噪声，(2)SNR=7dB,(3)SNR=0dB, 分别对应图 1, 图 2 和图 3，其中的图 1(a), 图 2(a) 和图 3(a) 是没有采用多普勒相位补偿方法时的合成模糊函数 (AF, Ambiguity Function)；图 1(b), 图 2(b) 和图 3(b) 是采用补偿方法后的合成 AF(图中 $f_d/B = -0.02 \to +0.02$, B 为信号带宽)。结果表明，不采用多普勒相位补偿方法时，合成 AF 具有图钉型. 而采用补偿方法后，合成 AF 具有刀刃形。

另外仿真了单部雷达探测具有多散射中心的运动目标的情况. 假设两个散射中心相距四个距离分辨单元. 图 4(a) 和 4(b) 分别为没有噪声和 SNR=3dB 时经多普勒相位补偿后的合成 AF($f_d/B = -0.02 \to +0.02$)。

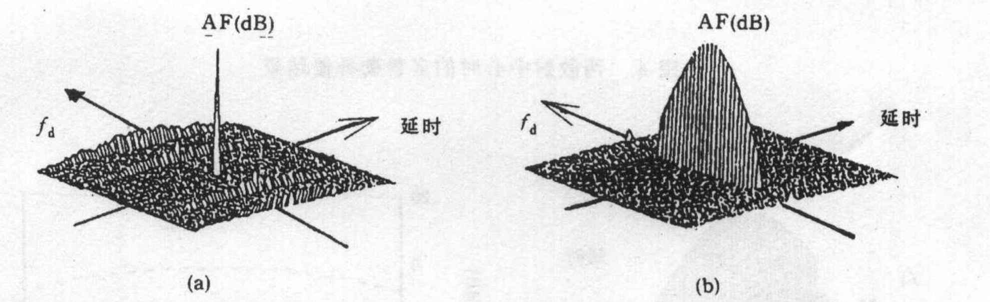

图 1　无噪声时的合成模糊函数

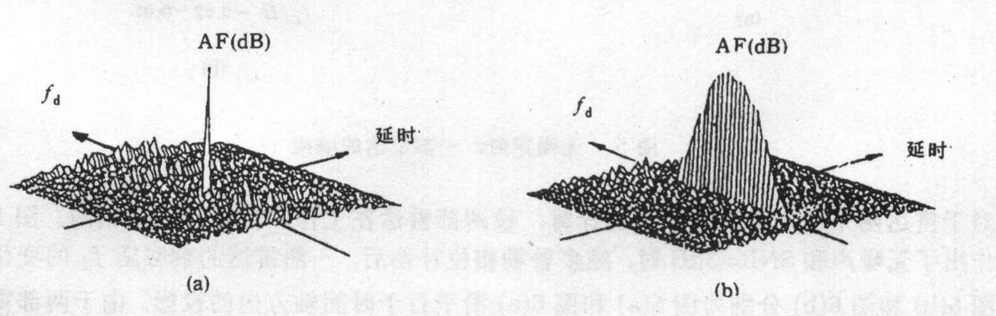

图 2　SNR=7dB 时的合成模糊函数

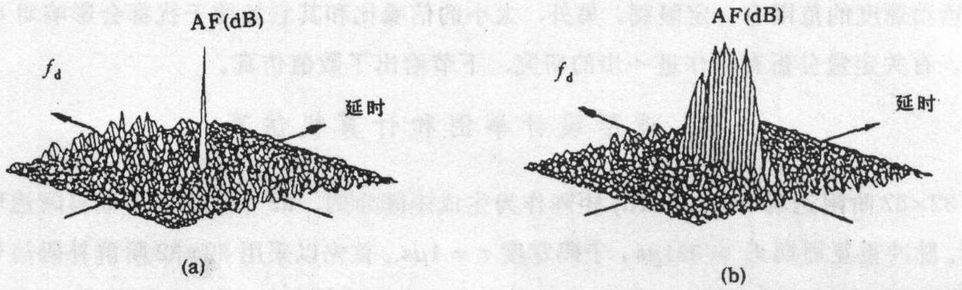

图 3　SNR=0dB 时的合成模糊函数

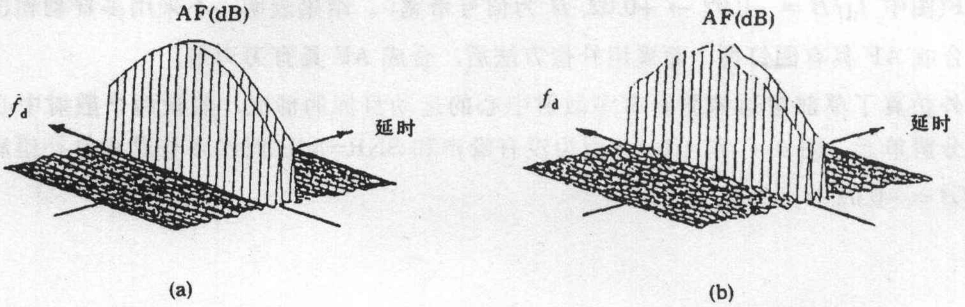

图 4　两散射中心时的多普勒补偿结果

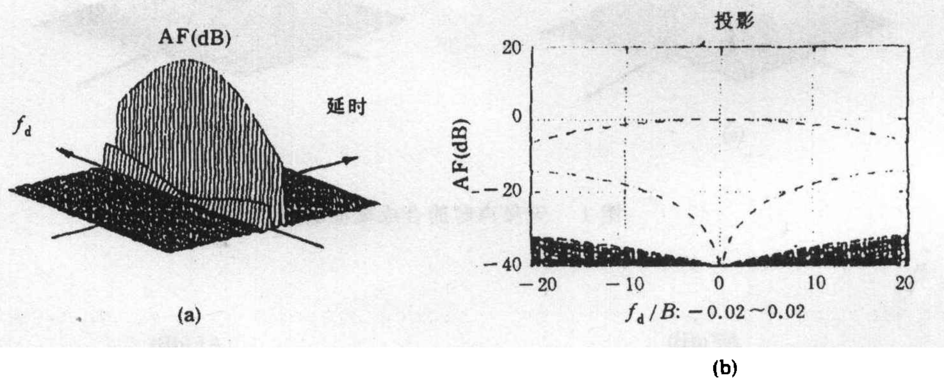

图 5　无噪声时，一部雷达的响应

对于雷达网来说，也进行了仿真计算，设两部雷达在工作，且发射功率相同。图 5 和图 6 分别作出了无噪声和 SNR=3dB 时，经多普勒相位补偿后，一部雷达的响应随 $f_{\rm d}$ 的变化情况．其中图 5(b) 和图 6(b) 分别为图 5(a) 和图 6(a) 沿平行于时间轴方向的投影。由于两部雷达的位置不同，假定一雷达收到的回波相距为四个距离分辨单元．仿真表明，另一部雷达对本雷达的干扰随着 $f_{\rm d}$ 的增大而增大，大致在 $f_{\rm d}/B=-0.01\rightarrow+0.01$ 的范围内干扰可以小于 −20dB 。

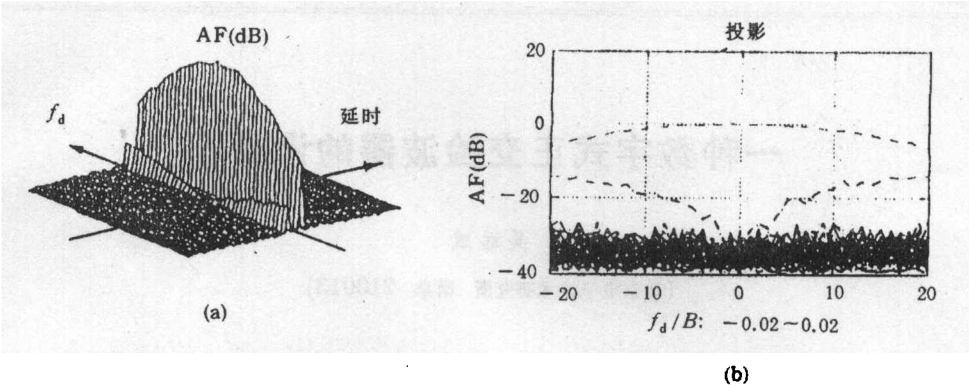

图 6　SNR=3dB 时，一部雷达的响应

6 结　论

为了对抗 ARM, 本文设计了一类适宜于同频雷达组网且具有 LPI 特性的相互正交的相位群补码集，并基于相位群补码矩阵的正交性提出了相应的多普勒相位补偿方法。计算机仿真结果证实了本文思想的正确性。

参　考　文　献

[1] Frank F, Kretschmer Jr., Gerlach K. IEEE Trans. on AES, 1991, AES-27(1): 92–101.

[2] 张润宁. 超宽带、低旁瓣脉冲压缩——信号设计与处理技术： [博士学位论文]. 北京：北京理工大学电子工程系, 1994, 9.

A KIND OF RADAR SIGNALS FOR ANTI-ARM AND ITS DOPPLER PHASE COMPENSATION

Zhang Running

(*Beijing Institute of Spacecraft System Engineering, Beijing* 100086)

Chen Guangfei　　Lin Maoyong

(*Dept. of E. E., Beijing Institute of Technology, Beijing* 100081)

Abstract　In order to resist the anti-radar missiles, this paper presents a method for designing a group-complementary phase-coded signal set in which each signal has a characteristic of low probability intercept and is orthogonal to other signal. Meanwhile, on the basis of the orthognality of this kind of group-complementary phase-coded signals, this paper also presents a new method for Doppler phase compensation. Finally, this paper performs computer simulations to confirm the presented methods.

Key words　Radar network, Group-complementary phase-coded signal, Anti-antiradiation missile, Doppler phase compensation

张润宁：　男，1966 年生，博士，研究方向包括雷达信号设计和处理、卫星数据传输、高速信号处理结构.
陈广飞：　男，1966 年生，博士生，研究方向为雷达信号处理.
林茂庸：　男，1929 年生，教授，从事雷达信号理论与信号处理方面的教学和科研工作.