

一种适合于衰落信道的 BCM 码的集分割映射方法¹

骆亚娟 张伟* 鞠德航*

(西安电子科技大学通信工程学院 西安 710071)

* (航天工业总公司五〇四研究所 西安 710000)

摘要 在瑞利衰落信道中, 对于一个分组调制(Block Coded Modulation) 码的构造通常是通过将具有尽可能大最小乘积距离和汉明距离的成分码与 Ungerboeck 的集分割映射相结合来实现的, 但这种集分割映射方法使得构造的 BCM 码的路径复杂度大大增加, 造成了系统性能的下降。文章给出了一种新的集分割映射方法。仿真结果表明, 采用这种方法构造出的 BCM 码在瑞利衰落信道中的性能较前者有很大的改善。

关键词 BCM, 欧氏距离, 路径复杂度, 集分割

中图分类号 TN911.31

1 引言

在非频率选择性慢衰落信道中, 设在第 i 个时刻发送的信号为 v_i , 则接收的信号 r_i 可表示为

$$r_i = a_i v_i + n_i \quad (1)$$

其中 a_i 可看作是一个描述衰落信道包络的随机变量, n_i 是一个均值为 0, 方差为 σ^2 的加性白高斯噪声在第 i 时刻的抽样值, 同时假定信道对于接收信号相位的影响已由相位跟踪系统得到补偿。

在瑞利衰落信道中, 当采用多级级连译码时一个 BCM 码的误码率上限可近似为^[1]

$$p_e \leq \sum_{\{\delta_H\}} A_{\delta_H} / \left[d_p^2 \left(\frac{E_s}{4N_0} \right)^{\delta_H} \right] \quad (2)$$

其中 $\delta_H = \{\delta_H^{(1)}, \delta_H^{(2)}, \dots, \delta_H^{(i)}, \dots, \delta_H^{(m)}\}$ 表示 m 个成分码的最小汉明距离。 A_{δ_H} 指的是与码矢距离为 δ_H 的平均码字个数, 即路径复杂度。 d_p^2 为 BCM 码的最小乘积距离, 它定义为汉明距离为 δ_H 的任意两个码字间乘积距离的最小值, 乘积距离 $\Delta_p^2[x, y] = \prod_{x_k \neq y_k}^n d^2(x_k, y_k)$,

其中 $x, y \in C$, $d^2(x_k, y_k)$ 是 x 与 y 的第 k 个码元 x_k, y_k 的平方欧氏距离。

由 (2) 式可见, 一个 BCM 码在瑞利衰落信道中的误码率与 d_p^2 及 $(E_s/N_0)^{\delta_H}$ 成反比, E_s/N_0 表示信噪比。在瑞利衰落信道中, 一个好的 BCM 码应该要求这两个参数尽可能大, 同时路径复杂度参数 A_{δ_H} 尽可能小。按此准则, 许多瑞利衰落信道中的好 BCM 码已被构造出^[2,3]。

由 (2) 式可知, 在最小汉明距离和最小乘积距离相等的条件下, 如果要求两个 BCM 码有相同的误码率, 则所需的信噪比之差为

$$\Delta \text{SNR}(\text{dB}) = \text{SNR}_1 - \text{SNR}_2 | P_{e1} - P_{e2} = \frac{1}{\delta_H} \log_{10} \left(\frac{A_{\delta_{H1}}}{A_{\delta_{H2}}} \right) \quad (3)$$

¹ 1999-02-11 收到, 1999-12-16 定稿

由(3)式可见,一个具有较大路径复杂度的 BCM 码要获得相同的误码性能,所需的信噪比更大。在加性白高斯噪声(AWGN)信道中,由于路径复杂度带来的信噪比损失大约为 0.2dB^[4]。然而,在瑞利衰落信道中,这一损失更加严重。因而在瑞利衰落信道中设计一个 BCM 码时,路径复杂度必须被作为一个更加重要的因素加以考虑。在通常的设计方法中,均采用将成分码与 Ungerboeck 的集分割映射相结合的思想来构造 BCM 码^[5],但这种构造方法使得处于较前面的成分码的路径复杂度大大增加,当采用多级译码时,错误传输会带来整个系统性能的下降。

文章在第 2 节对由采用 Ungerboeck 的集分割映射方法所带来的系统性能的下降加以讨论;第 3 节介绍了一种新的集分割映射方法,同时给出了用此方法构造的 BCM 码的性能仿真曲线,并同传统的 BCM 码进行了比较;第 4 节给出了结论。

2 传统的 BCM 码的构造

一个基于 8-PSK 调制的通用 BCM 码编码器如图 1 所示。在此编码器中,输入消息首先被分成三组,每一组包括 k_i bit ($1 \leq i \leq 3$),每一组 u_i 通过一个 (n, k_i) 编码器进行编码,输出一个 n 长的二进制码字,这些二进制码字(称为成分码)与 8-PSK 信号序列进行匹配后得到的 n 长的序列就是一个 8-PSK BCM 码。一个 BCM 码的构造过程可分为 5 个步骤:

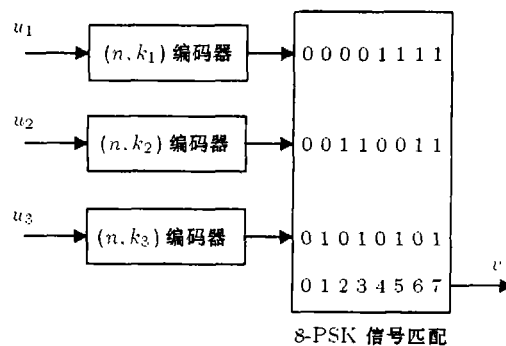


图 1 8-PSK BCM 编码器

(1) 选择调制信号集 S ; (2) 对 S 进行分割并用标记串对信号集进行标记; (3) 选择成分码; (4) 将成分码与(2)中信号标记所代表的集合对应起来; (5) 将标记与信号点匹配来形成 BCM 码。具体地说: 设整数集 $S = \{0, 1, 2, \dots, 2^m - 1\}$ 是在模 2^m 下的加群, 将 S 与 2^m -PSK 信号集相匹配, 从而信号集中的每一个点可由 S 中的一个整数来表示, 以 M -PSK ($M = 2^m$) 信号集为例, 按照 Ungerboeck 的集分割方法对 2^m -PSK 信号集进行分割, 第一级分割以后, 2^m -PSK 信号集被分为两个 2^{m-1} -PSK 信号集 S_0^1 和 S_1^1 , 分别用“0”和“1”标记, 接着对得到的两个子集进行再分割, 每一个 2^{m-1} -PSK 信号集又可分为两个 2^{m-2} -PSK 集, 仍是一个用“0”另一个用“1”表示, 此分集过程一直持续到第 m 级, 此时每个子集中只包含一个信号点, 这个信号点可由前面所有包含此信号点的集合的标记来表示。一个 8-PSK 信号集的分割及标记过程如图 2 所示。

用 $M(\cdot)$ 表示第一级分割后得到的两子集与其二进制标记位之间的匹配, 则 $M(i) = S_i^1$, $i \in \text{GF}(2)$ 。令

$$v_1 = (v_{10}, v_{11}, \dots, v_{1i}, \dots, v_{1, n-1}), \quad v_{1i} \in \text{GF}(2)$$

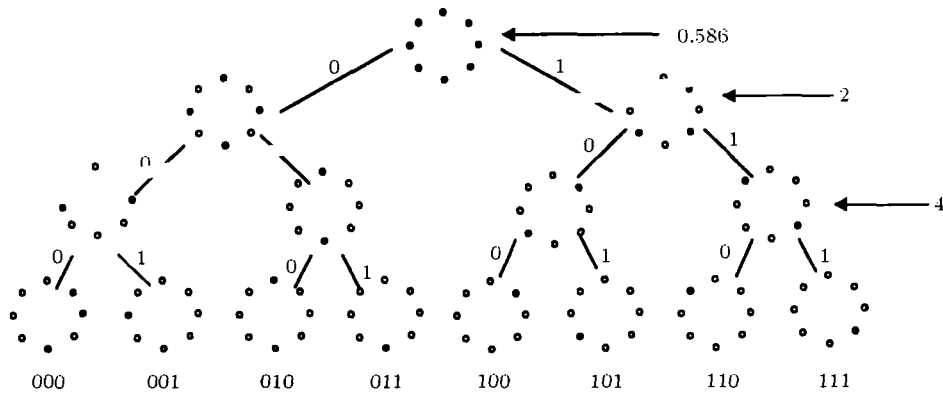


图 2 8-PSK 信号集及其分割链

则

$$M(v_1) = [M(v_{10}), M(v_{11}), \dots, M(v_{1i}), \dots, M(v_{1,n-1})] \quad (4)$$

由于每个 $M(v_{1i})$ 是由 2^{m-1} 个点组成的集合, $M(v_1)$ 可看作含有 $(2^{m-1})^n = 2^{n(m-1)}$ 个向量的向量集, 位于第 i 个位置的符号可看作是 $M(v_{1i})$ 中的任一个元素, $M(v_1)$ 的网格图如图 3 所示:



图 3 $M(v_1)$ 的网格图

取 $w, w' \in M(v_1)$, $w = (w_0, w_1, \dots, w_i, \dots, w_{n-1})$, $w' = (w'_0, w'_1, \dots, w'_i, \dots, w'_{n-1})$ 其中 $w_i, w'_i \in M(v_{1i})$ 。

定义 w 与 w' 间的平方欧氏距离 $d(w, w') = \sum_{i=0}^{n-1} d(w_i, w'_i)$ 。 $M(v_1)$ 的最小平方欧氏距离 $d_{\min}[M(v_1)] = \min\{d(w, w'), w, w' \in M(v_1)\}$, 显然, $d_{\min}[M(v_1)] = d_1$ 。另取 $v'_1 = (v'_{10}, v'_{11}, \dots, v'_{1i}, \dots, v'_{1,n-1})$, $v'_{1i} \in GF(2)$ 。且 $d_H[v_1, v'_1] = \delta_1$, $d_H(\cdot)$ 为两二进制序列的最小汉明距离。

定义 $M(v_1)$ 与 $M(v'_1)$ 的集间距离 $d(M(v_1), M(v'_1)) = \min\{d(w, w'), w \in M(v_1), w' \in M(v'_1)\} = \delta_1 d_0$, 故 $M(v_1) \cup M(v'_1)$ 的最小平方欧氏距离为

$$d_{\min}^{(1)} = \min\{d_1, \delta_1 d_0\} \quad (5)$$

设 C_1 是一个 (n, k_1, δ_1) 二进制线性分组码, 它的 2^{k_1} 个码字中的任何一个均可通过 (4) 式映射为一个向量集, 由此可得到的 2^{k_1} 个向量集 (含 $2^{k_1+n(m-1)}$ 个向量), 其最小平方欧氏距离由 (5) 式给出, 集合 $\{M(v_1), v_1 \in C_1\}$ 称为一层 BCM 码。依此类推, 可构造出 m 层 BCM 码。

令 $\delta_H[C]$, $d_p^2[C]$ 分别表示用上述方法构造出的 BCM 码码字 C 的最小汉明距离和最小乘积距离, 则

$$\delta_H[C] = \min\{\delta_i : 1 \leq i \leq m\} \quad (6)$$

设 k 是集合 $I = \{1, 2, \dots, m\}$ 中满足 $(k = \delta_H[C])$ 的最小正整数, 则

$$d_p^2[C] = (d_k)^{\delta_k} \quad (7)$$

其中 d_1, d_2, \dots, d_m 分别为分割链 2^m -PSK/ 2^{m-1} -PSK/ \dots /QPSK/BPSK 的集内距离。(6), (7) 式的证明可参看文献 [6,7]。

以上这些参数为瑞利衰落信道中 BCM 码的构造提供了依据。由 (2) 式可知, 在瑞利衰落信道中 BCM 码的误码性能主要取决于此码的最小汉明距离、最小乘积距离及其路径复杂度; 由 (6), (7) 式可看到, 一个 BCM 码的最小汉明距离、最小乘积距离又由组成它的各级成分码的最小汉明距离决定。因而在构造一个 BCM 码时, 要求各级成分码的最小汉明距离尽可能大, 但随着最小汉明距离的增加, 译码复杂度及所需带宽也随之增加。可以证明: $\delta_H[C] = \delta_1 = \delta_2 = \delta_3$ 时的 $\delta_H[C]$ 在译码复杂度及带宽有效性意义上是最佳的。同时, 我们可看到, 在上面的集分割方法中, 假设每一个二进制成分码的路径复杂度为 1, 也即与此二进制码距离为 δ_H 的码字只有一个, 因为在 Ungerboeck 的集分割映射中, 第一级的标号“0”与“1”分别对应了一个集合, 每一个集合由欧氏空间中四个不同的信号点组成, 对于标号为“0”(“1”)的信号集中的每一个点, 在标号为“1”(“0”)中存在有两个与之有最小欧氏距离的点, 因而构造出的 BCM 码在各层的路径复杂度分别为 $2^{\delta_{H1}}, 2^{\delta_{H2}}$ 和 1。由于路径复杂度的影响, 使得在接收到来自信道中的序列 r 时, 译码器难以判决出真正的发送序列, 从而造成了整个系统性能的下降。由上面分析可见, 为了提高整个系统的性能, 应尽可能减小路径复杂度, 增大汉明距离。前面已提到, 通过增加汉明距离来提高系统的性能是以带宽的扩展或译码复杂度的增加为代价的, 下面介绍一种集分割映射方法, 它能从减小路径复杂度的角度来避免系统性能的下降, 并且保持原有带宽及译码复杂度不变。

3 新的集分割方法

以对一个 8-PSK 信号集进行分割为例, 我们介绍这种新的集分割方法。图 4 表示对一个 8-PSK 信号集进行集分割, 在第一次分割时, 8-PSK 信号集被分为两个 QPSK 信号集, 每一个 QPSK 信号集包含了原 8-PSK 信号集中连续的四个点, 这两个 QPSK 信号集分别用“0”和“1”标记, 接着对两个 QPSK 信号集进行再分割, 每个信号集中包含了两个在欧氏空间中连续的信号点, 这种分割过程一直持续至信号集中只剩下一个信号点为止。同前面的 Ungerboeck 集分割类似, 这时, 每一个信号点可由前面所有包含此点的信号集的标号来表示。其实这种集分割方法已在文献 [8, 9] 中被采用过, 当时是将这种集分割映射用于 AWGN 信道中, 用来构造在 AWGN 信道中的好码, 在 AWGN 信道中, 这种集分割映射方法以码字间平方欧氏距离的损失换取了路径复杂度的减小, 但是在瑞利衰落信道中, 这种集分割映射方法可在码字汉明距离保持不变的情况下降低路径复杂度。

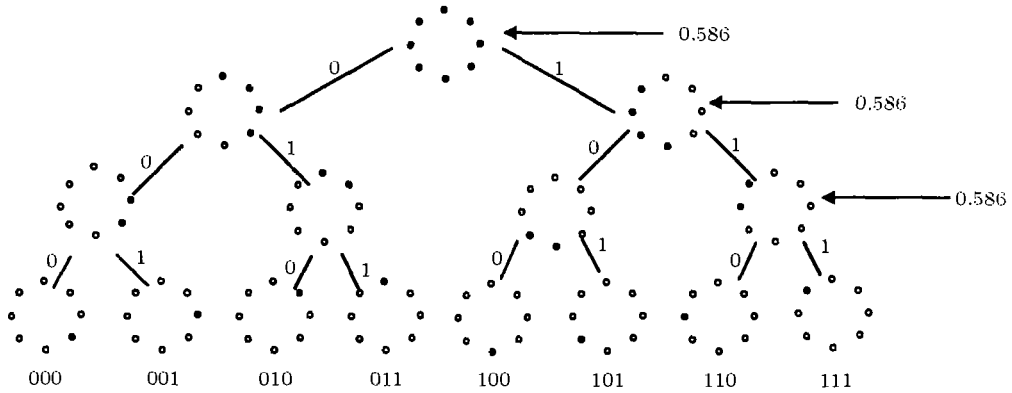


图 4 8-PSK 信号集及其新的分割链

由图 4 可看到, 在新的集分割映射方法中, 每一个成分码的最小平方乘积距离为

$$d_p^2 = (d_0)^{\delta_{H_i}} \quad (8)$$

其中 d_0 表示在未分割信号集中任意两点间的最小平方欧氏距离。比较 (8) 式与采用 Ungerboeck 集分割时的 (7) 式可见, 在对应级成分码选取相同的条件下, 采用新的集分割方法所构造的 BCM 码的乘积距离小于传统的 BCM 码的乘积距离。假定信号集中每个信号点的发送概率相同, 由图 4 可看到, 在第一级中, 对于标号为“0”(“1”)的信号集, 4 个信号点中只有两个信号点在“1”(“0”)中存在有最邻近的点, 且只有一个, 因而构造出的 BCM 码在第一层的路径复杂度为

$$\left(\frac{1}{4} \times 1 + \frac{1}{4} \times 1\right)^{\delta_H} = \left(\frac{1}{2}\right)^{\delta_H}$$

同理可得它在第 2, 第 3 层的路径复杂度分别为 $(1/2)^{\delta_H}$ 和 1。

由于在采用传统的集分割映射构造 BCM 码时, 每一层码的路径复杂度为 $2^{\delta_{H1}}$, $2^{\delta_{H2}}$, 1, 同上面采用新方法构造的每一层码的路径复杂度相比可见, 当对应级成分码选取相同时, 采用新的集分割映射方法时的路径复杂度较小。同时, 我们看到, 在传统的集分割方法中, 整个系统的性能主要取决于第一层成分码的选择, 其最小乘积距离及相应的路径复杂度分别为: $(0.586)^{\delta_H}$ 及 2^{δ_H} , 而在新的集分割映射方法中, 在 3 层码的最小乘积距离相同的条件下, 由于第 3 层成分码的路径复杂度最大, 因而整个码的性能主要取决于第 3 个成分码, 其最小乘积距离及相应的路径复杂度分别为: $(0.586)^{\delta_H}$ 及 1。由 (3) 式可知, 采用新的集分割方法构造的 BCM 码相对于采用传统的集分割方法所获得的编码增益近似为

$$\Delta \text{SNR}(\text{dB}) = \frac{10}{\delta_H} \log_{10} \left(\frac{2^{\delta_H}}{1} \right) = 3\text{dB} \quad (9)$$

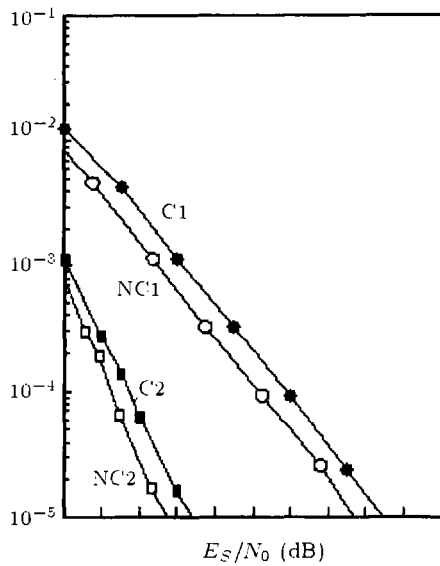


图 5 采用两种集分割方法时 8-PSK BCM 码性能曲线

采用 Monte Carlo 仿真对用新的集分割方法构造出的 BCM 码在瑞利信道中的性能进行了评估, 并同传统的 BCM 作了对比。仿真结果如图 5 所示, 图中 C1, C2 代表三级成分码分别采用 (15, 1, 15)(15, 14, 2)(15, 14, 2), (15, 1, 15)(15, 11, 3)(15, 11, 3) 并与传统的 Ungerboeck 集分割映射相结合时的 BCM 码性能曲线。NC1, NC2 表示成分码同 C1, C2, 集分割采用新的分割方式时的 BCM 码性能曲线; 由图 5 可见, 采用新的集分割映射方法构造出的 BCM 码相对于传统的 BCM 码可取得 0.5~1.2dB 的编码增益。

4 结 论

在瑞利衰落信道中, 用传统的 Ungerboeck 集分割映射方法构造出的 BCM 码中的大的路径复杂度带来了系统性能下降, 本文提出了一种新的集分割映射方法使得路径复杂度大大降低, 通过对基于 8-PSK 的 BCM 码的仿真, 结果表明所提出的集分割可获得 0.5~1.2dB 的编码增益。

参 考 文 献

- [1] L. Zhang, Block modulation codes for fading channels, Ph.D dissertation, Sydney, University of Sydney, June, 1993.
- [2] L. Zhang, B. Vucetic, Block coded modulation on AWGN and fading channel, Abstract of Papers, IEEE International Symposium on Information Theory, Seattle, 1990, 987-992.
- [3] L. Zhang, B. Vucetic, Bandwidth efficient block codes for Rayleigh fading channels, Electronics Letters, 1990, 26(5), 1002-1007.
- [4] G. D. Forney Jr, Coset codes II, Binary lattices and related codes, IEEE Trans. on Inform. Theory, 1988, IT-34(9), 1152-1187.
- [5] G. Ungerboeck, Channel coding with multilevel/phase signals, IEEE Trans. on Inform. Theory, 1982, IT-28(1), 55-56.
- [6] T. Kasami, T. Takata, T. Fujiwara, S. Lin, A concatenated coded modulation scheme for error control, IEEE Trans. on Commun., 1990, COM-38(6), 752-763.
- [7] S. Rajapl, D. J. Rhee, S. Lin, Multi-dimensional trellis-coded phase modulation using a multilevel concatenation approach, in Proc. IEEE Int. Symp. Inform. Theory, Budapest, Hungary, 1991, 102-106.
- [8] A. R. Calderbank, N. Seshadri, Multilevel codes for unequal error protection, IEEE Trans. on Inform. Theory, 1993, IT-39(7), 441-447.

- [9] J. Huber, U. Wachsmann, Power and bandwidth efficient digital communication using turbo codes in multilevel codes, *European Trans. on Telecommun.*, 1995, 6(5), 557-567.

A METHOD OF SET PARTITIONING FOR BCM CODES ON FADING CHANNELS

Luo Yajuan Zhang Wei Ju Dehang

(*Xidian University, Xi'an 710071, China*)

Abstract Construction of a BCM code on the Rayleigh-fading channel can be realized by combining component codes, whose minimum product distance and Hamming distance are as large as possible, with set partitioning method proposed by Ungerboeck. However, using this mapping method, the complexity of a BCM code constructed is greatly increased, which makes a degradation of the whole performance. In the paper, a new set partitioning method is proposed. Simulation result shows that BCM codes constructed by this mapping method have a better performance than those constructed by using Ungerboeck set partitioning mapping.

Key words BCM, Euclidean distance, Path complexity, Set partitioning

骆亚娟: 女, 1975 年生, 博士生, 主要研究领域为各种信道中编码调制一体化技术。

张 伟: 男, 1956 年生, 研究员, 航天工业总公司第五研究院第五〇四研究所所长, 主要研究领域为信息传输与处理。

鞠德航: 男, 1933 年生, 研究员、博士生导师, 西安电子科技大学、哈尔滨工业大学兼职教授, 主要从事卫星通信、遥感和测控工程方面的科研工作。