

# 容差电路的故障诊断 ——最小容差估计算法\*

杨嘉伟 杨士元 陆强 童诗白

(清华大学自动化系,北京 100084)

**摘要** 本文从容差对 $k$ 故障诊断法的影响机理出发,提出了一种具有明确物理意义的容差电路故障诊断方法——最小容差估计算法。这种方法可通过较少的计算,获得等效故障源的有效估计。特别重要的是,由此算法还可派生出一种无须迭代的自适应次优算法,计算量很小,适合于实时性要求较高或电路规模较大的场合。

**关键词** 容差电路;  $k$ 故障诊断法;最小容差估计;次优算法

## 一、引言

在实际电路中,正常元件的实际参数与标称值之间总有一定的偏差,这些偏差和由此而引起的电路性能指标上的误差就是所谓的容差问题。容差对故障诊断的影响主要包括两个方面:一方面是对故障可测性的影响,另一方面是对计算量的影响<sup>[1]</sup>。因此,减少容差对故障诊断的影响一般均应从这两个方面考虑。

$k$ 故障诊断法是一种较受重视的模拟电路故障诊断方法。以该方法为基础,我们可在各假定故障状态下,对元件的容差进行估计,求出对应的最小容差范数(本文采用2范数)。由于实际电路中容差一般远小于故障偏差,故在故障可测的条件下,真故障对应的最小容差范数必然较小,而假故障对应的最小容差范数必然较大<sup>[1]</sup>。本文据此特性提出了一种基于最小容差范数的故障诊断方法——最小容差估计算法(简称最小容差法)。从理论上说,最小容差估计是等效故障源的一种有效估计,其推导过程和计算过程与过去的最小方差估计算法<sup>[2-4]</sup>有较大的差别。当所有节点均可及时,无须迭代就可得到最优的估计结果。当存在不可及节点时,须经迭代才能逼近最优结果,但每一次迭代过程都是简单的最小二乘求解过程,计算量要小于文献[2~4]提出的算法。更重要的是,由最小容差法可产生一种无须迭代的自适应次优算法,计算量很小,适合于电路规模较大或实时性较强的场合。最小容差估计虽然是从 $k$ 故障诊断法引出的,但其最小二乘意义下的最优性是对所有

1992.02.24收到,1992.12.21定稿。

\* 国家自然科学基金资助课题。

杨嘉伟 男,1963年生,工学博士,现工作于航空航天部二院25所(北京100854),从事航天电子系统设计。

杨士元 男,1945年生,副教授,从事系统自动测试与故障诊断、可靠性设计、容错计算与系统设计、人工神经网络等方面的研究。

陆强 男,1963年生,讲师,现专业为自动测试与故障诊断。

童诗白 男,1920年生,教授,博士生导师,从事自动测试与故障诊断,电子技术与微机应用等方面的研究。

方法而言的,决不仅限于  $k$  故障诊断法。

为讨论方便,本文所涉及的变量均按实变量处理,各元件的参数均按支路形式给出。

## 二、最小容差估计

设线性网络  $N$  有  $b$  条支路,  $n$  个节点,  $m$  个可及节点。  $Y, V$  分别为  $N$  的支路导纳矩阵和支路电压向量,对应的故障增量分别记为  $\Delta Y, \Delta V$ 。  $N$  的支路故障诊断方程为

$$ZJ = \Delta V_m \quad (1)$$

其中  $Z \in C^{m \times b}$  为行满秩的系数矩阵,  $J = -\Delta Y(V + \Delta V)$  为等效支路故障源,  $\Delta V_m$  为可及节点电压向量的故障增量。当存在容差时,  $J$  可分为两部分:

$$J = J_f + J_c = -\Delta Y_f(V + \Delta V) - \Delta Y_c(V + \Delta V) \quad (2)$$

其中  $J_f = -\Delta Y_f(V + \Delta V)$  是由故障引起的,仍称为等效支路故障源,  $J_c = -\Delta Y_c(V + \Delta V)$  是由容差引起的,称为等效支路容差源。因此,(1)式成为

$$ZJ_c = \Delta V_m - ZJ_f \quad (3)$$

这就是考虑了容差影响的故障诊断方程。

设某  $k$  条支路故障,对应的等效故障源用  $k$  维列向量  $J_k$  表示。令  $Z$  中与  $J_k$  对应的  $k$  列组成的矩阵为  $Z_k \in C^{m \times k}$ ,则(3)式成为

$$ZJ_c = \Delta V_m - Z_k J_k \quad (4)$$

由于  $J_c$  是由  $\Delta Y_c$  左乘向量  $(V + \Delta V)$  得到的,我们不妨认为  $\Delta Y_c$  具有对角矩阵的形式(详见文献[1])。这样,当各元件的容差相互独立,且由容差引起的相对参数偏差  $\Delta y_{ii}/y_i (i = 1, 2, \dots, b)$  服从正态分布  $N(0, \sigma_i^2)$  时,可得

$$J_c = -\Delta Y_c(V + \Delta V) = -\text{diag}[\sigma_i y_i (v_i + \Delta v_i)] \xi \quad (5)$$

其中  $\xi$  是以  $\Delta y_{ii}/(\sigma_i y_i), (i = 1, 2, \dots, b)$  为元素的随机向量,其自协方差矩阵为单位阵。令

$$Z_c = Z \text{diag}[\sigma_i y_i (v_i + \Delta v_i)] \quad (6)$$

将(5)式代入(4)式得

$$Z_c \xi = Z_k J_k - \Delta V_m \quad (7)$$

由于  $Z_c$  是  $V + \Delta V$  的函数,而  $V + \Delta V$  是  $J_c$  的函数,故  $Z_c$  实际上是随机矩阵。但考虑到  $V + \Delta V$  可以通过其它途径得到(例如,当所有节点可及时,  $V + \Delta V$  可直接由测量得到,即使存在不可及节点,也可通过迭代方法逼近),故在下面的理论推导中,认为  $V + \Delta V$  是已知的(即认为  $Z_c$  是确定矩阵)。或者说,本文下面推导的随机量的数字特征是在  $V + \Delta V$  确定的条件下得到的条件数字特征。

对于  $J_k$  的某一给定值,(7)式中  $\xi$  的最小范数解为

$$\xi|_{J_k} = Z_c^+(Z_k J_k - \Delta V_m) \quad (8)$$

其中  $Z_c^+$  表示  $Z_c$  的 Moore-Penrose 广义逆。由(8)式不难看出,当  $J_k$  任意取值时,(8)式中的  $\xi$  的最小范数解就是方程

$$Z_c^+ Z_k J_k = Z_c^+ \Delta V_m \quad (9)$$

的最小二乘解对应的残差向量。由于  $\xi$  是归一化的(或加权的)支路容差向量,故(9)式中

$J_k$  的最小二乘解可看成是在支路容差范数  $\|\xi\|$  最小意义下, 对  $J_k$  的一个估计。(9)式的最小二乘解  $J_{\min}$  可表示为

$$J_{\min} = (Z_i^+ Z_k)^+ Z_i^+ \Delta V_m \quad (10)$$

(9)式与  $J_{\min}$  对应的残差向量  $\xi_{\min}$  为

$$\xi_{\min} = Z_i^+ Z_k J_{\min} - Z_i^+ \Delta V_m = [Z_i^+ Z_k (Z_i^+ Z_k)^+ Z_i^+ - Z_i^+] \Delta V_m \quad (11)$$

记  $\xi_{\min}$  的范数为

$$T = \|\xi_{\min}\|$$

**定义 1** (9)式称为容差电路的  $k$  支路故障诊断方程,  $J_{\min}$  称为  $J_k$  的最小容差估计,  $\xi_{\min}$  称为最小容差向量,  $T$  称为最小容差范数,  $T^2$  称为最小容差法的的残量。

### 三、参数辨识的最优性

$J_{\min}$  是对  $J_k$  的一个估计, 下面我们将讨论该估计的有效性。

因  $Z$  是行满秩矩阵,  $\text{diag}[\sigma_i y_i (v_i + \Delta v_i)]$  是非奇异的, 故  $Z_i$  是行满秩的。又由于  $J_k$  可由(1)式唯一确定的充要条件是  $Z_k$  列满秩, 故  $Z_i^+ Z_k$  应是列满秩的。根据行满秩和列满秩矩阵 Moore-Penrose 广义逆的性质, 由(10)式可得

$$\begin{aligned} J_{\min} &= [(Z_i^+ Z_k)^T (Z_i^+ Z_k)]^{-1} (Z_i^+ Z_k)^T Z_i^+ \Delta V_m \\ &= [Z_k^T (Z_i Z_i^T)^{-1} Z_i Z_i^T (Z_i Z_i^T)^{-1} Z_k]^{-1} Z_k^T (Z_i Z_i^T)^{-1} Z_i Z_i^T (Z_i Z_i^T)^{-1} \Delta V_m \\ &= [Z_k^T (Z_i Z_i^T)^{-1} Z_k]^{-1} Z_k^T (Z_i Z_i^T)^{-1} \Delta V_m \end{aligned} \quad (12)$$

将(4)式代入, 得

$$\begin{aligned} J_{\min} &= [Z_k^T (Z_i Z_i^T)^{-1} Z_k]^{-1} Z_k^T (Z_i Z_i^T)^{-1} (Z_k J_k + Z J_i) \\ &= J_k + [Z_k^T (Z_i Z_i^T)^{-1} Z_k]^{-1} Z_k^T (Z_i Z_i^T)^{-1} Z J_i \end{aligned} \quad (13)$$

式中第二项反映了容差的影响。由(13)式可求得  $J_{\min}$  的数学期望为

$$E(J_{\min}) = J_k + [Z_k^T (Z_i Z_i^T)^{-1} Z_k]^{-1} Z_k^T (Z_i Z_i^T)^{-1} Z E(J_i) = J_k \quad (14)$$

故  $J_{\min}$  是  $J_k$  的一个无偏估计。  $J_{\min}$  的自协方差矩阵为

$$\begin{aligned} \text{cov}(J_{\min}, J_{\min}) &= E[(J_{\min} - J_k)(J_{\min} - J_k)^T] \\ &= E\{[Z_k^T (Z_i Z_i^T)^{-1} Z_k]^{-1} Z_k^T (Z_i Z_i^T)^{-1} Z J_i J_i^T Z^T (Z_i Z_i^T)^{-1} Z_k [Z_k^T (Z_i Z_i^T)^{-1} Z_k]^{-1}\} \\ &= [Z_k^T (Z_i Z_i^T)^{-1} Z_k]^{-1} Z_k^T (Z_i Z_i^T)^{-1} Z E(J_i J_i^T) Z^T (Z_i Z_i^T)^{-1} Z_k [Z_k^T (Z_i Z_i^T)^{-1} Z_k]^{-1} \\ &= [Z_k^T (Z_i Z_i^T)^{-1} Z_k]^{-1} Z_k^T (Z_i Z_i^T)^{-1} Z E(\xi \xi^T) Z^T (Z_i Z_i^T)^{-1} Z_k [Z_k^T (Z_i Z_i^T)^{-1} Z_k]^{-1} \\ &= [Z_k^T (Z_i Z_i^T)^{-1} Z_k]^{-1} \end{aligned} \quad (15)$$

**定理 1** 最小容差估计  $J_{\min}$  是等效支路故障源  $J_k$  的一个有效估计<sup>[3]</sup>。

**证明** 对  $J_k$  进行估计的母体是可及节点的电压增量,  $\Delta V_m$  是母体的一个子样。由(7)式得

$$E(\Delta V_m) = Z_k J_k, \quad \text{cov}(\Delta V_m, \Delta V_m) = Z_i Z_i^T$$

根据正态变量的线性变换不变性可知,  $\Delta V_m$  服从正态分布  $N(Z_k J_k, Z_i Z_i^T)$ , 其分布密度函数  $f(x, J_k)$  为(以  $J_k$  为参变量)

$$f(x, J_k) = \frac{1}{(2\pi)^{m/2} |Z_i Z_i^T|^{1/2}} \exp\left[-\frac{1}{2} (x - Z_k J_k)^T (Z_i Z_i^T)^{-1} (x - Z_k J_k)\right] \quad (16)$$

设  $\tilde{J}$  为  $J_k$  的任一无偏估计, 我们根据 Rao-Cramer 不等式来寻找  $\tilde{J}$  的方差下界<sup>[5,6]</sup>. 对(16)式两边求自然对数, 得

$$\ln f(x, J_k) = -(m/2) \ln(2\pi) - (1/2) \ln |Z_i Z_i^T| - (1/2)(x - Z_k J_k)^T (Z_i Z_i^T)^{-1} (x - Z_k J_k) \quad (17)$$

令  $J_k = [j_1 \ j_2 \ \cdots \ j_k]^T, Z_k = [z_1 \ z_2 \ \cdots \ z_k]$ , 则

$$\begin{aligned} \lambda_i &= \frac{\partial \ln f(\Delta V_m, J_k)}{\partial j_i} \\ &= (1/2) z_i^T (Z_i Z_i^T)^{-1} (\Delta V_m - Z_k J_k) + (1/2) (\Delta V_m - Z_k J_k)^T (Z_i Z_i^T)^{-1} z_i \\ &= z_i^T (Z_i Z_i^T)^{-1} (\Delta V_m - Z_k J_k), \quad i = 1, 2, \dots, k \end{aligned} \quad (18)$$

$$\lambda_{i,l} = \frac{\partial^2 \ln f(\Delta V_m, J_k)}{\partial j_i \partial j_l} = -z_i^T (Z_i Z_i^T)^{-1} z_l, \quad i, l = 1, 2, \dots, k \quad (19)$$

故

$$I(J_k) = -E \begin{bmatrix} \lambda_{11} & \lambda_{12} & \cdots & \lambda_{1k} \\ \lambda_{21} & \lambda_{22} & \cdots & \lambda_{2k} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \lambda_{k1} & \lambda_{k2} & \cdots & \lambda_{kk} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \lambda_{11} & \lambda_{12} & \cdots & \lambda_{1k} \\ \lambda_{21} & \lambda_{22} & \cdots & \lambda_{2k} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \lambda_{k1} & \lambda_{k2} & \cdots & \lambda_{kk} \end{bmatrix} = Z_k^T (Z_i Z_i^T)^{-1} Z_k \quad (20)$$

由于单激励时只有一个子样  $\Delta V_m$ , 故由 Rao-Cramer 不等式得

$$\text{cov}(\tilde{J}, \tilde{J}) \geq I^{-1}(J_k) = [Z_k^T (Z_i Z_i^T)^{-1} Z_k]^{-1} \quad (21)$$

即  $\text{cov}(\tilde{J}, \tilde{J}) - [Z_k^T (Z_i Z_i^T)^{-1} Z_k]^{-1}$  是非负定的. 由(15)式和(21)式可知,  $J_{\min}$  的方差为  $J_k$  的无偏估计的方差下界, 即  $J_{\min}$  是  $J_k$  的有效估计.

#### 四、故障定位

最小容差法进行故障定位是以  $T$  或  $T^2$  的大小为依据的, 下面我们首先讨论一下  $T^2$  的统计性质.

**定理 2** 与故障支路集(含  $k$  条支路)对应的最小容差法的残量  $T^2$  服从  $\chi^2(m - k)$  分布.

**证明** 由(11)式和(7)式得

$$\begin{aligned} T^2 &= \|\xi_{\min}\|^2 = \xi_{\min}^T \xi_{\min} \\ &= \xi^T Z_i^T (Z_i Z_i^T)^{-1} \{Z_i Z_i^T - Z_k [Z_k^T (Z_i Z_i^T)^{-1} Z_k]^{-1} Z_k^T\} (Z_i Z_i^T)^{-1} Z_i \xi \end{aligned} \quad (22)$$

由于  $Z_i$  为行满秩矩阵, 故必存在非奇异的  $m$  阶方阵  $P$ , 使得

$$Z_i Z_i^T = P P^T, \quad (Z_i Z_i^T)^{-1} = (P^{-1})^T P^{-1}$$

故

$$T^2 = \xi^T Z_i^T (P^{-1})^T \{e_m - P^{-1} Z_k [Z_k^T (Z_i Z_i^T)^{-1} Z_k]^{-1} Z_k^T (P^{-1})^T\} P^{-1} Z_i \xi \quad (23)$$

其中  $e_m$  为  $m$  阶单位矩阵. 记

$$D = P^{-1} Z_k [Z_k^T (Z_i Z_i^T)^{-1} Z_k]^{-1} Z_k^T (P^{-1})^T$$

显然  $D$  的秩为  $k$ , 且有  $D = D^T = D^2$ . 即  $D$  为对称的幂等阵, 故必存在  $m$  阶正交阵  $U$ , 使得

$$UDU^T = \begin{bmatrix} e_k & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

故

$$T^2 = \xi^T Z_i^T (P^{-1})^T U^T \left\{ e_m - \begin{bmatrix} e_k & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \right\} U P^{-1} Z_i \xi \quad (24)$$

令  $S = [s_1 \ s_2 \ \dots \ s_m]^T = U P^{-1} Z_i \xi$ , 则有

$$E(S) = U P^{-1} Z_i E(\xi) = 0 \quad (25)$$

$$\text{cov}(S, S) = E[U P^{-1} Z_i \xi \xi^T Z_i^T (P^{-1})^T U^T] = U P^{-1} Z_i Z_i^T (P^{-1})^T U^T = e_m \quad (26)$$

故  $s_1, s_2, \dots, s_m$  是相互独立的, 且均服从正态分布  $N(0, 1)$ 。又由于  $T^2$  可写成

$$T^2 = S^T \left( e_m - \begin{bmatrix} e_k & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \right) S = \sum_{i=1}^m s_i^2 - \sum_{i=1}^k s_i^2 = \sum_{i=k+1}^m s_i^2 \quad (27)$$

因此,  $T^2$  服从  $\chi^2(m-k)$  分布, 其数学期望为  $m-k$ 。

根据故障支路集对应的残量  $T^2$  的分布, 故障定位可以采用以下两种方法:

(1) 设  $X$  服从  $\chi^2(m-k)$  分布, 给出一个门限值  $x_T$ , 使  $p\{X > x_T\} \geq \epsilon_p$ 。只有当某  $k$  条支路对应的残量  $T^2$  小于门限  $x_T$  时, 才认为这  $k$  条支路是故障的, 其中  $\epsilon_p$  是一个正的小量, 它实际上代表的是故障漏判概率。

(2) 在所有  $k$  支路集中, 判对应的  $T^2$  最小的支路集为故障支路集。这种方法不管  $T^2$  的估计结果是否超出门限  $x_T$ , 只看  $T^2$  的相对大小。

这两种方法各有利弊, 方法(1)漏判的情况较少, 但往往不能唯一地定位故障; 方法(2)漏判、误判的情况较多, 但故障定位的结果是唯一的。最小容差法由于对容差有加权作用(主要体现在各式中的  $(Z_i Z_i^T)^{-1}$ ), 故在各元件容差大小不同的场合, 故障定位或定值的结果明显好于普通方法<sup>[4]</sup>, 这是最小容差法的一个重要特点。

## 五、测后算法

我们将(9)式写成包含全部支路的完整形式

$$H J_i = \Delta U_b \quad (28)$$

其中  $H = Z_i^+ Z = Z_i^T (Z_i Z_i^T)^{-1} Z$ ,  $\Delta U_b = Z_i^+ \Delta V_m = Z_i^T (Z_i Z_i^T)^{-1} \Delta V_m$ 。

可以看出, (28)式实际上只是(1)式左乘  $Z_i^+$  后的一种变换形式,  $Z_i$  包含了容差影响的信息。

由于支路电压增量  $\Delta V$  是由  $J_i$  和  $J$  决定的, 故  $Z_i$  实际上是  $J_i$  和  $J$  的函数矩阵, 这就使得由(9)式或(28)式求解  $J_{\min}$  的过程变得复杂起来, 因此, 有必要进一步讨论故障分析的测后算法问题。

(1) 所有节点可及时的特例 当所有节点可及时,  $\Delta V$  可由测量直接得到, 即  $Z_i$  成为确定矩阵。因此, 对(9)式求一次最小二乘解, 即可得到  $J_k$  的有效估计量  $J_{\min}$ 。这种情况下的实际诊断过程就象普通无容差情况一样, 只不过故障诊断方程换成(28)式。

(2) 迭代算法 当存在不可及节点时, 有效估计量  $J_{\min}$  很难精确得到, 但可通过迭代方法逐渐逼近。注意到支路电压增量  $\Delta V$  实际上是网络  $N$  以  $J_i$  (或  $J_k$ ) 和  $J$  为支路激励源时的响应, 故当以  $J^{(l)}$  和  $\xi^{(l)} (l=1, 2, \dots)$  分别表示迭代过程中(9)式的最小二乘

解和残差向量, 以  $T^{(l)}$  和  $\Delta V^{(l)} (l = 1, 2, \dots)$  分别表示迭代过程中的  $T$  和  $\Delta V$  时, 逼近  $J_{\min}$  的迭代算法可按下列步骤进行:

- (a) 令  $l = 0, \Delta V^{(0)} = 0, J^{(0)} = 0, \xi^{(0)} = 0$ ;
- (b) 由(9)式求出  $J^{(l+1)}, \xi^{(l+1)}$  和  $T^{(l+1)}$ ;
- (c) 若  $(T^{(l+1)})^2 > \alpha$  或  $\frac{\|J^{(l+1)} - J^{(l)}\|}{\|J^{(l+1)}\|} < \delta$ , 结束;

(d) 由  $\xi^{(l+1)}$  和(5)式求出  $J_l$ , 并以  $J^{(l+1)}$  和  $J_l$  为网络  $N$  的支路激励源, 求出支路电压增量  $\Delta V^{(l+1)}$ ;

- (e)  $l = l + 1$ , 返回步骤 (b).

其中,  $\delta$  是预先给定的小量, 用于检查迭代过程是否可以结束;  $\alpha$  是根据  $\chi^2(m-k)$  分布给出的较大的门限(比  $x_T$  要大得多). 在迭代中, 当  $(T^{(l+1)})^2 > \alpha (l = 0, 1, \dots)$  时, 则认为对应的故障状态为假, 没有必要继续后面的计算. 对各支路集按上述迭代过程求得近似的  $J_{\min}$  和  $T$  后, 就可按上节所述的故障定位方法定位故障.

迭代算法的收敛性证明与文献[3]或[4]类似, 不再赘述. 实际上, 上述迭代算法不仅是收敛的, 而且有很快的收敛速度. 在我们所进行的大量实际计算中, 当取  $\delta = 10^{-4}$  时, 最多只须两次迭代. 与文献[2~4]的迭代算法相比, 本文的迭代算法避免了寻求 Jacobi 矩阵的过程, 并且所选择的初值更靠近收敛点.

(3) 自适应次优算法 当采用迭代算法时, 尽管所需的迭代次数很少, 但由于每一次迭代都须求解一次  $\Delta V$ , 并重新计算  $Z_l$  的广义逆, 故总的计算量还是相当大的. 为进一步减少计算量, 考虑采用非迭代的算法. 我们知道,  $Z_l$  不能直接确定的根本原因是故障时的支路电压  $V + \Delta V$  一般是未知的, 如果以无故障时的支路电压  $V$  代替  $V + \Delta V$ , 就可在测前计算出  $Z_l$  或  $Z_l^+$ . 在测后只须求解一次(9)式的最小二乘解, 就可确定  $J_{\min}$  和  $\xi_{\min}$ , 我们称这种算法为自适应次优算法. 不难看出, 由这种算法得到的  $J_{\min}$  和  $\xi_{\min}$  实际上就是前述迭代算法的初值. 从理论上说, 当故容比越小时, 故障往往越不易诊断, 因此一般希望诊断算法在故容比越小时, 应该具有越高的估计精度, 而在故容比较大时, 可适当放松对估计精度的要求, 这种特性实际上可看成是自适应性在算法中的体现. 显然, 自适应次优算法具有上述特性, 原因很简单: 故容比(确切说应该是故障引起的参数偏差)越小时,  $V$  越接近于  $V + \Delta V$ , 因而由自适应次优算法求得的  $J_{\min}$  和  $\xi_{\min}$  就越接近最优估计值.

实验表明<sup>[4]</sup>, 在故障引起的非故障支路的电压增量不太大(相对变化小于 20%) 的情况下, 自适应次优算法与迭代算法的定值误差很少超过 1%, 并且几乎无论故障偏差大小如何, 两种算法的定位结果差别很小. 从测后计算量来看, 自适应次优算法远小于迭代算法, 并且电路规模越大, 相差越悬殊(对于含 40 个元件的电路, 后者的计算量约为前者的 40 倍左右).

## 六、 举 例

为说明最小容差法的实际效果, 我们以图 1 所示电路为例, 对元件容差为 5%、10%

和 20% 的情况分别进行了故障仿真实验。图 1 中各元件的标称值分别为： $R_1 = R_7 = R_{10} = R_{14} = R_{15} = R_{21} = R_{22} = 1\Omega$ ,  $R_2 = R_4 = R_9 = R_{13} = R_{16} = R_{20} = R_{23} = 2\Omega$ ,  $R_3 = R_5 = R_8 = R_{12} = R_{17} = R_{19} = R_{24} = 3\Omega$ ,  $R_6 = R_{11} = R_{18} = 4\Omega$ 。

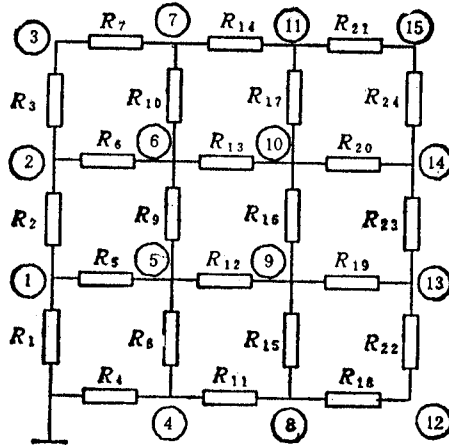


图 1 仿真实验电路

表 1 给出了可及节点为 3, 6, 9, 12, 15, 在节点 3, 12, 15 分别加激励电流 2A, 1A, 3A 时的部分故障分析结果(采用自适应次优算法得到)。表 1 中的残量( $T^2$ )是经过归一化处理的,其中“真”中给出了真故障对应的  $T^2$ , “假”中给出了其它故障状态的  $T^2$  最小值和对应的元件。

表 1 故障分析结果

故障状态	容差 (%)	可及节点实测电压 (V)					最小容差法残量( $T^2$ )		故障参数定值 ( $\Omega$ )
		3	6	9	12	15	真	假	
$R_1: 1 \rightarrow 2$	5	15.25	12.99	12.22	14.51	18.03	$4.322 \times 10^{-3}$	$(R_2) 2.761 \times 10^{-1}$	2.029
	10	15.30	13.05	12.31	14.61	18.05	$1.601 \times 10^{-2}$	$(R_6) 3.074 \times 10^{-1}$	2.048
	20	15.47	13.17	12.50	14.80	18.17	$4.462 \times 10^{-2}$	$(R_4) 3.438 \times 10^{-1}$	2.111
$R_3: 2 \rightarrow 4$	5	13.82	11.92	10.69	13.08	16.72	$7.496 \times 10^{-2}$	$(R_{13}) 3.061 \times 10^{-1}$	3.931
	10	13.89	11.99	10.80	13.19	16.77	$3.057 \times 10^{-2}$	$(R_4) 3.286 \times 10^{-1}$	3.854
	20	14.07	12.12	10.98	13.38	16.88	$1.076 \times 10^{-1}$	$(R_1) 2.869 \times 10^{-1}$	3.732
$R_{12}: 3 \rightarrow 2$	5	13.07	10.95	10.13	12.50	15.94	$3.722 \times 10^{-2}$	$(R_{16}) 2.114 \times 10^{-1}$	2.107
	10	13.14	11.02	10.22	12.60	15.98	$1.554 \times 10^{-1}$	$(R_{16}) 3.067 \times 10^{-1}$	2.208
	20	13.32	11.15	10.40	12.78	16.09	$5.254 \times 10^{-1}$	$(R_{13}) 5.450 \times 10^{-1}$	2.400
$R_3: 2 \rightarrow 4$ $R_{14}: 1 \rightarrow 0.5$	5	13.96	11.97	10.59	12.95	16.39	$5.142 \times 10^{-5}$	$(R_5, R_{21}) 1.192 \times 10^{-2}$	3.917 0.4829
	10	14.03	12.05	10.70	13.06	16.43	$1.981 \times 10^{-2}$	$(R_5, R_{21}) 1.427 \times 10^{-2}$	3.855 0.4606
	20	14.21	12.17	10.88	13.25	16.55	$6.105 \times 10^{-2}$	$(R_5, R_{10}) 4.086 \times 10^{-2}$	3.676 0.4231
$R_2: 2 \rightarrow 1$ $R_{16}: 2 \rightarrow 4$	5	11.99	10.13	9.537	11.95	15.28	$5.691 \times 10^{-2}$	$(R_5, R_7) 6.694 \times 10^{-2}$	1.035 3.701
	10	12.03	10.18	9.611	12.03	15.30	$2.586 \times 10^{-2}$	$(R_6, R_9) 7.518 \times 10^{-2}$	1.068 3.439
	20	12.15	10.25	9.729	12.17	15.36	$8.959 \times 10^{-2}$	$(R_6, R_9) 4.273 \times 10^{-2}$	1.154 3.042

## 七、结 束 语

容差问题是个很有意义又很难解决的问题。本文在  $k$  故障诊断法的实用化方面做了一些工作,实验结果表明,采用本文的方法,对于某些实际电路(甚至包括少量元件具有较大容差的情况),单元件故障诊断成功率已可达 90% 左右<sup>[1]</sup>。引伸来看,本文所提出的最小容差估计算法实际上是一种特殊类型的非线性最小二乘估计问题的解法,它不仅在故障诊断领域有应用,而且在特殊网络求解(如部分元件参数未知的网络)等方面也有重要应用。

## 参 考 文 献

- [1] 杨嘉伟,模拟电路支路——模块级故障诊断的理论与实践研究,清华大学自动化系博士学位论文,北京,1991年。
- [2] L. Hu et al., A Stochastic Model Analog Fault Diagnosis with Tolerance, Proc. IEEE Int. Symp. on CAS, Montreal, Canada, May 1984, pp. 680—682.
- [3] Z. F. Huang, R. W. Liu, A Theory of Generalized Linear Functions: II, Estimation, Tech. Report EE-852, University of Motre Dame, Indiana. USA, (1985).
- [4] 周新就,杨叔孔,通信学报,11(1990)5,81—86。
- [5] 复旦大学编,概率论(第二册),数理统计(第二分册),高等教育出版社,北京,1987年,第147—159页。
- [6] 杨维权等,多元统计分析,高等教育出版社,北京,1989年,第37—49页。

## FAULT DIAGNOSIS FOR ANALOG CIRCUITS WITH TOLERANCE——MINIMUM TOLERANCE ESTIMATION ALGORITHM

Yang Jiawei    Yang Shiyuan    Liu Qiang    Tong Shibai

(Tsinghua University, Beijing 100084)

**Abstract**    Based on the influence of circuit element tolerances to the  $k$ -fault diagnosis, a method of fault diagnosis is presented which is called as minimum tolerance estimation algorithm and has clear physical meaning. Using this method, an effective estimation of the equivalent fault sources can be obtained with less computing time. It is especially worthwhile to point out that a self-adaptive sub-optimal algorithm, which comes from the above method, requires even less computing-labor and is particularly suitable for more complicated circuits as well as real-time fault location.

**Key words**    Circuit with tolerance;  $k$ -fault diagnosis; Minimum tolerance estimation; Sub-optimal algorithm