

基于磁通元电场叠加法的涡旋电场计算¹

孙 明 龚沈光 周 骏 卢新城

(海军工程大学兵器工程系 武汉 430033)

摘 要 提出用磁通元电场叠加法求解涡旋电场, 利用该方法推导出了空间旋转平面区域产生的涡旋电场的时域表达式, 验证了磁通元电场叠加法求解涡旋电场的正确性。

关键词 涡旋电场, 麦克斯韦方程, 磁通元, 旋转平面区域

中图分类号 O441.1

1 引 言

在过去的几十年里, 人们对舰船磁场、声场、水压场的产生机理及其传输特性进行了较深入的研究, 而由于电子技术、传感器技术等相关技术水平的限制, 国内对舰船电场的研究只处于初级阶段。目前, 由于高灵敏度的测量技术的发展, 海水中电场的测量水平已有大幅度提高, 这为进一步深入研究舰船电场特性提供了条件。无论是运动还是静止着的舰船周围, 都存在着舰船电场。产生电场的因素较多, 但占主导成分的是舰船腐蚀电场和由电磁感应作用产生的舰船电场, 而涡旋电场是舰船电磁感应电场的的一个重要方面^[1,2]。

舰船航行时, 船体在地磁场中的横摇、纵倾等运动将会在船壳及船体内部结构中产生涡旋电流; 螺旋桨在地磁场中旋转将会在桨叶上产生涡旋电流。涡旋电流将在舰船外部空间产生涡旋电磁场, 该涡旋电磁场是有用的舰船特征信号。文献 [3] 中, Ye H. Pei 用 3D-FEM 方法分析了舰船横摇、纵倾运动产生的涡旋电流磁场, 并用优化算法来对该磁场进行补偿。文献 [4] 中, Martti Helamaa 和 Keijo Nikoskinen 利用解析方法对简化的螺旋桨模型在外部磁场中旋转所产生的涡旋电流磁场进行了理论计算和实际测量。本文从电场角度出发, 讨论旋转平面区域产生的涡旋电场的计算方法, 这为计算地磁场中旋转螺旋桨产生的涡旋电场打下理论基础。

随时间变化的磁场可以产生涡旋电场, 线圈或导体等相对磁场运动也会产生涡旋电场。文献 [5] 以均匀圆柱形变化磁场和方柱形变化磁场为例计算了它们在空间产生的涡旋电场。本文计算线圈、导体等对恒定不变的磁场有相对运动时所产生的涡旋电场, 提出了磁通元电场叠加法, 用该方法进行计算具有求解简单、直观、物理概念明确等特点。下面将线圈、导体等抽象为一个空间平面区域, 用磁通元电场叠加法来计算该区域在恒定磁场中以固定角速度旋转时产生的涡旋电场。

2 磁通元电场叠加法的基本原理

对于图 1 中的平面区域 s , 无论是磁场变化还是 s 对恒定磁场有相对运动, 都会使得 s 内的磁通量发生变化。为了能方便地求出区域 s 内变化的磁通量在区域 s 所在平面内的任一点 P

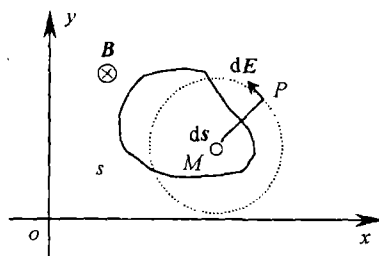


图 1 磁通元电场叠加法原理图

产生的涡旋电场, 我们把区域 s 分成许多小面积元, 设 s 内 M 点所在的面元为 ds , 面元内的时变磁通量称为磁通元。磁通元所产生的涡旋电场是以 M 为圆心的同心圆。那么, 根据法拉第电磁感应定律^[6], 可求得 M 点磁通元在平面内 P 点产生的涡旋电场的方向如图 1 中所示, 大小如下:

$$dE = \frac{1}{2\pi r} \frac{\partial(B \cdot ds)}{\partial t} \quad (1)$$

其中 r 为磁通元到场点的距离。

¹ 2002-04-30 收到, 2002-10-17 改回

根据叠加原理, 整个区域 s 内的时变磁通量在场点产生的总涡旋电场 E , 就等于每个磁通元产生的涡旋电场 dE 在场点的叠加。

3 旋转平面区域产生的涡旋电场

旋转有向平面区域 s 的坐标系如图 2 所示。

外部磁场为不随时间变化的均匀磁场, $B(x, y, z, t) = B_0 j$, 区域 s 的方向为 n , $n = -\sin(\omega t)j + \cos(\omega t)k$, s 以角速度 ω 绕 x 轴旋转, 角速度 ω 的方向为 n , 即和 s 的方向相同, 并假设 $t = 0$ 时刻 n 与 z 轴正方向同向。

取空间任一点 $P(x_0, y_0, z_0)$, P' 为 P 点在 xoy 平面内的投影, $o'P'$ 与 x 轴垂直, P 点在 $yo z$ 平面内投影点的象限角为 α , 即 $\cos \alpha = y_0 / \sqrt{y_0^2 + z_0^2}$, $\sin \alpha = z_0 / \sqrt{y_0^2 + z_0^2}$ 。

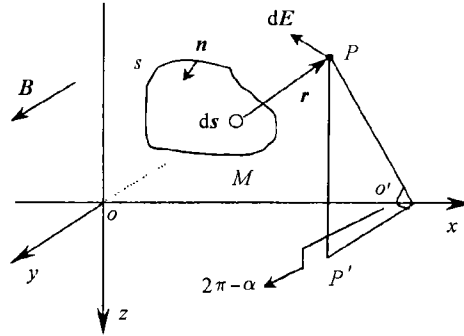


图 2 旋转平面区域产生的涡旋电场

当区域 s 以角速度 ω 绕 x 轴旋转时, 通过面积元 ds 的磁通量为 $d\phi = B \cdot ds = -B_0 \sin(\omega t) ds$, $d\phi/dt = -B_0 \omega \cos(\omega t) ds$ 。那么, 在时刻 t_0 , $\omega t_0 = \alpha$ 时, P 点与区域 s 共面, 利用前节讨论的电场叠加法, 可得到 P 点的涡旋电场的大小为

$$E(x_0, y_0, z_0, t_0) = \frac{B_0 \omega \cos(\omega t_0)}{2\pi} \iint_s \frac{1}{r} ds \quad (2)$$

下面来确定 P 点涡旋电场的方向。

旋转区域 s 在 $yo z$ 平面各象限内的投影如图 3 所示。

因为区域 s 的磁通量为 $-B_0 S \cdot \sin(\omega t)$, 在第一象限内磁通量从零减小到负的最大, 因而涡旋电流产生的磁场使得通过 s 的磁通量变大, 所以涡旋电场的方向为垂直纸面向内。类似可推知其它象限的涡旋电场方向如图 3 中所示。考虑涡旋电场方向后, P 点涡旋电场的表达式为

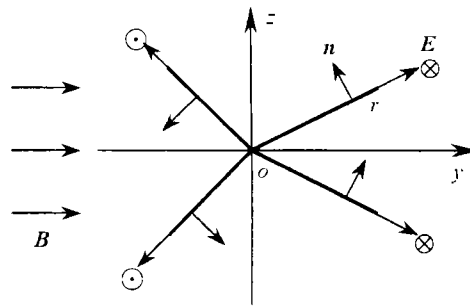


图 3 $yo z$ 平面各象限内涡旋电场方向

$$E(x_0, y_0, z_0, t_0) = -\text{sgn}(y_0) \frac{B_0 \omega \cos(\omega t_0)}{2\pi} \iint_s \frac{\mathbf{r} \times \mathbf{n}}{r^2} ds \quad (3)$$

式中 $\text{sgn}(y_0)|_{y_0>0} = 1$, $\text{sgn}(y_0)|_{y_0=0} = 0$, $\text{sgn}(y_0)|_{y_0<0} = -1$ 。最后可得到整个时域内旋转区域 s 在 P 点产生的涡旋电场表达式如下:

$$E(x_0, y_0, z_0, t) = -\text{sgn}(y_0) \frac{B_0 \omega \cos(\omega t_0)}{2\pi} \sum_{m=0}^{\infty} \iint_s \frac{\mathbf{r} \times \mathbf{n}}{r^2} \delta(\omega t - \alpha - 2m\pi) ds \quad (4)$$

这说明 P 点的涡旋电场是周期为 2π 的离散信号。

对于以上的推导结果, 可以证明其满足以下的麦克斯韦方程, 即

$$\begin{aligned}\nabla \cdot E(x_0, y_0, z_0, t_0) &= -\operatorname{sgn}(y_0) \frac{B_0 w \cos(\omega t_0)}{2\pi} \iint_s \left[\mathbf{n} \cdot \left(\nabla \times \frac{\mathbf{r}}{r^2} \right) - \frac{\mathbf{r}}{r^2} \cdot (\nabla \times \mathbf{n}) \right] ds = 0 \\ \nabla \times E(x_0, y_0, z_0, t_0) &= -\operatorname{sgn}(y_0) \frac{B_0 w \cos(\omega t_0)}{2\pi} \iint_s \nabla \times \frac{\mathbf{r} \times \mathbf{n}}{r^2} ds = -\frac{\partial B(t)}{\partial t} \Big|_{t=t_0}\end{aligned}$$

式中 $\nabla \times (\mathbf{r}/r^2 \times \mathbf{n}) = (\mathbf{n} \cdot \nabla) \mathbf{r}/r^2 - (\mathbf{r}/r^2 \cdot \nabla) \mathbf{n} + (\mathbf{r}/r^2)(\nabla \cdot \mathbf{n}) - \mathbf{n}(\nabla \cdot \mathbf{r}/r^2)$ 。这说明本文提出利用磁通元电场叠加法来计算涡旋电场是正确的。

4 结 论

本文讨论了磁通元电场叠加法的基本原理; 利用该原理推导出了空间旋转平面区域产生的涡旋电场表达式; 可证明该表达式满足麦克斯韦方程, 亦即说明了用磁通元电场叠加法来求解涡旋电场是可行的, 该方法简单、直观、物理概念明确。利用本文推导的旋转平面区域产生的涡旋电场表达式, 采用 Martti Helamaa 和 Keijo Nikoskinen 提出的简化螺旋桨模型就可以计算出地磁场中旋转螺旋桨产生的涡旋电场的解析解。

参 考 文 献

- [1] 周骏, 海水中电磁场特性及舰船电磁场 [D], 武汉, 海军工程大学, 1999.
- [2] 叶平贤, 龚沈光, 舰船物理场 [M], 北京, 兵器工业出版社, 1992, 289-293.
- [3] Ye H Pei, Compensation of eddy current magnetic field of moving vessel[C], France, UDT, 2000, 41-45.
- [4] Martti Helamaa, Keijo Nikoskinen, Magnetic signature caused by a propeller rotating in external magnetic field[C], UDT, Sweden, 1999, 93-96.
- [5] 张茂才, 二维变化磁场激发的涡旋电场, GF73797, 1988.
- [6] 李德云, 李国定, 电磁场理论基础 [M], 北京, 清华大学出版社, 1994, 183-188.

CALCULATION OF THE EDDY ELECTRIC FIELD BASED ON ELECTRIC FIELD SUMMATION METHOD OF MAGNETIC FLUX ELEMENT

Sun Ming Gong Shenguang Zhou Jun Lu Xincheng

(Dept. of Weapon Engineering, Naval University of Eng., Wuhan 430033, China)

Abstract The electric field summation method of magnetic flux element is proposed to calculate eddy electric field. Based on this method, the time domain formula of eddy electric field generated by plane area rotating in constant magnetic is derived. It also indicates that calculation of eddy electric field using electric field summation method of magnetic flux element is correct.

Key words Eddy electric field, Maxwell's equations, Magnetic flux element, Rotating plane area

- 孙 明: 男, 1974 年生, 博士生, 研究方向: 舰船物理场, 现代信号处理。
 龚沈光: 男, 1939 年生, 教授, 博士生导师, 出版专著两部, 获国家科技进步奖、军队科技进步奖、全国科学大会奖等各项共 14 项。主要研究领域为: 舰船物理场, 非触发引信, 现代信号处理等。
 周 骏: 男, 1961 年生, 博士, 副教授, 主要研究领域为: 舰船物理场, 非触发引信, 现代信号处理等。