

用沃尔什变换法进行高速数字传输线时域分析*

戚颂新 杨铨让

(东南大学毫米波国家重点实验室, 南京 210018)

摘要 本文首次把波形松弛迭代法和快速 Walsh 变换相结合, 提出了时域分析具有任意终端的高速数字集成传输线的新方法。这种方法的模拟过程十分符合实际电路状态, 且有分析精度高、运算稳定、可靠等优点, 具有推广应用价值。

关键词 传输线; 集成传输线; 沃尔什 (Walsh) 变换; 波形松弛

一、引言

随着 MESFET 和 HEMT 技术的飞速发展, 使得单个器件的开关时间减少到了几十个皮秒^[1]。在高速数字集成电路和单片数字集成电路中, 信号的时间参量和电路长度对应的波动时间参量处于同等数量级。这时器件之间连接传输线的性态就不能忽略, 因而精确的研究互连传输线的延迟和耦合等特性就十分重要。

近几年, 数字集成传输线的研究, 已经有人发展了许多分析方法, 如 Djordjevic^[2-4], Ghione^[5], Passlack^[6], Schutt-Aine^[7-8], Silverberg^[9], Chang^[10], You^[11] 等等。所有这些方法, 都要应用快速傅里叶变换 (FFT) 或数值 Laplace 变换 (ILT) 来计算系统的时域特性, 因而这些方法的分析精度严格依赖于对复杂响应的变换的重构近似。显然对一复杂响应, FFT 或 ILT 的重构能力是有限的, 它们对高速数字电路中的数字脉冲波形, 收敛速度变得很慢; 特别是对时间很短的脉冲信号, 频谱要求很宽, 重构误差变得相当大, 影响了这些方法的计算精度。

本文提出了一种建立于快速沃尔什 (Walsh) 变换和波形松弛迭代方法基础上, 时域分析高速集成传输线的新方法, 其模拟过程符合实际电路的信号传输; 提高了分析精度, 节省了机时和内存, 是一种可行的有效的方法。

1991.11.04 收到, 1992.03.09 定稿。

* 国家自然科学基金资助项目

戚颂新 男, 1965 年出生, 博士研究生, 现从事电磁场的数值方法、高速数字传输和单片微波集成电路 CAD 等方面的研究。

杨铨让 男, 1935 年出生, 教授, 现从事单片微波集成和高速数字传输的研究。

二、等效电路模型

1. 耦合有耗传输线方程

对 N 条耦合有耗传输线, 在 TEM 模近似下, 用电报方程描述

$$\frac{\partial [e]}{\partial x} = -[R][j] - [L] \frac{\partial [j]}{\partial t} \quad (1)$$

$$\frac{\partial [j]}{\partial x} = -[G][e] - [C] \frac{\partial [e]}{\partial t} \quad (2)$$

其中 $[e]$ 和 $[j]$ 表示电压、电流的 $N \times 1$ 矩阵, $[R]$, $[L]$, $[G]$ 和 $[C]$ 分别表示单位长度的电阻、电感、电导和电容的 $N \times N$ 矩阵, $[R]$ 和 $[G]$ 是对角矩阵, $[L]$ 和 $[C]$ 是对称矩阵。

显然方程组(1),(2)式是相互耦合的。为了对方程组去耦, 引入线性变换矩阵 X , 使 $[e] = X[v]$, $[j] = X[i]$ 。变换矩阵的选择有两个要求: 一是经过变换后使矩阵 $[L]$, $[C]$ 变成正实的对角矩阵; 二是变换后原来的对角矩阵 $[R]$, $[G]$ 仍保持对角性质。这两个条件严格限制了 X 矩阵的选择。一般当 $N \geq 3$ 时, 只考虑传输线之间的近邻耦合, 这样 $[L]$, $[C]$ 矩阵近似变成三对角、对称的 Teoplitz 矩阵。其变换矩阵可参考文献[12] 给出。

经过线性变换后,(1),(2)式变成

$$\frac{\partial [v]}{\partial x} = -[R][i] - [L_{\text{diag}}] \frac{\partial [i]}{\partial t} \quad (3)$$

$$\frac{\partial [i]}{\partial x} = -[G][v] - [C_{\text{diag}}] \frac{\partial [v]}{\partial t} \quad (4)$$

其中 $[L_{\text{diag}}] = [X]^T [L] [X]$, $[C_{\text{diag}}] = [X]^T [C] [X]$, 分别表示对角化的电感, 电容矩阵。

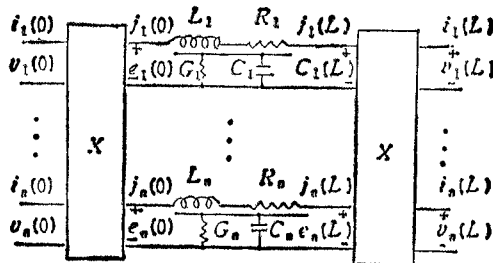


图 1 N 条经过去耦的有耗传输线

如图 1 所示,(3),(4)式表示经过线性变换后的 N 条互相独立的有耗传输线。

2. 电路模型

有耗传输线输入端 ($x = 0$) 和输出端 ($x = L$) 的关系可用级联矩阵表示

$$\begin{pmatrix} V_{(0)} \\ I_{(0)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} X & 0 \\ 0 & (X^T)^{-1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \text{diag}(\cosh \theta_k) & \text{diag}(Z_{0k} \sinh \theta_k) \\ \text{diag}(\sinh \theta_k / Z_{0k}) & \text{diag}(\cosh \theta_k) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X^{-1} & 0 \\ 0 & X^T \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_{(L)} \\ I_{(L)} \end{pmatrix} \quad (5)$$

其中 V, I 分别表示 S 域电压、电流值, θ_k 和 Z_{0k} 分别表示第 k 条传输线的传播常数和特征阻抗

$$\theta_k = \sqrt{(R_k + SL_k)(G_k + SC_k)} L$$

$$Z_{0k} = \sqrt{(R_k + SL_k)/(G_k + SC_k)}$$

(5)式可简写成

$$V_{(0)} - Z_0 I_{(0)} = \phi [V_{(L)} - Z_0 I_{(L)}] \quad (6)$$

$$V_{(L)} + Z_0 I_{(L)} = \phi [V_{(0)} + Z_0 I_{(0)}] \quad (7)$$

式中 $Z_0 = X \text{diag}(Z_{0k}) X^T$, $\phi = X \text{diag}[\exp(-\theta_k)] X^{-1}$

如果传输线终端用 Thevenin 等效电压源 $\{E_a, E_b\}$ 和阻抗 $\{Z_A, Z_B\}$ 表示, 则(6)、(7)式存在边界条件

$$V_{(0)} = E_A - Z_A I_{(0)}$$

$$V_{(L)} = E_B + Z_B I_{(L)}$$

对单一有耗传输线, (6)、(7)式简化为

$$V_A - Z_0 I_A = [\exp(-\theta)] (V_B - Z_0 I_B) \quad (8)$$

$$V_B + Z_0 I_B = [\exp(-\theta)] (V_A + Z_0 I_A)$$

定义

$$W_A = [\exp(-\theta)] (V_B - Z_0 I_B) \quad (9)$$

$$W_B = [\exp(-\theta)] (V_A + Z_0 I_A)$$

(8)式变成

$$V_A = Z_0 I_A + W_A \quad (10)$$

$$V_B = -Z_0 I_B + W_B$$

(9)和(10)式中消去 I_A, I_B 得到

$$W_A = [\exp(-\theta)] (2V_B - W_B) \quad (11)$$

$$W_B = [\exp(-\theta)] (2V_A - W_A)$$

这样单一有耗传输线等效于 1 个二端口网络, 如图 2 所示。

三、应用 Walsh 变换求时域响应

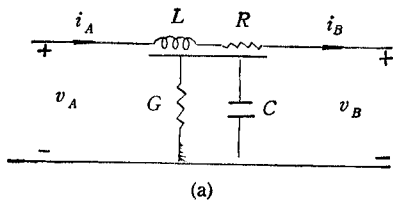
1. Walsh 函数集及快速 Walsh 变换

Walsh 函数是由数学家 J.L. Walsh 提出的一个“完备正交函数系”, 其特点是这个函数系中的每个函数仅取 +1 及 -1 两个值, 它采用若干个符号函数连乘的方式定义

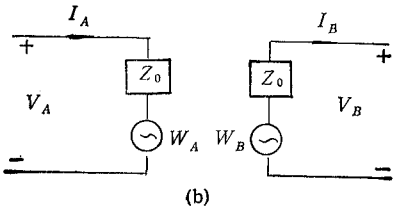
$$\text{Wal}(n, \theta) = \sum_{r=0}^{P-1} \text{sgn}[\cos n_r 2^r \pi \theta], \quad (0 \leq \theta < 1)$$

式中 n 是 Walsh 函数的排序号, n_r 是 n 的二进制表达式各位二进制数的值(0 或 1), P 是 n 的二进制表示式的位数, θ 为归一化时间变量 $\theta = t/T$, T 为时基。

Walsh 函数序列 $\{\text{Wal}(n, \theta), n = 0, 1, \dots\}$ 在 $0 \leq \theta < 1$ 之内是一完备正交序列。已证明^[3]: 在半开域 $0 \leq \theta < 1$ 内, 任意绝对可积函数 $x(t)$ 均可展开为 Walsh 级数



(a)



(b)

图 2 单一传输线等效电路



(a) 原始信号



(b) Walsh 结果



(c) Fourier 结果



(d) Laplace 结果

图 3 对一矩形信号的重构比较

$$x(\theta) = \sum_{n=0}^{\infty} X(n) \text{Wal}(n, \theta) \quad (12)$$

$$X(n) = \int_0^1 x(\theta) \text{Wal}(n, \theta) d\theta \quad (13)$$

为了得到快速 Walsh 变换 (FWT), 对(13)式进行离散, 得到离散 Walsh 变换对

$$x(n) = \sum_{k=0}^{N-1} X(k) \text{Wal}(k, n), \quad (k = 0, 1, \dots, N-1)$$

$$X(k) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x(n) \text{Wal}(k, n), \quad (n = 0, 1, \dots, N-1)$$

建立在离散 Walsh 变换对基础上的快速算法, 称为快速 Walsh 变换, 详细推导参见文献[13].

FWT 与 FFT 或 ILT 相比计算要简单得多. 首先 FWT 是实数变换, 而且其函数仅取 +1 及 -1, 变换矩阵简单, 而 FFT 或 ILT 却是复数变换. 其次 FFT 或 ILT 的复数乘积或积分运算在 FWT 中被实数的加减运算所替代, 节省了机时和内存, 表 1 列出了 3 种变换运算的比较.

表 1 3 种变换运算比较表

类 型	时间 (s)	内存(采样数1024)
FFT	9.48	4K
FWT	2.22	2K
ILT*	7.80	3.5K

(*极点数为 11)

Walsh 函数集是以时基为特征的时限信号. 它可将正交区间内任一个非周期函数直接展开成 Walsh 级数, 不必事先延拓. 高速集成电路的数字信号实际上是有限长序列

离散信号, 与它相对应的非周期信号实际上是时限信号。这类信号用 FWT 进行逼近运算, 其重构误差可大为减少, 可提高分析精度。图 3 给出了对矩形脉冲信号, FWT 与 FFT 及 ILT 的重构比较, 其中 Walsh 级数用了 24 项, 傅里叶级数为 44 项。而拉普拉斯变换的奇异点取 11。

2. 波形松弛迭代法

波形松弛迭代过程是建立在(11)式和 FWT 的基础上的, 其主要步骤为

(1) 初始迭代次数 ($k=1$) 和 $W_a^{k-1}(t)$, $W_b^{k-1}(t)$ 的值, 并计算 $[H] = \exp(-\theta; (s=s_j))$ 的值, i 为传输线数, j 为取样点。

(2) 根据传输线等效网络和终端电路, 计算近点 ($x=0$) 电压波形 $v_a(t)$ 。

(3) 根据 $W_a^{k-1}(t)$ 和 $v_a(t)$ 通过 FWT 计算出远点 $W_b^k(t)$ 的值, W 和 W^{-1} 分别表示正逆 FWT 符号。

$$W_b^k(t) = W^{-1}\{H * W\{2X^{-1}v_a^k - W_a^{k-1}\}\}$$

(4) 根据传输线等效网络和终端电路, 计算远点 ($x=L$) 电压波形 $v_b(t)$ 。

(5) 修正 $W_b^k(t)$ 的值

$$W_b^k(t) = W^{-1}\{H * W\{2X^{-1}v_b^k - W_b^k\}\}$$

(6) 使 $k=k+1$, 重复迭代直到满意的精度, 输出结果 $v_a^k(t)$, $v_b^k(t)$ 。

四、模拟结果

1. 理想传输电路

为了证明新方法的有效性, 先考虑具有理想输入信号源和零负载的单一无耗传输线电路, 假设总电感和电容为 $L=C=1$, 对一阶跃输入信号, 则传输线的电流值有解析解

$$i(t) = i + \frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(n\pi t)}{n}$$

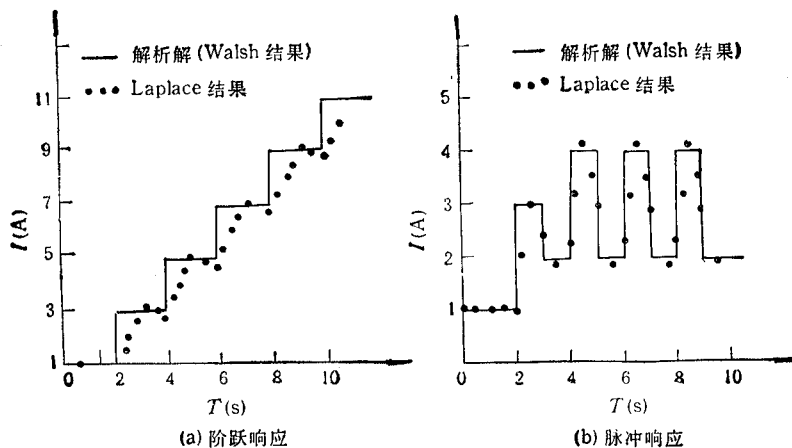


图 4 理想传输线

对时间间隔为 Δ 的输入信号,传输线中的电流 $i_p(t) = i(t) - i(t - \Delta)$,显然电流波形不能用已有的 FFT 的方法计算,而用 ILT 的方法分析精度又受到限制,若用新方法计算,则结果与解析解相一致,提高了分析精度。结果如图 4 所示。

2. 实际传输电路

图 5 是具有线性终端和非线性终端的电路,传输线长 $L = 10\text{cm}$,其参数为

$$[C] = \begin{pmatrix} 1.737 & -0.073 \\ -0.073 & 1.737 \end{pmatrix} (\text{pF/cm}) \quad [L] = \begin{pmatrix} 4.276 & 0.529 \\ 0.529 & 4.276 \end{pmatrix} (\text{nH/cm})$$

忽略电导损耗,假设电阻与频率的平方根成正比,在 1MHz 的值

$$[R] = \begin{pmatrix} 20 & 0 \\ 0 & 20 \end{pmatrix} (\Omega/\text{cm})$$

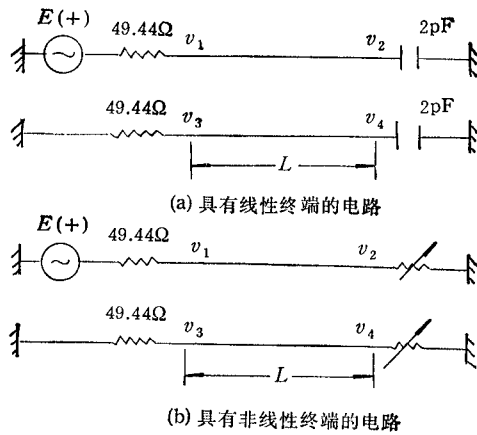


图 5 实际传输电路(图中 $E(+)$ 应为 $E(t)$)

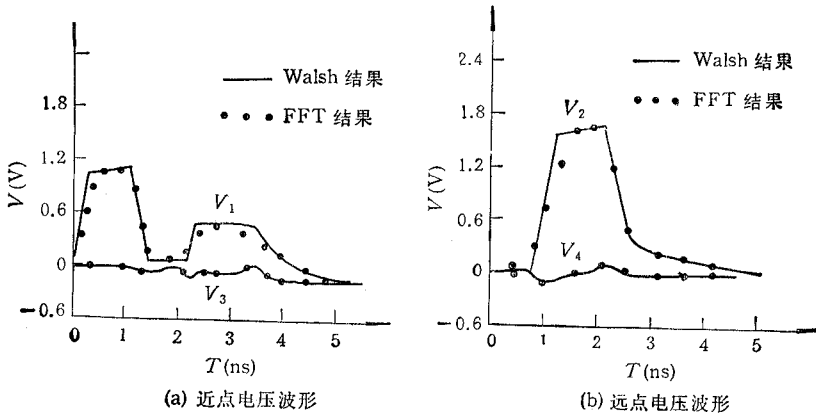
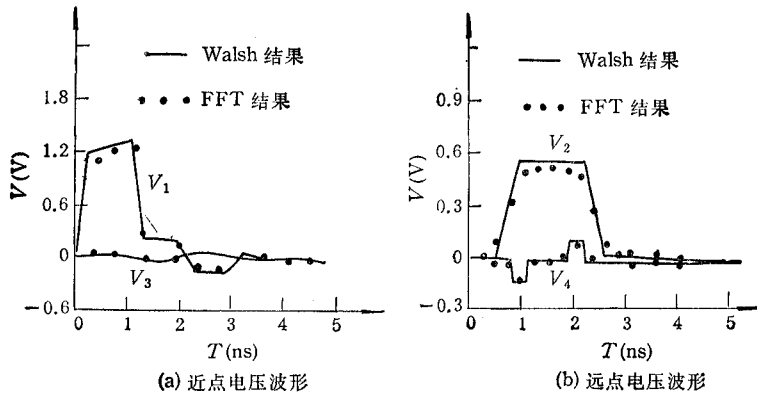


图 6 模拟结果比较(图中的 V 应为 v)

对图 5(a) 的电路,电源激励用宽度为 1.25ns ,幅值为 2V 的矩形脉冲,新方法与已有方法模拟比较如图 6 所示。

对图 5(b) 的电路,其非线性特性为 $i_D(v_D) = I_m(\exp(v_D/v_T) - 1)$,其中 $I_m = 5\text{mA}$, $V_T = 25.86\text{mV}$ 。模拟结果如图 7 所示。

图 7 模拟结果比较(图中的 V 应为 v)

从计算结果发现,对脉冲输入信号,在奇异点附近,用新方法模拟,其重构能力比其它方法强,分析精度大大提高;同时所占机时和内存都比以前方法节省。表 2 列出了对图 5 电路模拟的机时和内存比较。显然新方法具有明显优点。

表 2 几种方法的机时、内存比较

线性终端电路			非线性终端电路		
类型	时间 (s)	内存	类型	时间 (s)	内存
FFT 法	25	22K	FFT 法	80	40K
FWT 法	16	18K	FWT 法	45	28K

五、结 论

本文提出了用 Walsh 变换法时域分析高速数字集成传输线的新方法。计算结果表明,这种方法分析精度高,节省了机时和内存,克服了其它方法的不足,是一种可行和有效的方法。

参 考 文 献

- [1] T. J. Drummond et al., *Proc. IEEE*, **74**(1986)6, 773—822.
- [2] A. R. Djordjevic et al., *IEEE Trans. on MTT*, **MTT-34**(1986)6, 660—666.
- [3] A. R. Djordjevic et al., *Proc. IEEE*, **75**(1987)10, 743—764.
- [4] A. R. Djordjevic et al., *IEEE Trans. on MTT*, **MTT-35**(1987)10, 898—908.
- [5] G. Ghione et al., *IEEE Trans. on MTT*, **MTT-37**(1989)3, 445—456.
- [6] M. Passlack et al., *IEEE Trans. on CAD*, **CAD-9**(1990)8, 821—826.
- [7] J. E. Schutt-Aine, R. Mittra, *IEEE Trans. on MTT*, **MTT-36**(1988)3, 529—536.
- [8] J. E. Schutt-Aine, R. Mittra, *IEEE Trans. on CAS*, **CAS-36**(1989)7, 959—967.
- [9] M. Silverberg, Ph. D. Thesis, Columbia University, (1967).
- [10] F. Y. Chang, *IEEE Trans. on MTT*, **MTT-37**(1989)9, 2028—2038.
- [11] H. You, M. Soma, *IEEE Trans. on CAS*, **CAS-37**(1990)3, 319—329.
- [12] F. Romeo, M. Santomauro, *IEEE Trans. on MTT*, **MTT-36**(1987)2, 131—136.
- [13] K. G. Beauchamp, *Walsh Functions and their Applications*, London, Academic Press Inc., (1975).

APPLYING FAST WALSH TRANSFORM TECHNIQUE TO ANALYZE HIGH-SPEED DIGITAL INTEGRAL TRANSMISSION LINES

Qi Songxin Yang Quanrang

(State Key Laboratory Millimeter Waves, Southeast University, Nanjing 210018)

Abstract A new approach, based on the fast Walsh transform and the waveform relaxation technique, is first presented to analyze the lossy coupled transmission lines with arbitrary terminations. The simulation accuracy of the method can be greatly improved, the disadvantage which always exists in previous methods can be avoided and a considerable saving in time and memory of CPU is obtained.

Key words Transmission line; Integral transmission line; Walsh transform; Waveform relaxation