

光纤分布式数据接口的排队模型¹

王立宏 逯昭义 许曰滨

(青岛大学计算机系 青岛 266071)

摘要 本文按照光纤分布式数据接口(FDDI)的工作机理,分析了其存取方式的特征,得出 FDDI 的排队模型,并在较轻负载下完成数学解析和模拟实验。

关键词 光纤分布式数据接口,城域网,排队模型

中图分类号 TN913.2

1 引言

光纤分布式数据接口(FDDI)作为城域网(MAN)的一种^[1-3],已列为ISO9314标准。它也用于高速局域网,能提供100Mbps的传输速率。FDDI的存取方式是众所周知的,但为了建立排队模型,需要简单回顾一下FDDI的运行机制。典型的FDDI网是由两条独立的传输方向相反的环组成,但进行数据传输的始终是一个环形线路,与单环网类似。FDDI采用“时控令牌协议”,提供同步数据服务和异步数据服务。网络初始化时,由各站点协商“目标令牌循环时间”(记为TTRT),然后静态地为每个站点(如观察站*i*)分配同步传输时间 SA_i 。“同步传输时间”是在每次令牌到达站点时,该站点可进行同步数据传输的最长时间。此外,TTRT- $\sum SA_i$ 时间被动态地分配给网上的各站点用于异步服务。

FDDI网在每个站点设置了TRT计时器,用来实测令牌循环时间,即本次令牌到达与上次令牌到达该站的时间间隔。当 $TRT \geq TTRT$ 时,该站点发完同步数据或用完“同步传输时间”后,必须马上放走令牌,不能发送异步数据。若 $TRT < TTRT$,本站还有长度为(TTRT-TRT)的时间可以发异步数据,时间用完再释放令牌。该站点用于发送异步数据的时间,称为“异步传输时间”,显然该时间段与整个网络上一轮的运行情况有关。

FDDI的运行机制是这样的:当令牌到达某站点*i*时,站点*i*如有数据要发送,则将令牌从环上取下,将待发的同步数据帧发到环上,最大可能是分配给此站的“同步传输时间”用完后停止同步数据帧发送。之后如果还有“异步传输时间”,则可继续发异步数据帧,直到“异步传输时间”用完,或者在此之前该站的异步数据全部发完。随即在数据帧之后挂一个令牌,供下游站点使用。如站点没有待发数据(包括同步数据和异步数据),则直接将令牌转发。每当运行的数据帧经过目的站点时,数据立即被复制到该站点的缓冲区中,并给原帧加上“已被复制”的记号。该帧继续运行,绕环一周返回源站点被回收。

2 FDDI 存取方式的特征

(1) 该环由 N 个站点和一条主环路构成。每个站点的数据帧随机产生,在各站点形成排队队列。由此可见该环是一个多队列系统。

(2) 获得令牌的站点 i ,按照“时控令牌协议”在允许的时间内将数据帧发出,受到LAN的服务。然而,站点 i 的数据帧正处于被服务状态时, i 的下游站点的数据帧也先后受环

¹ 1998-08-10 收到, 1999-06-24 定稿

山东省自然科学基金支持项目, Y97G07107. 山东省教委科研资助项目, J98F10

LAN 服务。于是就出现了多个站点数据帧先后由同一个 LAN 开始服务、并且同时持续服务的局面。

通过分析发现, 对各站数据帧的服务虽然是先后开始的, 但各站的数据帧一旦送到环上开始服务, 其服务过程是彼此独立的。好象环上有很多逻辑信道, 每个站点独占一条逻辑信道发送数据帧一样。因此, 从逻辑上讲, FDDI 相当于有多个服务员对不同队列顾客(数据帧) 并列进行服务。这多个服务员可称为虚拟服务员。网上共有 N 个站点, 所以共有 N 个虚拟服务员, 而且每个虚拟服务员只固定服务于一个站点。由此可见, FDDI 是一个多虚拟服务员多队列的排队系统, 对每个站点来说, 则是单虚拟服务员单队列的排队子系统。

(3) 上述分析与文献 [4] 的多令牌 LAN 是一致的。然而, FDDI 存在三个重要特点:

(a) 令牌到达站点 i 后, 对数据帧进行批处理。批处理时间是指令牌到达、 i 站点依次发出一批数据帧, 经服务员服务至最后一个数据帧被回收完毕。因此, FDDI 是一个批处理系统。而且, 在 FDDI 中 i 站点每次批处理的数据帧个数是一个有上限的随机变量。当所有站点(包括本站) 上一轮都没有数据发送时, 令牌循环一周回到本站点时 TRT 的计时值达到最小值, 为令牌绕环一周的时间 D 。在本轮的发送中, 本站点可以占用的发送时间为 $SA_i + (TTRT - D)$, 该值是任一站点发送时间的上限值, 令 $T_{\max} = SA_i + TTRT - D$ 。TTRT - D 是异步传输时间的最大值, 令 $t_{\max} = TTRT - D$ 则 $T_{\max} = SA_i + t_{\max}$ 。当实际发送时间 $\leq T_{\max}$ 时, 批处理的数据帧个数为随机变量; 实际发送时间 $> T_{\max}$ 的情况不存在。当 SA_i 确定时, T_{\max} 仅与 t_{\max} 相关。异步传输时间内发出的数据帧个数取决于 TTRT - TRT 时间, 是一个随机变量。但因 $TTRT - TRT \leq t_{\max}$, 即 TTRT - TRT 有上限值, 也不是典型随机变量。因此, FDDI 是一个有限界的批处理系统。

(b) FDDI 的数据帧分两类, 即在“同步传输时间”内发送的数据帧和在“异步传输时间”内发送的数据帧。以上两类数据帧可简称为“同步顾客”和“异步顾客”。两类顾客彼此独立, 按照各自的规律到达站点, 分别排入同步队列和异步队列。

(c) 分析站点 i 的服务过程发现, 虚拟服务员对顾客的服务不是连续的。从环上取下令牌、开始发送第一帧数据起, 到本次本站发出的所有数据帧全部回收的一段时间是虚拟服务员的服务时间; 而从数据帧回收完毕到下一次令牌到达的这一段空闲时间可称为间歇期, 这段时间正是其它站点的顾客的实际发送时间总和。

综上所述, FDDI 是一个有两路顾客到达的、批处理的、多虚拟服务员进行间歇服务的多重排队系统。就某站点而言, FDDI 是一个两路顾客到达的、有限界批处理的、一个虚拟服务员进行间歇服务的单队列随机服务系统。

(4) 本文研究对称限制式多重队列。设任一站点(比如 i) 为观察站点, 其它站点的情况完全相同。限制式一般是指服务员每次到达 i 站点只服务一定数量的顾客, 而此处限制式是指服务员每次到达站点 i , 对若干顾客的服务时间必须限制在一个最大限界时间内。

3 排队模型的确定

(1) 设同步、异步顾客的到达分别满足到达率为 λ_1, λ_2 的 Poisson 过程。

(2) 设虚拟服务员到达时, 某站点有 m_1 个同步顾客的概率为 P_{m_1} 。设同步数据帧的时宽满足定长分布, 分布函数为 $H_1(t)$ 。设发送同步数据帧时宽的分布函数为 $S_1(t)$, 则

$$S_1(t) = \sum_{m_1=1}^{SA_i-1} H_1^{*m_1}(t) P_{m_1} + \sum_{m_1=SA_i}^{\infty} H_1^{*SA_i}(t) P_{m_1}. \quad (1)$$

类似地为异步数据定义 $m_2, P_{m_2}, H_2(t), S_2(t)$ 且

$$S_2(t) = \sum_{m_2=1}^{TTRT-TRT-1} H_2^{*m_2}(t)P_{m_2} + \sum_{m_2=TTRT-TRT}^{\infty} H_2^{*TTRT-TRT}(t)P_{m_2}, \quad (2)$$

式中 * 为卷积符号.

(3) 设虚拟服务员的间歇期满足一般分布, 分布函数为 $R(t)$. 设 \bar{R} 为平均间歇时间.

建模策略: 由 FDDI 的工作过程可知, 站点 i 的间歇期是 $i+1, i+2, \dots, N, 1, 2, \dots, i-1$ 各站点发送同步、异步数据帧的时间总和. 这个时间影响着 i 站下一次可服务顾客的数量, 因此各站点之间具有相互制约发送的相关性. 为此我们采用建模策略为: 将全网负载分为较轻负载 (相关性可忽略, 即服务员到达 i 队列时, 所见到的顾客全部能服务) 和重负载 (相关性不能忽略) 两种情况. 本文报道轻负载下 FDDI 的建模, 重负载下 FDDI 的建模将另文报道. 在较轻负载下, 间歇期的分布函数可近似为

$$\left. \begin{aligned} R(t) &= [S_1(t) * S_2(t)]^{*N-1}, \quad (\text{考虑了各个站点的对称性,}) \\ R(s) &= [S_1(s)S_2(s)]^{N-1}, \quad (R(s)\text{是}R(t)\text{的 LS 变换.}) \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

(4) 观察时点的选择. 本文选定的观察时点为每次虚拟服务员的到达时刻. 相邻两个观察时点之间的时间段恰好是一个循环周期. 设循环周期的分布函数为 $Q(t)$.

设令牌循环一周所需时间为 Q , Q 的均值为 \bar{Q} . 设 $Q(t)$ 的 LS 变换为 $Q(S)$, 设令牌不停留地绕环传递一周的时延分布为 $D(t)$, 均值为 \bar{D} .

(5) 设在令牌循环一周中同步顾客数由 m_1 变为 n_1 的转移概率为 P_{m_1, n_1} , 异步顾客数由 m_2 变为 n_2 的转移概率为 P_{m_2, n_2} .

(6) 定义 $\eta_1 = \sum_{m_1=0}^{SA_i-1} P_{m_1}$, 即站点中同步数据个数少于 SA_i 的概率; 定义 $\eta_2 = \sum_{m_2=0}^{TTRT-TRT-1} P_{m_2}$ 即站点中异步数据的个数少于 $TTRT-TRT$ 的概率.

(7) 定义 $L_{p1} = \sum_{m_1=0}^{SA_i-1} P_{m_1}m_1, L_{p2} = \sum_{m_2=0}^{TTRT-TRT-1} P_{m_2}m_2$. L_{p1} 表示部分同步队列平均长度, L_{p2} 表示部分异步队列平均长度.

由以上分析及参数设定可知, 此时的排队模型为

$$\begin{matrix} M^2 & / & G[\text{限制式批处理}] & / & 1 [\text{间歇服务}] & / & \infty \\ \text{两路 Poisson 到达} & & \text{一般分布} & & \text{一个虚拟服务员} & & \text{排队室容量无限} \end{matrix}$$

4 数学解析

4.1 $S_1(s)$ 与 $H_1(s)$ 的关系

令 $S_1(s), H_1(s)$ 分别表示 $S_1(t), H_1(t)$ 的 LS 变换, \bar{S}_1, \bar{H}_1 表示某站点发送同步顾客的平均时间及每个同步顾客发送时间的均值, 由 (1) 式可知

$$S_1(s) = \sum_{m_1=1}^{SA_i-1} H_1^{m_1}(s)P_{m_1} + \sum_{m_1=SA_i}^{\infty} H_1^{SA_i}(s)P_{m_1}.$$

则

$$\begin{aligned}\bar{S}_1 &= -\left.\frac{dS_1(s)}{ds}\right|_{s=0} = -\left(\sum_{m_1=1}^{SA_i-1} m_1 P_{m_1} \left.\frac{dH_1(s)}{ds}\right|_{s=0} + \sum_{m_1=SA_i}^{\infty} P_{m_1} SA_i \left.\frac{dH_1(s)}{ds}\right|_{s=0}\right) \\ &= L_{p1} \bar{H}_1 + (1 - \eta_1) SA_i \bar{H}_1.\end{aligned}\quad (4)$$

其中 $\eta_1 = \sum_{m_1=0}^{SA_i-1} P_{m_1}$, $L_{p1} = \sum_{m_1=1}^{SA_i-1} m_1 P_{m_1}$.

4.2 $S_2(s)$ 与 $H_2(s)$ 的关系

令 $S_2(s)$, $H_2(s)$ 分别表示 $S_2(t)$, $H_2(t)$ 的 LS 变换, \bar{S}_2 , \bar{H}_2 表示某站点发送异步顾客的平均时间及每个异步顾客发送时间的均值, 由 (2) 式可知

$$S_2(s) = \sum_{m_2=1}^{K-1} H_2^{m_2}(s) P_{m_2} + \sum_{m_2=K}^{\infty} H_2^K(s) P_{m_2}.$$

则

$$\begin{aligned}\bar{S}_2 &= -\left.\frac{dS_2(s)}{ds}\right|_{s=0} = -\left(\sum_{m_2=1}^{K-1} m_2 P_{m_2} \left.\frac{dH_2(s)}{ds}\right|_{s=0} + \sum_{m_2=K}^{\infty} P_{m_2} K \left.\frac{dH_2(s)}{ds}\right|_{s=0}\right) \\ &= L_{p2}(K) \bar{H}_2 + (1 - \eta_2) K \bar{H}_2,\end{aligned}\quad (5)$$

其中 $L_{p2}(K) = \sum_{m_2=1}^{K-1} m_2 P_{m_2}$, $\eta_2 = \sum_{m_2=0}^{K-1} P_{m_2}$, $K = \text{TTRT} - \text{TRT}$. 与 (4) 式相比, (5) 式中的 K 是一个变量.

4.3 $Q(s)$ 与 $H_1(s)$, $H_2(s)$ 的关系

令牌的循环周期包括本站点同步数据的发送时间 + 异步数据的发送时间 + 环路延迟 + 间歇期, 因此 $Q(s) = S_1(s)S_2(s)D(s)R(s)$.

$$\begin{aligned}\bar{Q} &= -\left.\frac{dQ(s)}{ds}\right|_{s=0} = \bar{S}_1 + \bar{S}_2 + \bar{D} + \bar{R} = \bar{S}_1 + \bar{S}_2 + \bar{D} + (N - 1)(\bar{S}_1 + \bar{S}_2) \\ &= N(L_{p1} \bar{H}_1 + (1 - \eta_1) SA_i \bar{H}_1 + L_{p2}(K) \bar{H}_2 + (1 - \eta_2) K \bar{H}_2) + \bar{D},\end{aligned}\quad (6)$$

其中

$$\begin{aligned}\bar{R} &= -\left.\frac{dR(s)}{ds}\right|_{s=0} = (N - 1)(\bar{S}_1 + \bar{S}_2) \\ &= (N - 1)(L_{p1} \bar{H}_1 + (1 - \eta_1) SA_i \bar{H}_1 + L_{p2}(K) \bar{H}_2 + (1 - \eta_2) K \bar{H}_2).\end{aligned}\quad (7)$$

4.4 L_{p1} 和 $L_{p2}(K)$ 的求解

虚拟服务员到达时所见同步顾客如果少于 SA_i 则全部服务, 不考虑在发送这些顾客期间新到达的同步顾客. 同样, 在对所见异步顾客进行发送期间仍不考虑新到达的异步顾客. 因此, 下一次虚拟服务员到达时所见的同步 / 异步顾客等于在这个循环周期内新产生的同步 / 异步顾客 + 本次发送剩下的同步 / 异步顾客. L_{p1} 和 L_{p2} 的解法相同, 仅解 L_{p1} .

设虚拟服务员某次到达时所见顾客数为 $m_1 < SA_i$, 下一次到达时顾客数为 n_1 , 则转移概率为

$$P_{m_1, n_1} = \int_0^{\infty} \frac{(\lambda_1 t)^{n_1}}{n_1!} e^{-\lambda_1 t} dQ(t), \quad (8)$$

其中 λ_1 为同步顾客的平均到达率。

如果虚拟服务员到达时所见顾客数为 $m_1 \geq SA_i$ ，下一次到达时为 n_1 ，则转移概率为

$$P_{m_1, n_1} = \int_0^\infty \frac{(\lambda_1 t)^{n_1 - m_1 + SA_i}}{(n_1 - m_1 + SA_i)!} e^{-\lambda_1 t} dQ(t). \quad (9)$$

设 L_1 表示同步队列的平均队长。

$$\begin{aligned} L_1 &= \sum_{n_1=0}^{\infty} P_{n_1} n_1 = \sum_{n_1=0}^{\infty} n_1 \sum_{m_1=0}^{\infty} P_{m_1} P_{m_1, n_1} = \sum_{m_1=0}^{\infty} P_{m_1} \sum_{n_1=0}^{\infty} n_1 P_{m_1, n_1} \\ &= \sum_{m_1=0}^{SA_i-1} P_{m_1} \sum_{n_1=0}^{\infty} n_1 P_{m_1, n_1} + \sum_{m_1=SA_i}^{\infty} P_{m_1} \sum_{n_1=0}^{\infty} n_1 P_{m_1, n_1} \\ &= \eta_1 \int_0^\infty \sum_{n_1=0}^{\infty} n_1 \frac{(\lambda_1 t)^{n_1}}{n_1!} e^{-\lambda_1 t} dQ(t) \\ &\quad + \sum_{m_1=SA_i}^{\infty} P_{m_1} \int_0^\infty \sum_{n_1=0}^{\infty} n_1 \frac{(\lambda_1 t)^{n_1 - m_1 + SA_i}}{(n_1 - m_1 + SA_i)!} e^{-\lambda_1 t} dQ(t). \end{aligned}$$

对于第二项，由于 n_1 表示下一次虚拟服务员所见的同步顾客数，显然 $n_1 \geq m_1 - SA_i$ 。所以，

$$\begin{aligned} L_1 &= \eta_1 \int_0^\infty \sum_{n_1=0}^{\infty} n_1 \frac{(\lambda_1 t)^{n_1}}{n_1!} e^{-\lambda_1 t} dQ(t) \\ &\quad + \sum_{m_1=SA_i}^{\infty} P_{m_1} \int_0^\infty \sum_{n_1=m_1-SA_i}^{\infty} n_1 \frac{(\lambda_1 t)^{n_1 - m_1 + SA_i}}{(n_1 - m_1 + SA_i)!} e^{-\lambda_1 t} dQ(t). \end{aligned}$$

因为

$$\begin{aligned} \sum_{n_1=m_1-SA_i}^{\infty} n_1 \frac{(\lambda_1 t)^{n_1 - m_1 + SA_i}}{(n_1 - m_1 + SA_i)!} &= \sum_{n_1=0}^{\infty} (n_1 + m_1 - SA_i) \frac{(\lambda_1 t)^{n_1}}{n_1!} \\ &= e^{\lambda_1 t} \lambda_1 t + (m_1 - SA_i) e^{\lambda_1 t}, \end{aligned}$$

所以

$$\begin{aligned} L_1 &= \eta_1 \lambda_1 \bar{Q} + \sum_{m_1=SA_i}^{\infty} P_{m_1} \int_0^\infty ((m_1 - SA_i) e^{\lambda_1 t} + e^{\lambda_1 t} \lambda_1 t) e^{-\lambda_1 t} dQ(t) \\ &= \eta_1 \lambda_1 \bar{Q} + (1 - \eta_1) \lambda_1 \bar{Q} + \sum_{m_1=SA_i}^{\infty} P_{m_1} m_1 - SA_i (1 - \eta_1) \\ &= \lambda_1 \bar{Q} - SA_i (1 - \eta_1) + \sum_{m_1=SA_i}^{\infty} P_{m_1} m_1. \end{aligned}$$

即

$$L_{p1} = \lambda_1 \bar{Q} - (1 - \eta_1) SA_i. \quad (10)$$

同理

$$L_{p2}(K) = \lambda_2 \bar{Q} - (1 - \eta_2)K. \quad (11)$$

将 (10), (11) 式代入 (6) 式, 有

$$\bar{Q} = \frac{\bar{D}}{1 - N\lambda_1 \bar{H}_1 - N\lambda_2 \bar{H}_2}. \quad (12)$$

4.5 平均队长

设服务员离开 i 站点时, 同步队列剩余队长的平均值为 \bar{L}_R , 则

$$\bar{L}_R = \bar{L}_1 - \text{每次被服务同步顾客的平均个数}. \quad (13)$$

将 (10) 式代入 (4) 式, 有

$$\bar{S}_1 / \bar{H}_1 = \lambda_1 \bar{Q}. \quad (14)$$

(14) 式表明: 在一次令牌循环中产生的平均同步顾客数恰好是服务员一次服务的平均同步顾客数 (这一点与前面的设定一致)。于是

$$\bar{L}_R = \bar{L}_1 - \bar{S}_1 / \bar{H}_1 = \left(L_{p1} + \sum_{m_1=SA_i}^{\infty} m_1 P_{m_1} \right) - \lambda_1 \bar{Q} = \sum_{m_1=SA_i}^{\infty} (m_1 - SA_i) P_{m_1}. \quad (15)$$

在负载更轻时, (15) 式为 0, 得同步顾客的平均队长:

$$\bar{L}_1 = \lambda_1 \bar{Q}. \quad (16)$$

类似可得异步队列的平均队长。

5 模拟实验

模拟曲线是在如下环境参数设定下得到的: FDDI 单环环路长 48km, 信号在环路上的传播延迟为 $5\mu\text{s}/\text{km}$, 传输速率为 100Mbps, 站点数 N 为 100。

(1) 由图 1 可见, 如果 λ_1 比较小, 则 \bar{Q} 上升很缓慢, 固定 λ_2 时, λ_1 的变换对 \bar{Q} 影响不大。这是因为 λ_1 的增加并未使排队室内同步顾客的增长超过上限值 SA_i 。这一点是符合 FDDI 运行机理的。当 λ_1 变大时, 在 A 点之后, \bar{Q} 急剧增长。这是由于 $N\lambda_1 H_1 + N\lambda_2 H_2$ 趋向于 1 的缘故。这一点由 (12) 式很容易看出。因此 \bar{Q} 表达式存在的条件是 $N\lambda_1 H_1 + N\lambda_2 H_2 < 1$ 。

(2) 由图 1 还可看出, 当 λ_2 减少时, 正常增长区间 $(0, A)$ 变大, 这一点反映了 λ_1 与 λ_2 之间的制约关系。为了增大同步顾客的负载能力, 就应减少异步顾客的负载量。也就是说, 适当提高同步顾客的负载能力是以牺牲异步顾客负载能力为代价的, 反之亦然。

(3) 由图 2 可见, 在环长 (D) 和站点数 (N) 一定的条件下 (对实际 FDDI 网通常是这样), 为了减少平均循环时间 (\bar{Q}), 只能适当增大数据帧的服务率 ($1/H_1$ 或 $1/H_2$), 这一点与改进 FDDI 的途径是一致的。也从一个方面反映了 (12) 式的推导是可信赖的。

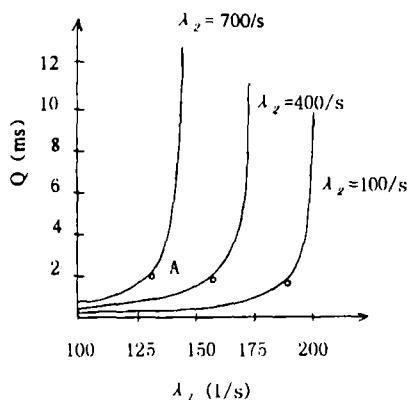


图 1 λ_1 与平均循环时间 Q 的关系
($\bar{H}_1 = \bar{H}_2 = 800\text{bit}$)

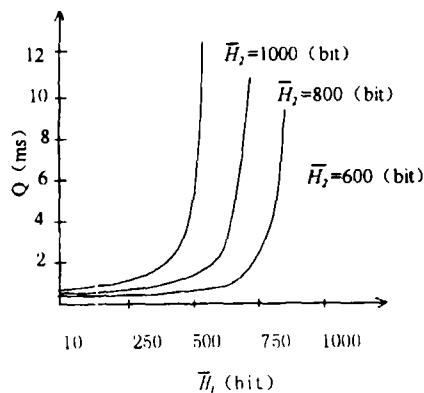


图 2 \bar{H}_1 与平均循环周期 Q 的关系
($\lambda_1 = \lambda_2 = 600/\text{s}$)

参 考 文 献

- [1] Izhak Rubin, James Chien-Hsing Wu. Analysis of an FDDI network supporting stations with single-packet buffers. *Computer Networks and ISDN System*, 1997, 29(4): 250-266.
- [2] 沈建东. 城域网的由来和发展. *电信科学*, 1994, 10(3): 1-7.
- [3] 何杰. 高速计算机网络 FDDI 技术与应用. 北京: 电子工业出版社, 1996, 11, 74-87.
- [4] 逯昭义. 环形 LAN 多令牌存取方式的排队模型. *通信学报*, 1991, 12(5): 15-21.

A QUEUE MODEL OF FIBER DISTRIBUTED DATA INTERFACE

Wang Lihong Lu Zhaoyi Xu Yuebin

(Department of Computer Science and Technology, Qingdao University, Qingdao 266071)

Abstract According to the mechanism of Fiber Distributed Data Interface (FDDI), the characters of the access method are analyzed in order to set up a queue model for FDDI. Under lighter traffic, the mathematical analysis of the model is given, and the results of emulation experiments are illustrated.

Key words Fiber distributed data interface, Metropolitan area network, Queue model

王立宏: 女, 1970 年生, 讲师, 现从事计算机网络体系结构的教学、研究工作。

逯昭义: 男, 1942 年生, 教授(云南大学、烟台大学兼职教授), 本文通信联系人, 现从事计算机网络体系结构、计算机通信网信息量理论的教学、研究工作。

许曰滨: 男, 1950 年生, 教授, 现从事计算机网络与分布系统的教学、研究工作。