

基于多分辨率分析计算波导的 TE 和 TM 模¹

邸英杰 章日荣* 李渠塘* 高新存**

(华北电力大学电子工程系 保定 071000)

*(电子工业部第 54 所研究所 石家庄 050081)

** (河北科技大学 石家庄 050018)

摘 要 本文根据多分辨率分析理论, 给出了计算具有任意横截面波导的 TE 模和 TM 模的一种方法。在该方法中, 用尺度函数把场分量 (E_z 或 H_z) 近似为级数, 通过变分公式把波导问题化为矩阵方程。并且把波导截面分为许多矩形区域, 用三阶 B-样条函数, 推出了矩阵元素的具体表达式。为了验证该方法, 以三种不同的波导为实例进行了计算。

关键词 多分辨率分析, 尺度函数, B-样条, 波导

中图分类号 TN814

1 引 言

对波导中 TE 模和 TM 模的求解, 有很多方法^[1-4], 大多数是以求截止波长为主要目的。得到的场或是以数值形式, 或以积分形式表达。对于数值形式结果, 由于是场域中有限个点上的值, 在其它点上的值必须用插值的方法求出。上述形式的计算结果, 在对其进行数学处理 (如积分, 微分和场值分析) 时都会感到不便。

自多分辨率分析和小波理论发表以来, 它很快被应用于各个领域。在电磁场计算方面的应用, 已发表的文章^[5-7]是把待求量用尺度函数 ϕ 和小波函数 ψ 表达为描述轮廓和细节两部分。与这些文章不同, 本文根据多分辨率分析理论^[8,9], 只利用尺度函数 ϕ 的展缩和平移把波导中的待求场表达为级数形式。这样做计算公式既简单, 又不会出现琐解。当然, 上述文章还没有把多分辨率理论应用于计算波导的 TE 模和 TM 模, 所以本文给出了求解波导问题的又一方法。

2 矩阵方程

2.1 场的多分辨率逼近

由多分辨率分析理论知道^[8,9], 任意平方可积函数 f 可用尺度函数 $\Phi(x, y)$ 近似为

$$f(x, y) \approx \sum_{n, m \in \mathbb{Z}} C_{n, m} \Phi_{j, n, m}(x, y) = \sum_{n, m \in \mathbb{Z}} C_{n, m} 2^j \Phi(2^j x - n, 2^j y - m), \quad (1)$$

其中基函数 $\Phi_{j, n, m}(x, y)$ 是 $\Phi(x, y)$ 经展缩和平移得到的; $C_{n, m}$ 为展开系数。(1) 式右端是 $f(x, y)$ 在 2^{-j} 分辨率上的逼近, 而且通过改变其分辨率能够使近似达到任意精度。

二维空间中的尺度函数 Φ 可以由一维空间的尺度函数 ϕ 得到^[8]: $\Phi(x, y) = \phi(x)\phi(y)$ 。

(1) 式中的基函数, 当 $j = 0$ 时对应的分辨率为 1。若实际问题中不是 1, 而是 x 方向为 Δx , y 方向为 Δy , 则 (1) 式应改写为

¹ 1998-10-16 收到, 1999-07-21 定稿

$$f(x, y) \approx \sum_{n, m \in Z} C_{n, m} \phi(2^j x / \Delta x - n) \phi(2^j y / \Delta y - m), \quad (2)$$

这里已经把 $2^j \Delta x \Delta y$ 归于系数 $C_{n, m}$ 之中。

值得指出的是, 当 (2) 式是波导中待求场 $u(x, y)$ 时, 它是在 x 方向都采用分辨率 $2^{-j} \Delta x$, y 方向都采用分辨率 $2^{-j} \Delta y$ 情况下场的近似表达式。为了节省计算时间和计算机资源, 可以在场变化较快的地方采用高分辨 (j 取较大正整数值), 变化较缓慢的地方采用低分辨 (j 取较小正整数值)。这样不会影响求解精度。可根据分辨率把区域划分为很多部分, r 区域 x 方向都采用分辨率 $2^{-r_x} \Delta x$, y 方向都采用分辨率 $2^{-r_y} \Delta y$, 此时 $u(x, y)$ 表达为

$$u(x, y) = \sum_{r=1}^R \sum_{i=1}^{N_r} C_{r, i} \phi(2^{r_x} x / \Delta x - n_{r_x, i}) \phi(2^{r_y} y / \Delta y - m_{r_y, i}), \quad (3)$$

上式表明 r 区域中平移参数 $(n_{r_x, i}, m_{r_y, i})$ 有 N_r 组不同取值, 且

$$N = \sum_{r=1}^R N_r. \quad (4)$$

选用合适的尺度函数 ϕ 和求出 (3) 式中各个系数 $C_{r, i}$ 后, 波导中的场就确定了。

2.2 矩阵方程

求解均匀波导中传输模的轴向场分量 $u(x, y)$, 等价泛函^[3]:

$$J(u) = \frac{1}{2} \int \int_s \left\{ \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 - k_T^2 u^2 \right\} dx dy \quad (5)$$

的变分问题, 其中 s 为波导截面。 $u(x, y)$ 代表 TE 模的轴向磁场 H_z 或 TM 模的轴向电场 E_z 。对于 TE 模它应满足 Neumann 边界条件, TM 模应满足 Dirichlet 边界条件。 $k_T = 2\pi/\lambda_c$ 为截止波数, λ_c 为截止波长。

把 (3) 式中 $u(x, y)$ 的表达式代入 (5) 式, 并对系数 $C_{r, i}$ 求导使 $J(u)$ 取极值, 得到矩阵方程:

$$[A][C] = k_T^2 [B][C], \quad (6a)$$

其中 $[C]$ 为系数矩阵 $[C_{1,1}, C_{1,2}, \dots, C_{1,N_1}, \dots, C_{r,1}, \dots, C_{r,N_r}, \dots, C_{R,1}, \dots, C_{R,N_R}]^T$, 由 (4) 式知道它为 $N \times 1$ 阶矩阵; $[A]$ 和 $[B]$ 为 $N \times N$ 阶对称矩阵, 与系数 $C_{r_1, i}$, $C_{r_2, j}$ 对应的元素分别为

$$\begin{aligned}
A_{(r_1,i)(r_2,j)} &= \int \int_s \{ \phi'(2^{r_{1x}}x/\Delta x - n_{r_{1x},i}) \phi'(2^{r_{2x}}x/\Delta x - n_{r_{2x},j}) \phi(2^{r_{1y}}y/\Delta y - m_{r_{1y},i}) \\
&\quad \times \phi(2^{r_{2y}}y/\Delta y - m_{r_{2y},j}) + \phi(2^{r_{1x}}x/\Delta x - n_{r_{1x},i}) \phi(2^{r_{2x}}x/\Delta x - n_{r_{2x},j}) \\
&\quad \times \phi'(2^{r_{1y}}y/\Delta y - m_{r_{1y},i}) \phi'(2^{r_{2y}}y/\Delta y - m_{r_{2y},j}) \} dx dy, \quad (6b)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
B_{(r_1,i)(r_2,j)} &= \int \int_s \{ \phi(2^{r_{1x}}x/\Delta x - n_{r_{1x},i}) \phi(2^{r_{2x}}x/\Delta x - n_{r_{2x},j}) \\
&\quad \times \phi(2^{r_{1y}}y/\Delta y - m_{r_{1y},i}) \phi(2^{r_{2y}}y/\Delta y - m_{r_{2y},j}) \} dx dy. \quad (6c)
\end{aligned}$$

假若 $C_{r_1,i}$, $C_{r_2,j}$ 分别是系数矩阵 $[C]$ 的第 l_1 、 l_2 元素, 则 $A_{(r_1,i)(r_2,j)}$ 和 $B_{(r_1,i)(r_2,j)}$ 分别是 $[A]$ 和 $[B]$ 的第 l_1 行、 l_2 列元素. Neumann 边界条件是 (6) 式的自然条件, 由它得到的 $u(x,y)$ 满足此条件.

2.3 矩阵元素

我们知道^[9], m 阶基数 B-样条函数 $N_m(x)$ 可以生成多分辨率分析, 它是一尺度函数. 虽然由它得到的基函数不是正交的, 但它具有紧支撑 $\text{Supp } N_m = [0, m]$ 和良好的局部化特性. 现采用三阶 B-样条函数 $N_3(x)$ 为以上各个表达式的尺度函数 ϕ :

$$N_3(x) = f_0(x)\chi_{[0,1)} + f_1(x-1)\chi_{[1,2)} + f_2(x-2)\chi_{[2,3)}, \quad (7)$$

其中 $\chi_{[n,n+1)}$ 为 $[0,1)$ 区间上的特征函数:

$$\chi_{[n,n+1)}(x) = \begin{cases} 0, & n \leq x \leq n+1; \\ 1, & \text{其它;} \end{cases} \quad f_0(x) = \frac{x^2}{2}; \quad f_1(x) = \frac{3}{4} - (x - \frac{1}{2})^2; \quad f_2(x) = \frac{(x-1)^2}{2}. \quad (8)$$

用 (6) 式计算时, 积分区域 s 无论是否为矩形区域, 都用许多小矩形逼近 (如计算实例 3): $s = s_1 + s_2 + \dots + s_t + \dots + s_K$, 其中 $s_t = [x_{t1}, x_{t2}] \otimes [y_{t1}, y_{t2}]$. 由 (6),(7) 和 (8) 式得到矩阵元素的表达式为

$$\begin{aligned}
A_{(r_1,i)(r_2,j)} &= \sum_{t=1}^K \left\{ 2^{r_{2x}-r_{1y}} \frac{\Delta y}{\Delta x} g_2(n_{r_{1x},i}, n_{r_{2x},j}, r_{2x} - r_{1x}, x_{t1}, x_{t2}) \right. \\
&\quad \times g_1(m_{r_{1y},i}, m_{r_{2y},j}, r_{2y} - r_{1y}, y_{t1}, y_{t2}) \\
&\quad + 2^{r_{2y}-r_{1x}} \frac{\Delta x}{\Delta y} g_1(n_{r_{1x},i}, n_{r_{2x},j}, r_{2x} - r_{1x}, x_{t1}, x_{t2}) \\
&\quad \left. \times g_2(m_{r_{1y},i}, m_{r_{2y},j}, r_{2y} - r_{1y}, y_{t1}, y_{t2}) \right\}, \quad (9a)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
B_{(r_1,i)(r_2,j)} &= \sum_{t=1}^K \left\{ \frac{\Delta x \Delta y}{2^{r_{1x}-r_{1y}}} g_1(n_{r_{1x},i}, n_{r_{2x},j}, r_{2x} - r_{1x}, x_{t1}, x_{t2}) \right. \\
&\quad \left. \times g_2(m_{r_{1y},i}, m_{r_{2y},j}, r_{2y} - r_{1y}, y_{t1}, y_{t2}) \right\}, \quad (9b)
\end{aligned}$$

其中各个函数的表达式为

$$g_1(n_1, n_2, r_2 - r_1, x_1, x_2) = \sum_{l,p=0}^2 \alpha(n_1 + l, n_2 + p, r_2 - r_1, x_d, x_u), \quad (10a)$$

$$x_d = \max\{n_1 + l, (n_2 + p)/2^{r_2 - r_1}, 2^{r_1} x_1 / \Delta x\}, \quad (10b)$$

$$x_u = \min\{n_1 + l + 1, (n_2 + p + 1)/2^{r_2 - r_1}, 2^{r_1} x_2 / \Delta x\}, \quad (10c)$$

$$\alpha(n_1 + l, n_2 + p, r_2 - r_1, x_1, x_2) = \begin{cases} 0, & x_d \geq x_u, \\ I_{lp}(n_1 + l, n_2 + p, r_2 - r_1, x_u) - I_{lp}(n_1 + l, n_2 + p, r_2 - r_1, x_d), & \text{其它}, \end{cases} \quad (10d)$$

$$I_{lp}(n_1, n_2, r, t) = \int f_l(t - n_1) f_p(2^r t - n_2) dt; \quad (10e)$$

$$g_2(n_1, n_2, r_2 - r_1, x_1, x_2) = \sum_{l,p=0}^2 \beta(n_1 + l, n_2 + p, r_2 - r_1, x_d, x_u), \quad (10f)$$

$$\beta(n_1 + l, n_2 + p, r_2 - r_1, x_d, x_u) = \begin{cases} 0, & x_d \geq x_u, \\ I_{lp}^d(n_1 + l, n_2 + p, r_2 - r_1, x_u) - I_{lp}^d(n_1 + l, n_2 + p, r_2 - r_1, x_d), & \text{其它}, \end{cases} \quad (10g)$$

$$I_{lp}^d(n_1, n_2, r, t) = \int f_l'(t - n_1) f_p'(2^r t - n_2) dt. \quad (10h)$$

(10b) 式和 (10c) 式中, \max 为取三个值中的最大值, \min 为取三值中的最小值。由于 $f_0(t)$, $f_1(t)$ 和 $f_2(t)$ 为初等函数, 所以 $I_{lp}(n_1, n_2, r, t)$ 和 $I_{lp}^d(n_1, n_2, r, t)$ 都可以写出具体表达式。

$N_3(x)$ 具有有限支撑, 当 $N_3(2^{r_1x} x / \Delta x - n_{r_1x,i})$ 和 $N_3(2^{r_2x} x / \Delta x - n_{r_2x,j})$ 的支撑域不相交, 或 $N_3(2^{r_1y} y / \Delta y - m_{r_1y,i})$ 和 $N_3(2^{r_2y} y / \Delta y - m_{r_2y,j})$ 的支撑域不相交时, 满足 (10d) 式和 (10g) 式中 $x_d \geq x_u$ 条件, 矩阵元素为零。因为大部分函数间满足这样的条件, 所以 $[A]$ 和 $[B]$ 为稀疏矩阵。

2.4 边界条件的处理

如果要求 (3) 式中的 $u(x, y)$ 满足 Dirichlet 边界条件 $u(x, y)|_{\text{边界}} = 0$, 可以通过修改变分公式 (5) 式, 使该条件成为其自然边界条件。但是这样做会由于数学上的处理使结果出现许多琐解。这里提供另外一种对从 (9) 式得到的矩阵进行修改的方法。

当边界为平行于 y 轴的平面 (图 1), (3) 式中在边界上分布不为零的部分满足

$$C_{r_1,i} N_3(2^{r_1x} \frac{x_0}{\Delta x} - n_{r_1x,i}) + C_{r_2,k} N_3(2^{r_2x} \frac{x_0}{\Delta x} - n_{r_2x,k}) + C_{r_3,l} N_3(2^{r_3x} \frac{x_0}{\Delta x} - n_{r_3x,l}) = 0 \quad (11)$$

时, $u(x, y)$ 满足 Dirichlet 边界条件: $u(x_0, y) = 0$ 。为了方便, 把 (11) 式表达为

$$C_{r_3,l} = k_1 C_{r_2,k} + k_2 C_{r_1,i}, \quad (12)$$

其中

$$\begin{aligned} k_1 &= -N_3(2^{r_2x} x_0 / \Delta x - n_{r_2x,k}) / N_3(2^{r_3x} x_0 / \Delta x - n_{r_3x,l}), \\ k_2 &= -N_3(2^{r_1x} x_0 / \Delta x - n_{r_1x,i}) / N_3(2^{r_3x} x_0 / \Delta x - n_{r_3x,l}). \end{aligned}$$

假若 $C_{r_1,i}$, $C_{r_2,k}$ 和 $C_{r_3,l}$ 分别是系数矩阵 $[C]$ 的第 i' , k' , l' 元素 ($i' < k' < l'$)，对 (6) 式求出的矩阵 $[A]$ 和 $[B]$ 依 (12) 式做这样的修改： l' 行乘 k_2 加于第 i' 行， l' 行乘 k_1 加于第 k' 行； l' 列乘 k_2 加于第 i' 列， l' 列乘 k_1 加于第 k' 列；删除 l' 行 l' 列。矩阵关于所有 l' 做这样的变动后，由 (6) 式求得的结果使 $u(x, y)$ 满足 Dirichlet 边界条件。

当边界为一直角时，在两边界面上满足的条件是相关的，应该用其中独立条件对矩阵做修改。

最后叙述用以上方法计算波导的 TE 或 TM 模的步骤：(1) 根据具体情况把波导截面划为 R 个矩形区域。给定每个矩形区域的分辨率，假如区域 r 中的分辨率为 $2^{-r_x} \Delta x$ 和 $2^{-r_y} \Delta y$ ；(2) 对每个矩形区域进行矩形网格划分（注意，网格可能超出波导截面），由网格节点坐标 (x, y) 可以确定 (3) 式中的平移参量 $n_{r_x,i} = x/2^{-r_x} \Delta x$ 和 $m_{r_y,i} = y/2^{-r_y} \Delta y$ ；(3) 由 (9) 式计算 (6a) 式中矩阵 $[A]$ 和 $[B]$ 各个元素；(4) 求 (6a) 式的本征值问题，得到截止波数 k_T 和系数矩阵 $[C]$ ；(5) 由 (3) 式求出场分布。

3 计算实例

为了验证以上计算方法，这里给出了用它计算的三种波导的结果。由于波导的对称性，只求解部分波导。在对称面上满足 Dirichlet 边界条件时，用上述处理边界条件方法进行处理。

3.1 矩形波导

它是标准的 BJ-120 矩形波导，截面宽边 $a=19.05\text{mm}$ ，窄边 $b=9.52\text{mm}$ 。 x 方向采用分辨率 $a/12$ ， y 方向采用分辨率 $b/12$ 。 (6) 式中求解系数总数 $N=64$ 。与精确解比较发现，在计算结果中前 18 个 TE 模、前 9 个 TM 模的截止波长 λ_c 准确到小数后第一位（以毫米为单位）。

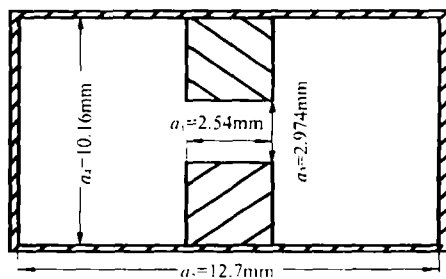


图 2 矩形双脊波导

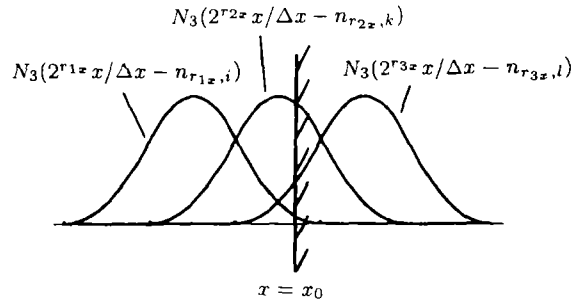


图 1 边界条件

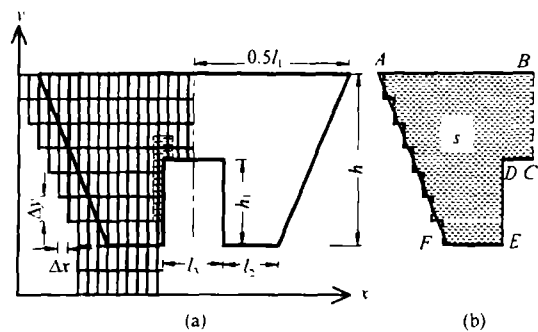


图 3 梯形单脊波导
 $l_1=12.9\text{mm}$, $l_2=2.3\text{mm}$, $l_3=2.5\text{mm}$,
 $h=7.0\text{mm}$, $h_1=3.5\text{mm}$

3.2 矩形双脊波导

它是文献 [1] 给出的波导 (图 2), 只求解四分之一波导。在靠近波导左壁宽 $3a_2/16$, 高 $a_4/2$ 区域 x 、 y 方向采用的分辨率分别为 $a_2/16$ 和 $a_4/20$, 其余部分 x 、 y 方向采用的分辨率分别为 $a_2/32$ 和 $a_4/40$ 。求解系数总数 $N=136$ 。求出的不同 TE 模的截止波长与文献 [1] 的结果相比, 主模的误差最大, 相对误差为 0.76%。

3.3 梯形单脊波导

梯形单脊波导如图 3(a), 波导两斜边的夹角近似等于 45° 。图中虚线是计算中划分的网格, 这里 $\Delta x = (0.5l_1 - l_2 - 0.5l_3)/7$, $\Delta y = h/7$ 。由于对称, 只求解二分之一波导。计算中 (9) 式是用矩形区域逼近波导积分区域 s 的, 如图 3(b) 所示。

由半径分别为 $0.5l_1/\tan 22.5^\circ$ 和 $(l_2 + 0.5l_3)/\tan 22.5^\circ$ 的 45° 两圆弧, 以及沿半径方向长为 h 的直线围成的扇形环波导, 其传输模有精确解。通过对比发现, 梯形单脊波导截止波长较长的几个模的场分布与扇形环波导中相应的模的场分布相近, 所以表 1 中梯形单脊波导模序的划分是以该扇形环波导的 TE 模为依据。

表 1 是几种情况下计算的 TE 模截止波长 λ_c 结果。在 I 中, $x \leq 13\Delta x$ 区域采用分辨率: Δx , Δy 。其余部分 x 方向采用高分辨率 $\Delta x/2$, y 方向分辨率不变。求解系数总数 $N=168$ 。

在 II 中, $x \leq 11\Delta x$ 区域采用分辨率: Δx , Δy 。其余部分 x 方向采

表 1 梯形单脊波导 TE 模截止波长

模	$\lambda_c(\text{mm})$				
	梯形单脊波导				扇形环波导
	I	II	III	有限元	
TE ₁₁	28.87	28.87	28.96	28.87	19.25
TE ₀₁	14.15	14.15	14.17	14.09	13.82
TE ₁₂	13.48	13.48	13.49	13.44	10.76
TE ₂₁	10.95	10.95	10.96	10.97	10.17
TE ₃₁	7.66	7.66	7.67	7.66	7.05
TE ₂₂	7.18	7.18	7.19	7.14	7.20
TE ₁₃	6.87	6.87	6.87	6.83	6.50
TE ₀₂	6.23	6.23	6.24	6.22	6.98
注:	I: $N=168$; II: $N=186$; III: $N=214$				

用高分辨率 $\Delta x/2$, y 方向分辨率不变。求解系数总数 $N=186$ 。这两种情况的结果其精度基本上没有变化 (小数后第三位舍去), 说明增加分辨率的地方不是场剧烈变化的区域, 所以不能提高结果精度。

在 III 中, $x \leq 13\Delta x$ 区域采用分辨率: Δx , Δy 。在脊附近 (见图 3(a) 脊附近阴影部分) 用高分辨率: $\Delta x/4$, $\Delta y/2$ 。其余部分采用分辨率: $\Delta x/2$, Δy 。求解系数总数 $N=214$ 。

按图 3(a) 中的尺寸, 我们加工了一段长度为 l 的梯形单脊波导。在矢量网络分析仪上测出不同频率上 s_{21} 参数的相位差 $2\pi l(\sqrt{1 - (\lambda_1/\lambda_c)^2}/\lambda_1 - \sqrt{1 - (\lambda_2/\lambda_c)^2}/\lambda_2)$ 后 (λ_1 和 λ_2 为已知的两个频率信号在自由空间的波长), 通过上式可以计算波导的截止波长 λ_c 。主模截止波长的实测值为 $\lambda_c=29.23\text{mm}$, 所以在 III 中脊附近提高分辨率, 主模截止波长精度提高的最为明显。因为它的场在脊附近变化很快 (见图 7)。

第五栏是单元总数 $N=175$ 时, 用高次有限元法求得的截止波长。其精度与 I 和 II 接近。

最后一栏是与梯形单脊波导对应的扇形环波导 TE 模截止波长的精确解, 与梯形单脊波导 TE 模对比发现, 两者主模的截止波长相差最多。

(3) 式表示的 TE 模的场 $u(x, y)$ 就是轴向磁场 H_z , 在边界上应满足 Neumann 条件 $\partial H_z/\partial n = 0$ (n 为内法线)。但是, 对于数值结果 $\partial H_z/\partial n$ 值可以很小, 不可能在边界上所有

点都为零。可以检验在边界上其值的精度。要注意的是, (6a) 式求出的系数没有归一化, 画出下面的几条曲线时, 都用图 3(b) 中波导 C 点对应的场幅度值 $|\partial H_z/\partial x|$ 归一化。

图 4 是波导的 AF 边界上 TE_{11} 模的 $\partial H_z/\partial n$ 归一化的比值。曲线开始点对应的横坐标是图 3(b) 梯形单脊波导 A 点的 x 坐标。图中看出, 在 AF 边界 $\partial H_z/\partial n$ 的归一化值很小, 尤其是开始部分。曲线的后半部分起伏相对较大, 如果提高 y 方向分辨率可以得到改善。

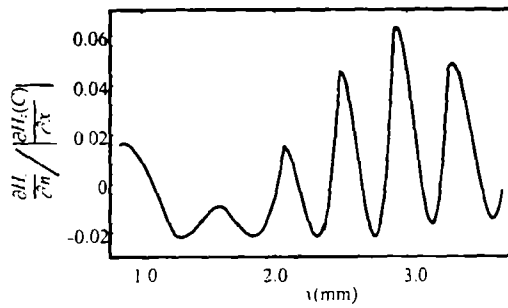


图 4 在边界 AF 上 TE_{11} 模的 $\partial H_z/\partial n$ 的归一化值

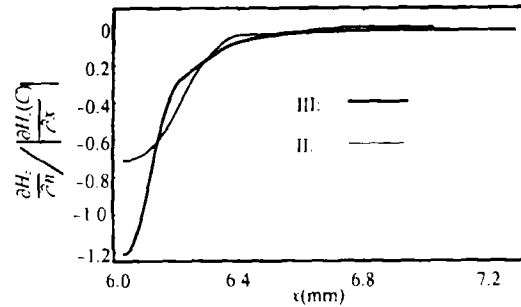


图 5 在边界 DC 上 TE_{11} 模的 $\partial H_z/\partial n$ 的归一化值

图 5, 图 6 分别是脊的 DC , ED 边上 TE_{11} 模 $\partial H_z/\partial n$ 的归一化值。其中 II 和 III 分别与表 1 的 II 和 III 对应。在脊拐角处 TE_{11} 场变化较快, $\partial H_z/\partial n$ 的值较大。III 在脊附近提高了分辨率, 与 II 相比它使部分区域中场的精度得到了改善。

图 7 是根据求出的结果, 画出的 TE 模的电场分布图。

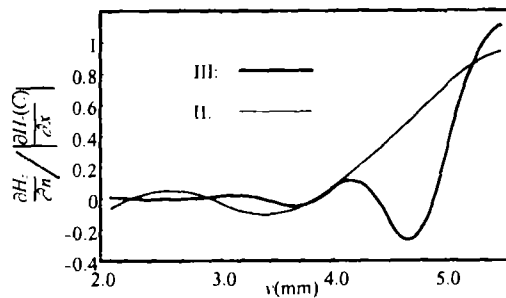


图 6 在边界 ED 上 TE_{11} 模的 $\partial H_z/\partial n$ 的归一化值

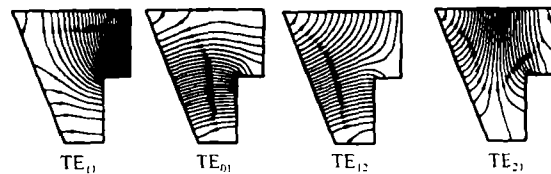


图 7 二分之一梯形单脊波导中部分 TE 模的电场分布

4 结 论

通过以上计算实例可以知道, 利用本文提出的方法计算波导中的 TE 模或 TM 模, 在与高次有限元法计算量相同时, 两者结果的精度相当。但是, 由于得到的场是用尺度函数的级数表示的, 在对场进行数学处理时比有限元等传统方法得到的结果更方便。用得到的 TE 模或 TM 模的轴向场分量来求其它场分量也非常容易。此外, 本文给出的处理 Dirichlet 边界条件的方法, 计算结果中不会出现琐解。

本文把多分辨率理论应用于计算波导的 TE 模和 TM 模, 其结果对于解决有关不规则截面波导问题 (如波导开槽) 是非常有用的。

参 考 文 献

- [1] Montgomery J P. On the complete eigenvalue solution of ridged waveguide. *IEEE Trans. on MTT*, 1971, MTT-19(6): 547-555.
- [2] 曹世昌. 电磁场的数值计算与微波的计算机辅助设计. 北京: 电子工业出版社, 1989, 第三章.
- [3] Israel M, Miniowitz R. An efficient finite element method for nonconvex waveguide based on Hermitian polynomials. *IEEE Trans. on MTT*, 1987, MTT-35(11): 1019-1026.
- [4] Sun W, Balanis C A. MFIE analysis and design of ridged waveguides. *IEEE Trans. on MTT*, 1993, MTT-41(11): 1965-1971.
- [5] Krumpholz M, Katehi L P B. MRTD: new time-domain schemes based on multiresolution analysis. *IEEE Trans. on MTT*, 1996, MTT-44(6): 555-571.
- [6] Steinberg B Z, Leviatan Y. On the use of wavelet expansions in the method of moments. *IEEE Trans. on AP*, 1993, AP-41(5): 610-619.
- [7] Steinberg B Z, Leviatan Y. A multiresolution study of two-dimensional scattering by metallic cylinders. *IEEE Trans. on AP*, 1996, AP-44(4): 572-579.
- [8] Mallat S G. A theory for multiresolution signal decomposition: The wavelet representation. *IEEE Trans. on PAMI*, 1989, PAMI-11(7): 674-693.
- [9] 崔锦泰著, 程正兴译. 小波分析导论. 西安: 西安交通大学出版社, 1995, 17-24.

COMPUTATION OF TE AND TM MODES IN WAVEGUIDES OF ARBITRARY CROSS SECTIONS BASED ON MULTIREOLUTION ANALYSIS

Di Yingjie Zhang Rirong* Li Qutang* Gao Xincun**

(Dept. of Electronic Engineering, North China Electric Power University, Baoding 071000)

*(The 54th Inst. of Electronic Industry Ministry, Shijiazhuang 050081)

**(Hebei Scientific University, Shijiazhuang 050018)

Abstract Based on multiresolution analysis, a method for computation of TE and TM modes in arbitrary cross sections is described. The method uses expansion in terms of scaling functions to approximate the axial field component (E_z or H_z) and transforms the field equation into a matrix equation by applying a variational formulation. The matrix elements are formulated by dividing the waveguide cross section into rectangles and using third-order B-spline. Numerical examples are provided for various waveguides to show the validity and effectiveness of the method.

Key words Multiresolution analysis, Scaling function, B-spline, Waveguide

邸英杰: 男, 1962 年生, 博士, 现主要从事天线及微波技术应用等研究工作.

章日荣: 男, 1931 年生, 研究员, 博士生导师, 电子学会会士, 国家有突出贡献专家, 全国劳动模范, 长期从事通信、遥感、测控和侦察对抗等天线研究工作, 获国家级、部级科技奖 8 项, 著有专著 4 部, 发表论文 105 篇, 获全国优秀图书奖一部, 中国电子学会论文奖三篇.

李渠塘: 男, 1937 年生, 研究员, 博士生导师, 中国天线学会委员, 电子科大教授, 主要从事微波测控、通信对抗领域天线的研究与设计工作.

高新存: 女, 1955 年生, 讲师, 主要的研究工作有: 大学物理实验, 数值计算方法.