

## 两种插值信道估计方法的比较

张庆荣<sup>①②</sup> 李道本<sup>①</sup>

<sup>①</sup>(北京邮电大学信息工程学院 北京 100876)

<sup>②</sup>(江南大学通信与控制工程学院 无锡 214122)

**摘要** 在瑞利衰落信道中,使用时分复用的导频信号辅助的信道估计方案时,提出了在使用极大似然方法估计出导频符号的信道参数之后,再利用一个时隙上所有导频符号的 Chebyshev 多项式的数学插值估计数据符号信道参数的方法。同时比较了分段线性插值加递归的信道估计方法。仿真结果表明,使用 Chebyshev 多项式的数学插值估计信道参数的方法比使用线性插值加线性递归的信道估计方法能更好的改善系统的性能。

**关键词** CDMA, 信道估计, Chebyshev 多项式, 插值, 递归

中图分类号: TN914.53

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2006)12-2339-04

## Comparison of Two Channel Estimation Interpolation Methods

Zhang Qing-rong<sup>①②</sup> Li Dao-ben<sup>①</sup>

<sup>①</sup>(Information Engineering School, Beijing University of Posts and Telecommunications, Beijing 100876, China)

<sup>②</sup>(Communication and Control Engineering School, Southern Yangtze University, Wuxi 214122, China)

**Abstract** The pilot-assisted channel estimation method is studied in time-division multiplexing Rayleigh fading channel. A channel tracking method is proposed by using the Chebyshev interpolation polynomials after the channel coefficients of pilot symbols in a time-slot being estimated employing ML estimation. It is compared with the segment linear interpolation method with regression. The simulation results show that the method can track the fading channel accurately. By using the proposed estimation method, the system's BER performance can be improved distinctly.

**Key words** CDMA, Channel estimation, Chebyshev polynomial, Interpolation, Regression

### 1 前言

在采用时分复用的导频帧结构时,用户发送的每个数据帧都由导频符号和信息符号组合而成。接收端在导频符号期间对接收信号进行处理,判断出多径信道的实际参数;在相邻两个导频符号之间的数据段不进行信道的实时跟踪。因此,各时隙中信息段的信道参数只能根据对导频段的信道参数估计值来估计。一般可以通过数学插值法、Wiener 滤波器或多时隙平均法等算法来实现。

以往的数学插值法是对相邻两个导频符号进行处理,判断出多径信道的实际参数,而相邻两个导频符号之间的数据段的信道参数则由线性或高阶的多项式分段插值得到<sup>[1,2]</sup>。因此,各时隙中数据段的信道参数只能根据对其相邻的两个导频段的信道参数估计值来估计,这种方法对参数变化剧烈的信道不适用。文献[3]中提出了在连续导频方案中,在使用极大似然估计方法得到导频符号的信道参数之后,不是直接给相应的数据符号用,而是通过对一定长度的导频符号的线性或高阶的递归平滑之后,再给相应的数据符号使用的方法,相应的系统性能比直接将导频符号的信道参数作数据符号的信道参数使用的系统性能改善 1dB。

本文提出了使用时分复用的导频方案中,利用一个时隙上所有导频符号的信道参数的极大似然估计值,采用 Chebyshev 多项式作为插值多项式,通过对一个时隙上的导频符号信道参数估计值的 Chebyshev 多项式拟合出接近实际的信道响应,然后通过插值方法得到各数据符号上的信道参数的估计方法。在 LASMAX 系统中的仿真结果表明,该方法不仅能保证信道参数估计的准确性,而且系统的接收机误比特率性能比采用单独的分段线性插值的信道估计方法,及分段线性插值加递归的方法更好。

### 2 信道模型及物理帧结构

无线移动通信信道在数学上可以表示为时变线性滤波器,该线性滤波器可以表示为时变信道冲激响应  $h(\tau;t)$ ,它是信道在  $t-\tau$  时刻加入冲激而在  $t$  时刻的响应。 $h(\tau;t)$  可以一般性的表示为<sup>[4]</sup>

$$h(\tau;t) = \sum_{l=1}^L h_l(t)\delta(\tau - \tau_l) \quad (1)$$

其中  $h_l(t)$  表示第  $l$  条多径传播路径上可能的时变衰落因子,  $\tau_l$  是相应的延迟。如果假设一个符号周期内,  $h_l(t)$  是不变的,则式(1)可以写成

$$h(\tau) = \sum_{l=1}^L h_l\delta(\tau - \tau_l) \quad (2)$$

这样,我们就可以首先通过极大似然方法估计出导频符号的信道因子  $h_p$ , 然后再由它得到数据符号的信道因子  $h_D$ 。

在系统下行链路中导频和数据符号采用了时分复用的结构。图1为一个时隙(slot)的帧结构示意图。其中每个符号  $P$  表示一个导频符号,  $D$  为数据符号,  $N$  为这个时隙中总的符号数。在前  $(N-n_2)$  个符号中的导频符号与数据符号排列方式和第1个标出的  $n_1$  个符号相同, 最后的  $n_2$  个符号的排列方式如图1。这样, 一个时隙中最后一个符号总是导频符号。采用这种结构的原因是可以根据信道变化的快慢, 调整  $n_1$  的大小, 即在信道变化快的时候, 将  $n_1$  减小, 在信道变化慢的时候将其增大; 但在信道快速变化时, 并不是  $n_1$  取得越小越好, 而是存在一个最优值。在本文第4节的仿真中,  $N=128$ ,  $n_1=8$ ,  $n_2=8$ 。这样, 总的导频符号为  $m=17$  个, 数据符号为 111 个。这样设计帧结构的目的是可以改变导频和数据符号的比例, 以适应不同的移动速度对导频准确度的要求。

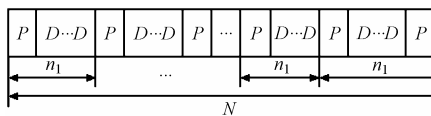


图1 一个时隙的帧结构

Fig.1 Frame structure in a time-slot

### 3 信道估计

在时分复用导频频帧结构中, 对于两个导频符号之间数据上的信道参数, 通常使用函数系  $\{x^k\}_{k=0}^n$  来进行插值, 这是由于其低的运算复杂度和比较好的性能。一般使用分段线性插值( $n=1$ )或高斯二次插值( $n=2$ ); 使用更高阶( $n>2$ )的也有, 但是对系统性能仅仅获得边缘性的改进<sup>[1,2]</sup>, 却增加了运算复杂度。

给定数据  $\{(x_i, y_i), i=1, \dots, m\}$ , 我们取基函数为  $\{x^k\}_{k=0}^n$ , 用多项式  $p(x) = a_0 + a_1x + \dots + a_nx^n$  作为数据  $\{(x_i, y_i), i=1, \dots, m\}$  的线性最小二乘拟合。此时拟合多项式的法方程组的系数矩阵是  $n+1$  阶的 Hilbert 矩阵。当  $n$  较大时, 它是极端病态的<sup>[5]</sup>。

实际计算中, 用来替代实际函数的近似多项式  $p(x)$  需要反复用于数值计算时, 若不影响计算结果所需要的精度要求, 而能降低  $p(x)$  的次数, 可以减少计算量, 这正是我们需要的。在  $[-1, 1]$  上,  $\{x^k\}_{k=0}^n$  和  $\{T_k(x)\}_{k=0}^n$  都是一组线性无关的函数, 其中  $T_k(x)$  为  $k$  阶 Chebyshev 多项式, 所以都可以作为  $P_n[-1, 1]$  的一组基函数, 并且它们可以相互线性表示。而经验表明, 取低次 Chebyshev 多项式作为数据的线性最小二乘拟合的基函数, 能够得到很好的效果。  $N$  次 Chebyshev 多项式相邻 3 项的递推关系为  $T_0(x) = 1$ ;  $T_1(x) = x$ ;  $T_{n+1}(x) = 2xT_n(x) - T_{n-1}(x)$ ,  $n = 1, 2, \dots$ 。

使用 Chebyshev 多项式, 根据一个时隙中  $m$  个导频符号的信道参数估计值  $\{(x_i, y_i), i=1, \dots, m\}$ , 求信道参数的线性最小二乘拟合的计算步骤如下。

$$(1) \text{ 取 } a=1, b=N, \text{ 计算 } t_i = \frac{2x_i - (a+b)}{b-a}, i=1, \dots, m;$$

其中  $x_i$  为各导频点的坐标值。

(2) 计算  $T_k(t_i)$  ( $k=0, 1, \dots, l; i=1, \dots, m$ ); 其中  $l$  为使用 Chebyshev 多项式的阶数。

$$(3) \text{ 计算内积 } (T_j, T_k) = \sum_{i=1}^m T_j(t_i) T_k(t_i), j, k=0, 1, \dots, l;$$

$\mathbf{b} = (y, T_k) = \sum_{i=1}^m y_i T_k(t_i)$ ,  $k=0, 1, \dots, l$ 。其中  $y_i$  为各导频符号的信道参数估计值。

$$(4) \text{ 求方程组 } (T_j, T_k) \mathbf{c} = \mathbf{b} \text{ 的解, } \mathbf{c} = [c_0, c_1, \dots, c_l]^T。$$

(5) 由步骤(4)得到拟合多项式  $\varphi(x) = c_0 T_0'(x) + c_1 T_1'(x) + \dots + c_l T_l'(x)$ ; 其中  $T_k'(x) = T_k'(t(x)) = T_k\left(\frac{2x - (a+b)}{b-a}\right)$ 。

(6) 由多项式  $\varphi(x)$  计算数据段的信道参数估计值。

根据文献[3]中的递归方法, 我们将其改造, 使用到时分复用的导频方案中, 其求信道参数的线性最小二乘拟合的计算步骤如下。

(1) 对  $m$  个导频符号的信道参数估计值  $\{(x_i, y_i), i=1, \dots, m\}$  进行分段线性插值, 得到数据符号的信道参数估计值  $\{(x_i^{(L)}, y_i^{(L)}), i=1, 2, \dots, N-m\}$ 。

(2) 按文献[3]中的方法对  $\{(x_i^{(L)}, y_i^{(L)}), i=1, 2, \dots, N-m\}$  按一定的长度进行递归。

(3) 将步骤(2)中递归的结果  $\{(x_i^{(R)}, y_i^{(R)}), i=1, 2, \dots, N-m\}$  作为数据符号的信道参数估计值。

通过分析, 每计算一个数据符号的信道参数值, 使用 Chebyshev 多项式插值的信道估计方法比分段线性插值方法增加的运算复杂度为  $O(l^2 + 2l)$ , 但是由于  $l$  一般小于 6, 所以是能够承受的。同时, 存在时延问题和存储空间占用比分段线性插值方法大的问题。

### 4 仿真结果与分析

在 COSSAP 通信仿真平台上, 对使用 Chebyshev 多项式插值的信道估计方法和分段线性插值之后再递归的信道估计方法进行了仿真, 同时作为比较, 给出了理想信道估计和分段线性插值信道估计方法的系统性能。仿真的系统为单用户 2 发 2 收的 LASMAX 系统, 这是由于 LAS 码间的零相关窗特性<sup>[6]</sup>, 码间干扰在零窗内为零, 而我们处理的多径的数目在零窗内, 因此, 多用户和单用户性能是相同的。码片速率为 1.2288 Mchips/s。其中的 Rake 接收机合并径数为 3 径, 接收机中多用户检测算法为 ZF。仿真时假设在接收端的 chip, 符号及帧完全同步。仿真条件为: 数据符号扩频码为 LAS2000<sup>+</sup> 组码的第 1 组, 导频符号的扩频码是一个节点出来的两个基本 LS 码(即互相关特性理想的两个码), 扩频增益均为 16; 信道估计为插入导频符号辅助的信道估计; 信道模型为 ITU-VA 5 径信道模型; 调制方式是 16QAM; 车速分别取 60 与

120km/h; 载频为 2GHz, 两个车速下分别仿真了加信道编码与不加信道编码的系统性能, 信道编码采用的是TPC(32,26)。仿真结果如图 2—图 6 所示。其中图标索引中order后的数字是使用Chebyshev多项式的阶数, ideal表示理想信道估计时的性能, linear表示分段线性插值信道估计, QReg及Lreg分别表示分段线性插值后二次及线性递归的信道估计方式, 其后跟的数字是递归的长度, 这个长度是仿真得到的最优值。

首先在比特信噪比为 20dB的情况下, 仿真了不同车速下不同阶Chebyshev多项式插值的信道估计时系统的误比特率性能, 如图 2。从图中可以看到, 在移动速度小于 100km/h 时, 采用 2 阶Chebyshev多项式插值的信道估计方法就可以使系统的误比特率小于  $10^{-3}$ ; 在移动速度为 100~200km/h 时, 需要采用 4 阶Chebyshev多项式插值的信道估计; 而在移动速度大于 200km/h后, 比较合适的Chebyshev多项式阶数为 6 阶。同时从图 2 可以看到, 在移动速度大于 200km/h后, 并不是使用更高阶的多项式插值就能使系统性能改善更多, 在使用 8 阶或 10 阶多项式插值之后, 系统性能比采用 6 阶的还差。在低速到中速的时候, 使用较低阶多项式插值系统性能就可以获得很大的改善, 这是由于此时信道变化缓慢。在高速时, 需要使用 3 到 6 阶多项式来进行插值, 但不适宜高于 6 阶, 否则, 信道估计的复杂度及时延增加很大。如果为了能跟踪信道的变化, 就需要先估计出移动台的移动速度<sup>[7]</sup>, 再采用相应阶数的Chebyshev多项式插值进行信道估计。如果使用固定的Chebyshev多项式阶数, 推荐使用 4 阶或 5 阶, 这样系统性能在各种不同移动速度之下能达到综合最优。

图 3 是在 60km/h不加信道编码时的系统性能, 从图 3 中可以看到, 采用 2 阶Chebyshev多项式插值的信道估计方法比采用分段线性插值的信道估计方法的系统BER性能在  $10^{-3}$ 时改善 1.3dB, 比分段线性插值后线性递归的方法改善 0.6dB。加了信道编码之后, 从图 4 可以看到, 系统性能提高了更多, 已经在大多数时候和理想信道估计的性能相当, 比分段线性插值后线性递归的方法改善 0.7dB。

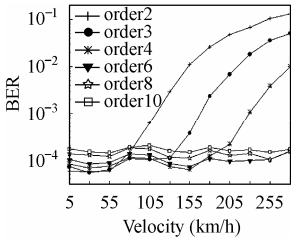


图 2 车速和多项式阶数对系统性能的关系

Fig.2 System performance under polynomials order versus mobile velocities

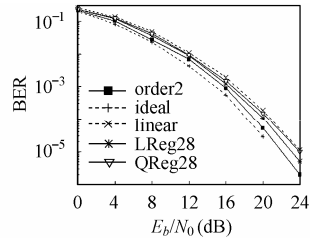


图 3 60km/h 无信道编码时系统性能

Fig.3 System performance without channel coding when velocity=60km/h

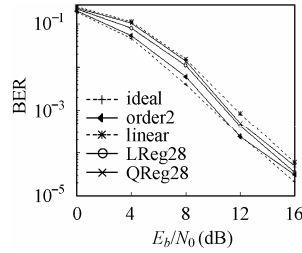


图 4 60km/h 加信道编码时系统性能

Fig.4 System performance with channel coding when velocity=60km/h

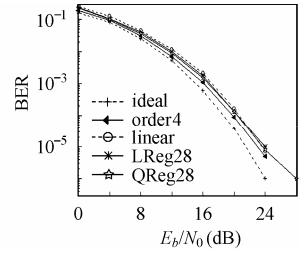


图 5 120km/h 无信道编码时系统性能

Fig.5 System performance without channel coding when velocity=120km/h

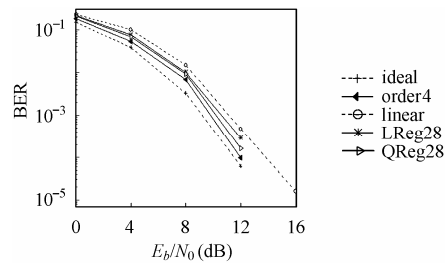


图 6 120km/h 加信道编码时系统性能

Fig.6 System performance with channel coding when velocity=120km/h 后, 均比使用分段线性插值的信道估计方法的系统性能提高 1dB 左右, 比分段线性插值后线性递归的方法改善 0.5dB 左右。

由于分段线性插值只利用了相邻两个导频符号的衰落信息, 故存在一定的插值误差, 尤其是在两个导频符号中间的数据符号, 距离两端的导频符号处的已知衰落信息较远, 会引起较大的估计误差, 从而可能使相位纠偏后的解调数据产生误码, 影响接收机性能。而我们提出的方法将一个时隙的导频符号的参考衰落信息都用来进行数据符号的信道衰落因子估计, 并且对各个参考衰落信息采用了高阶插值处理。由于较多地利用了参考信息, 并且使用了非线性插值估计算法, 很显然提高了估计算法的精度。

从仿真结果来看, 之所以使用本文中的方法比分段线性插值后线性递归的信道估计方法性能好, 是由于文献[3]中的信道估计方法是基于连续导频信道的, 所以可以很好地平滑导频符号上的高斯噪声干扰, 而本文中的方法是基于插入导频符号的信道估计, 两个导频符号之间的间隔比较大, 所以其平滑作用体现不出来, 因此, 对系统性能的改善不如使用 Chebyshev 多项式插值的信道估计方法明显。

从图 3—图 6 可以看到, 分段线性插值后线性递归比二次递归的信道估计方法的系统性能略好。

### 5 结束语

由于在系统中, 信道的最大多普勒频移变化范围大, 其信道参数变化速率也比较大, 因而原来的线性插值的信道估计方法不能满足系统要求。本文提出使用 Chebyshev 多项式插值的信道估计方法, 通过在一个时隙的不连续的导频符号

从图 5 及图 6 的 120km/h 时的仿真结果, 我们也可以看到, 系统性能在使用 Chebyshev 多项式插值的信道估计方法

上对导频符号信道参数的总的插值及平滑, 来估计一个时隙中数据段的信道参数, 从而改善系统的性能。仿真结果证明, 该方法在中、低速的情况下, 能显著改善系统性能, 在高速的情况下, 对系统的性能改善也是很明显的。建议使用 Chebyshev 多项式插值的信道估计方法进行信道估计时, 多项式的阶数不宜大于 6 阶, 否则运算复杂度增加较大。

### 参 考 文 献

- [1] Sun Q. Effect of channel estimation error on the performance of MIMO and CDMA with multiuser detection[D]. [Ph. D Dissertation], Stanford University, 2001.
- [2] Sun Qinfang, Cox D C. Training-based channel estimation for continuous flat fading BLAST. IEEE International Conference on Communications (ICC)2002. New York, New York. Apr 28-May 2, 2002, Vol.1: 325-329.
- [3] Wang Gang, Li Yonghui, Dong Jiangbo, Li Daoben. Channel estimation based on continuous pilot channel with regression in LAS-CDMA. IEEE Veh Technol Conf., Orlando, Florida, USA. VTC 2003 Fall. Vol.58, No.4: 2391-2395.
- [4] Proakis J G. Digital communication[M]. 3rd ed. New York: McGraw-Hill, 1995: 11-13.
- [5] 林成森编著. 数值计算方法(下)[M]. 北京: 科学出版社, 1998: 91-93.
- [6] Li Daoben. The perspectives of large area synchronous CDMA technology for the fourth-generation mobile radio[J]. *IEEE Communications Magazine*, 2003, 41(3): 114-118.
- [7] Tepedelenlioglu C, Abdi A, Giannakis G B, Kaveh M. Estimation of Doppler spread and signal strength in mobile communications with applications to handoff and adaptive transmission. *Wireless Communications and Mobile Computing*. 2001, 1(2): 221-242.

张庆荣: 男, 1974 年生, 副教授, 主要研究方向为多用户检测算法、信道估计算法研究以及 MIMO 系统多用户信道及接收机算法设计。

李道本: 男, 1939 年生, 教授, 博士生导师, 研究方向为信号与信息处理、调制与编码、码分多址通信。