

## 有限厚度衬底非对称共面线的基本参数<sup>1</sup>

杜正伟 阮成礼

(电子科技大学应用物理所 成都 610054)

**摘 要** 本文首先利用保角变换法分析了自由空间中的非对称共面线,得到了其严格解,然后给出了任意多层有限厚度衬底非对称共面线的有效介电常数、单位长度线电容、特性阻抗和导波波长的闭合形式的解析表达式。这些分析对微波毫米波集成电路的设计有意义。

**关键词** 共面线, 非对称, 有效介电常数, 特性阻抗, 导波波长

**中图分类号** TN015, TN811

### 1 引 言

共面传输线可以广泛用于微波毫米波和光学集成电路<sup>[1,2]</sup>。非对称共面线包括嵌在介质衬底上的两个不等宽的金属带,两带之间有一窄槽。这样做的好处是便于与其它类型的传输线(如槽线<sup>[3]</sup>、共面波导<sup>[4]</sup>和微带线)相连接,与对称共面线相比,非对称共面线更容易与两端的器件并联连接<sup>[1]</sup>。

对称共面线分析起来较为简单,已有大量文献<sup>[4-7]</sup>进行了讨论,而非对称共面线则分析的较少。文献[1]用保角变换法得到了衬底为无限大的非对称共面线的特性阻抗,文献[8]利用文献[1]的结果分析了非对称共面线、非对称耦合带状线和非对称耦合微带线的特性阻抗。把文献[1,8]的结果退化成对称(即等宽)共面线时,其结果与文献[6]的不一致。由于文献[1]没有写出分析的过程,本文作者无法指出其分析中可能存在的问题。

本文在分析自由空间中的非对称共面线,得到其严格解的基础上,得到了有限厚度并推广到了任意多层衬底的非对称共面线的有效介电常数、单位长度线电容、特性阻抗和导波波长等基本参数的公式。这些公式简单、精确,对于微波毫米波和光学集成电路的设计、微波CAD都有应用价值。以下都是在金属为无限薄、无耗、只有TEM波传播的假设的基础上进行分析的。

### 2 自由空间中的非对称共面线

在自由空间中, $z_1$ 平面上,有一个两电极为 $AB$ 和 $EF$ 的不等宽共面传输线如图1所示。为了得到便于分析的已知的结构,我们作双线性变换:

$$z_1 = z_0 + \lambda / (z_2 + \nu), \quad (1)$$

式中 $\lambda, \nu$ 和 $z_0$ 为待定常数,则 $z_1$ 平面上的不等宽共面传输线就变为 $z_2$ 平面上的等宽的共面传输线。把 $z_1$ 与 $z_2$ 平面上对应点的值代入(1)式,整理后有

<sup>1</sup> 1997-03-17 收到, 1997-09-23 定稿

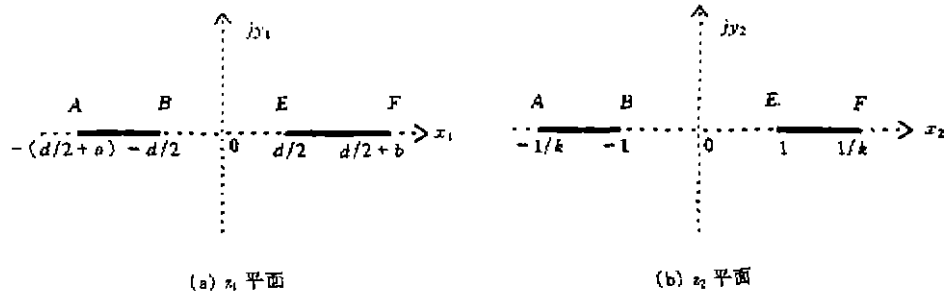


图 1 自由空间中的非对称共面线及其变换

$$\frac{1}{ab} = \frac{1}{\lambda^2} \frac{(\nu^2 - x^2)(\nu^2 - 1)}{(1 - x^2)}, \quad (a + b + c)d = \frac{4x\lambda^2}{(\nu^2 - x^2)(\nu^2 - 1)}, \quad x = 1/k. \tag{2}$$

$k$  为待定常数，求共面线的基本参数时只关心  $k$  的值， $\lambda, \nu, z_0$  的值不必求出，因此有

$$(a + b + d)dx^2 - 2[2ab + (a + b + d)d]x + (a + b + d)d = 0. \tag{3}$$

(3) 式有两个根，但由于必须有  $x > 1$ ，因此结合 (2) 式只能取如下一个根：

$$k = \frac{1}{x} = \frac{(a + b + d)d}{2ab + (a + b + d)d + 2\sqrt{a^2b^2 + abd(a + b + d)}}. \tag{4}$$

因此，其单位长度线电容为

$$C_0 = \epsilon_0 K(k')/K(k), \tag{5}$$

式中  $K(k)$  是第一类完全椭圆积分， $k' = \sqrt{1 - k^2}$ 。把 (4) 式与文献 [1] 对比，可知不一致，而且即使取近似也不能一致，由前面我们的分析知，本文的结果是正确的。另外，为了验证本文的 (4) 式的正确性，我们令  $d = s, a = b = w$ ，即对称共面线，代入 (4) 式则有

$$k = s/(s + 2w). \tag{6}$$

与文献 [6] 中对称共面线的公式 (此公式已被广泛接受且非常容易证明) 完全一样，由前面的分析可知其为严格解；而由文献 [1] 得到的  $k = \sqrt{s(s + 2w)}/(s + w)$  与文献 [6] 中的公式不一致，而且只有在  $w \ll s$  时才一致，而此时由 (6) 式知  $k = 1$ ，已无实际意义，因此可以预料文献 [1] 的结果不是由本文的结果取近似得到的。由于文献 [1] 没有写出分析的过程，本文作者无法指出其分析中可能存在的问题。用文献 [1] 中的公式计算在某些情况下离真值差得很大，不能用。文献 [1] 给出的导波波长与自由空间中相应的波长的比值的实验结果与由其给出的公式算出的理论结果相差较大，该实验结果不能说明其公式的准确性。由于文献 [8] 直接引用文献 [1] 的结果分析非对称的耦合传输线，因此文献 [8] 中的与此有关的公式都是不准确的。其它文献如果引用了文献 [1] 的公式的也都是不准确的。

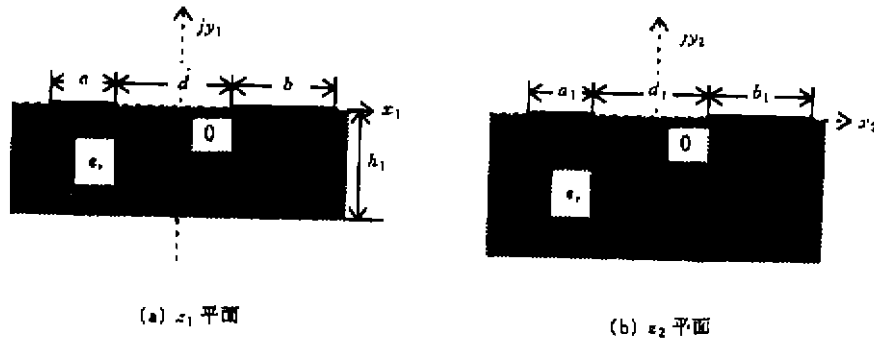


图 2 单层有限厚度衬底非对称共面线及其变换

### 3 单层有限厚度衬底非对称共面线

图 2(a) 中的  $z_1$  平面上的边值问题可以用如下双曲正弦函数变为如图 2(b) 中的  $z_2$  平面上的嵌在无限大衬底上的非对称共面线:

$$z_2 = \sinh[\pi z_1 / (2h_1)]. \quad (7)$$

根据几何关系, 有

$$a_1 = \sinh\left[\frac{\pi}{2h_1}\left(\frac{d}{2} + a\right)\right] - \sinh\left(\frac{\pi d}{4h_1}\right), \quad b_1 = \sinh\left[\frac{\pi}{2h_1}\left(\frac{d}{2} + b\right)\right] - \sinh\left(\frac{\pi d}{4h_1}\right), \quad (8a)$$

$$d_1 = 2\sinh[\pi d / (4h_1)]. \quad (8b)$$

于是, 由对称共面线的研究成果<sup>[5-7]</sup>和上一节可得其单位长度线电容为:

$$C = C_0 + C_1, \quad C_1 = (1/2)\epsilon_0(\epsilon_r - 1)K(k'_1)/K(k_1), \quad (9)$$

式中  $k'_1 = \sqrt{1 - k_1^2}$ ,

$$k_1 = \frac{(a_1 + b_1 + d_1)d_1}{2a_1b_1 + (a_1 + b_1 + d_1)d_1 + 2\sqrt{a_1^2b_1^2 + a_1b_1d_1(a_1 + b_1 + d_1)}}. \quad (10)$$

对于单层有限厚度衬底非对称共面线的特性阻抗和有效介电常数可以分别写成如下形式:

$$Z_0 = \frac{120\pi}{\sqrt{\epsilon_{eff}}} \frac{K(k)}{K(k')}, \quad \epsilon_{eff} = \frac{C_0 + C_1}{C_0} = 1 + \frac{\epsilon_r - 1}{2} \frac{K(k)}{K(k')} \frac{K(k'_1)}{K(k_1)}. \quad (11)$$

### 4 两层和任意多层有限厚度衬底非对称共面线

首先讨论如图 3(a) 所示的两层衬底. 图 3(a) 中的非对称共面线可看成由图 3(b)—3(d) 中的三个结构的非对称共面线构成, 其单位长度总线电容为这三个共面线单位长度线电容之和. 这种处理方法已被文献<sup>[5-7]</sup>证明是可以得到非常精确的解的. 于是由前面两节的内容可以得到

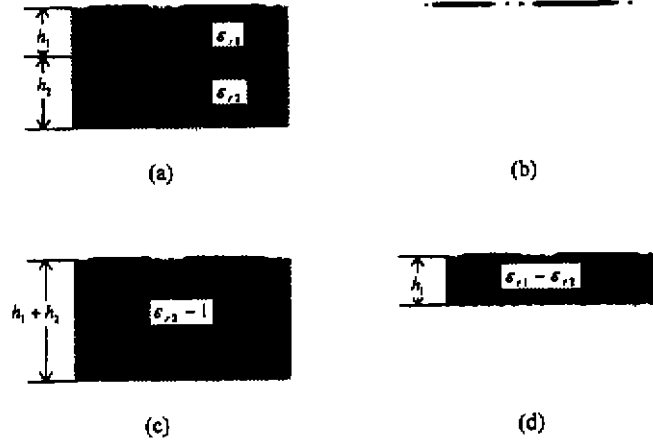


图3 两层有限厚度衬底非对称共面线

$$C_2 = \frac{1}{2} \epsilon_0 (\epsilon_{r1} - \epsilon_{r2}) \frac{K(k'_1)}{K(k_1)}, \quad C_3 = \frac{1}{2} \epsilon_0 (\epsilon_{r2} - 1) \frac{K(k'_2)}{K(k_2)}, \quad (12)$$

$$k_2 = \frac{(a_2 + b_2 + d_2)d_2}{2a_2b_2 + (a_2 + b_2 + d_2)d_2 + 2\sqrt{a_2^2b_2^2 + a_2b_2d_2(a_2 + b_2 + d_2)}}, \quad (13)$$

式中

$$a_2 = \sinh \left[ \frac{\pi}{2(h_1 + h_2)} \left( \frac{d}{2} + a \right) \right] - \sinh \left[ \frac{\pi d}{4(h_1 + h_2)} \right], \quad (14a)$$

$$b_2 = \sinh \left[ \frac{\pi}{2(h_1 + h_2)} \left( \frac{d}{2} + b \right) \right] - \sinh \left[ \frac{\pi d}{4(h_1 + h_2)} \right], \quad d_2 = 2 \sinh \left[ \frac{\pi d}{4(h_1 + h_2)} \right]. \quad (14b)$$

因此有

$$Z_0 = \frac{120\pi}{\sqrt{\epsilon_{eff}}} \frac{K(k)}{K(k')}, \quad \epsilon_{eff} = \frac{C_0 + C_2 + C_3}{C_0} = 1 + \frac{q_1(\epsilon_{r1} - \epsilon_{r2})}{2} + \frac{q_2(\epsilon_{r2} - 1)}{2}, \quad (15)$$

$$q_1 = \frac{K(k)}{K(k')} \frac{K(k'_1)}{K(k_1)}, \quad q_2 = \frac{K(k)}{K(k')} \frac{K(k'_2)}{K(k_2)}. \quad (16)$$

显然, 以上分析可以推广到有任意多层有限厚度衬底的非对称共面线的情形。当有  $n$  层衬底时, 有

$$Z_0 = (120\pi/\sqrt{\epsilon_{eff}})(K(k)/K(k')), \quad \lambda_g = \lambda_0/\sqrt{\epsilon_{eff}}, \quad (17)$$

$$\sqrt{\epsilon_{eff}} = \left( \sum_{i=0}^n C_i \right) / C_0 = 1 + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n-1} q_i (\epsilon_{r_i} - \epsilon_{r_{(i+1)}}) + \frac{q_n (\epsilon_m - 1)}{2}, \quad (18)$$

$$k_i = \frac{(a_i + b_i + d_i)d_i}{2a_i b_i + (a_i + b_i + d_i)d_i + 2\sqrt{a_i^2 b_i^2 + a_i b_i d_i (a_i + b_i + d_i)}}. \quad (19)$$

$$a_i = \sinh \left[ \frac{\pi}{2H_i} \left( \frac{d}{2} + a \right) \right] - \sinh \left( \frac{\pi d}{4H_i} \right), \quad b_i = \sinh \left[ \frac{\pi}{2H_i} \left( \frac{d}{2} + b \right) \right] - \sinh \left( \frac{\pi d}{4H_i} \right), \quad (20)$$

$$q_i = \frac{K(k) K(k'_i)}{K(k') K(k_i)}, \quad d_i = 2 \sinh \left( \frac{\pi d}{4H_i} \right), \quad H_i = \sum_{m=1}^i h_m. \quad (21)$$

$k$  由 (4) 式给出,  $\lambda_0$  为自由空间中的波长.

注意: 以上公式对衬底的每一层的相对介电常数没有特殊限制, 无论它们之间的大小关系如何, 即使  $\epsilon_{r_i} < \epsilon_{r_{(i+1)}}$  时, 从而导致  $C_i < 0$ , 由于各部分单位长度线电容之和仍然大于 0, 对于总单位长度线电容则不会出现  $C < 0$ , 因此对于整根共面线而言, 以上求其基本参数的公式仍然适用.

### 5 数值结果

首先把由本文和文献 [1] 得到的自由空间中 (即无介质衬底) 共面线的特性阻抗的计算结果进行比较. 由前面的分析知, 此时本文的结果为严格值. 图 4 中给出的是关于对称和非对称共面线由文献 [1] 与本文得到的结果的差与本文结果的百分比. 由图 4 可知, 文献 [1] 得到的结果在常用的情况下比真值差得较大.

图 5 给出了单层有限厚度衬底对称、非对称共面线的基本参数, 即特性阻抗、有效介电常数和导波波长的计算曲线. 由图可以看出, 特性阻抗、有效介电常数随着  $d/h$  即两带之间的距离的增加而增加. 图 5(a) 为两带等宽、一带为另一带的两倍、三倍和相对介电常数为 2.5 时特性阻抗随  $d/h$  变化而变化的设计曲线; 图 5(b) 为相对介电常数为 1、2.5 和 9.6 时特性阻抗随  $d/h$  变化而变化的设计曲线; 图 5(c) 为相对介电常数为 4.6、6 和 9.6 时有效介电常数随  $d/h$  变化而变化的曲线; 图 5(d) 为导波波长随相对介电常数变化而变化的曲线.

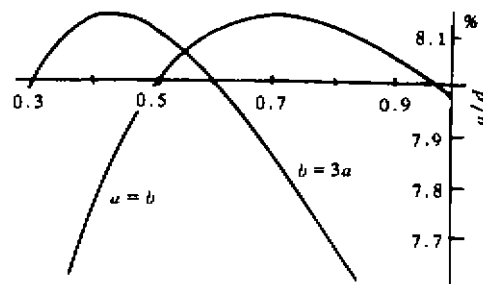


图 4 本文与文献 [1] 得到的自由空间中共面线的特性阻抗的比较

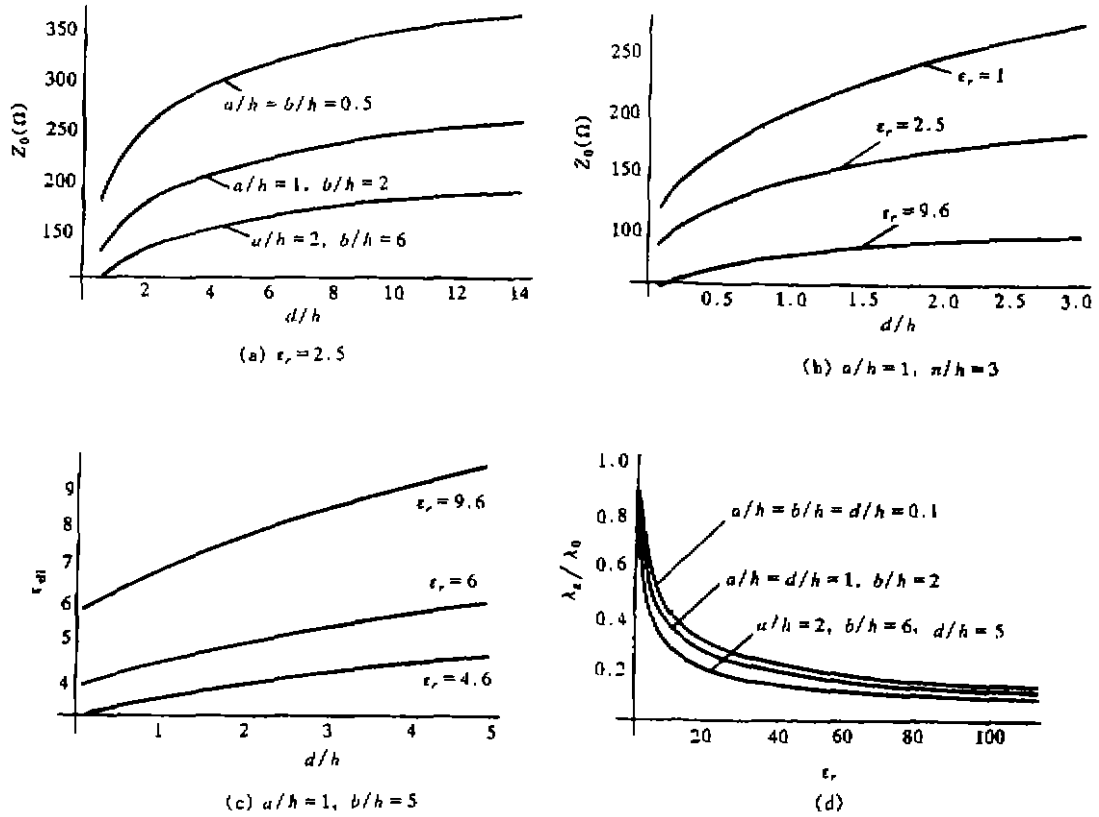


图 5 单层有限厚度衬底对称、非对称共面线的基本参数计算曲线

图 6(a)(b) 分别给出的是两层、三层有限厚度衬底非对称共面线的有效介电常数的计算曲线。对于三层以上的有限厚度衬底非对称共面线的基本参数可以同样由 (17)-(21) 式计算出，读者可以根据需要自行计算。

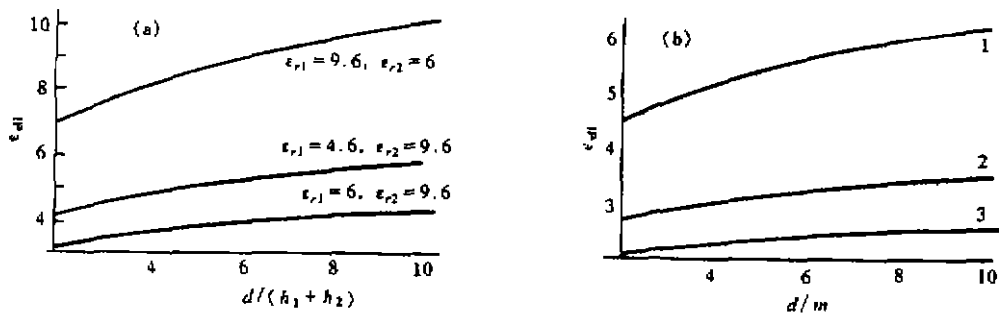


图 6 两层和三层有限厚度衬底非对称共面线的有效介电常数的计算曲线

(a)  $a/h_1 = 0.5, a/h_2 = 2, b/h_1 = 5$

(b)  $a/h_1 = 0.8, a/h_2 = 1, a/h_3 = 1.5, b/h_1 = 2$

(b) 中  $m = h_1 + h_2 + h_3$ , 各层的相对介电常数分别为: 1:  $\epsilon_{r1} = 6, \epsilon_{r2} = 4.6, \epsilon_{r3} = 9.6$ ; 2:  $\epsilon_{r1} = 4.6, \epsilon_{r2} = 6, \epsilon_{r3} = 9.6$ ; 3:  $\epsilon_{r1} = 4.6, \epsilon_{r2} = 9.6, \epsilon_{r3} = 6$ .)

## 6 结 论

本文在分析自由空间中的非对称共面线, 得到其严格解的基础上, 得到了有限厚度并推广到了任意多层衬底的非对称共面线的有效介电常数、单位长度线电容、特性阻抗和导波波长等基本参数的公式。这些公式简单、精确, 对于微波毫米波和光学集成电路的设计、微波 CAD 都有应用价值。

## 参 考 文 献

- [1] Kneppo I, Gotzman J. Basic parameters of nonsymmetrical coplanar lines. *IEEE Trans. on MTT*, 1977, MTT-25(8): 718.
- [2] Gevorgian S S. Asymmetric coplanar-strip transmission lines for MMIC and integrated optic applications. *Electron. Lett.*, 1990, 26(22):1916-1917.
- [3] Cohn S S. Slot line on a dielectric substrate. *IEEE Trans. on MTT*, 1969, MTT-17(5):768-778.
- [4] Wen C P. Coplanar waveguide: A surface strip transmission lines suitable for nonreciprocal gyromagnetic device. *IEEE Trans. on MTT*, 1969, MTT-17(6):1087-1090.
- [5] Veyres C, Hanna V F. Extension of the application of conformal mapping techniques to coplanar lines with finite dimensions. *Int. J. Electron.*, 1980, 48(1): 47-56.
- [6] Hanna V F. Finite boundary corrections to coplanar stripline analysis. *Electron. Lett.*, 1980, 16(15):604-606.
- [7] Gevorgian S S. Basic characteristics of two layered substrate coplanar waveguides. *Electron. Lett.*, 1994, 30(15):1236-1237.
- [8] Bedair S S. Characteristics of some asymmetrical coupled transmission lines. *IEEE Trans. on MTT*, 1984, MTT-32(1):108-110.

## BASIC PARAMETERS OF ASYMMETRICAL COPLANAR LINES WITH FINITE SUBSTRATE THICKNESS

Du Zhengwei     Ruan Chengli

(*Institute of Applied Physics, UEST of China, Chengdu 610054*)

**Abstract** In this paper, asymmetrical coplanar lines in free space are analyzed using conformal mapping techniques, and the exact solutions are obtained. Analytic closed-form expressions for the effective dielectric constant, the capacitance per unit length, the characteristic impedance and the wavelength of guided wave for asymmetrical coplanar lines with multi-layered finite substrate thickness are obtained. The analyses are useful for the (M)MIC's designs.

**Key words** Coplanar lines, Asymmetrical, Effective dielectric constant, Characteristic impedance, Wavelength of guided wave

杜正伟: 男, 1971年生, 博士, 从1997年12月起为清华大学“电子学与通信”博士后流动站博士后。主要研究领域为超宽带/短脉冲技术、天线、传输线和电波传播等。

阮成礼: 男, 1944年生, 教授, 博士, 主要研究兴趣为慢衰减电磁波理论与应用、电磁散射理论与目标特性、微波毫米波技术、微波测量和超宽带技术等。