

Gyrottron 的开放式谐振腔的设计*

陈 增 圭

(中国科学院电子学研究所)

提 要

本文简要地描述了 Gyrottron 的缓变截面开放式谐振腔的理论,并考虑到衍射输出口均匀波导段的影响. 本文具体讨论了双圆锥型开放式谐振腔,给出了 8mm 波段 H_{02} 模双圆锥开放腔的设计原则(可用于任何圆电模)和设计参数. 实验结果表明设计基本上良好的.

一、引 言

七十年代以来,Gyrottron(回旋管)作为一类有效的高功率毫米波源,获得了蓬勃发展,受到了各国学者的普遍重视^[1-2]. 在国内徐承和等同志作了很多分析工作^[3],Gyrottron 之所以能够突破一般微波管的限制,在毫米、亚毫米波段高效率地产生高功率的相干电磁辐射,除了因为它具有崭新的工作机理之外,还因为它采用了大尺寸的过模波导或过模谐振腔.

可用于 Gyrottron 振荡器的开放式过模谐振腔有圆柱腔、同轴腔、变截面腔和准光学腔等,种类很多,各有优、缺点. 其中缓变截面开放式谐振腔十分引人注目. 在 Gyrottron 中,正是由于回旋电子注与开放腔中某一特定模式的电磁场相互作用而产生脉塞型的相干辐射的. 所以精心设计开放式谐振腔是研制 Gyrottron 的极重要的问题之一. 一个好的开放腔,不仅要能在设计的频率和模式上工作,而且要具有高的模式选择性和能够实现给定的主模高频场的纵向分布.

二、缓变截面开放腔的理论概述

开放式谐振腔是一类对某一特定电磁模式具有一定的品质因数并伴随有辐射损耗(或称衍射损耗)的高频系统. 在 Gyrottron 中很多采用旋转对称式缓变截面开放式谐振腔,如图 1 所示. 图中 a 、 b 、 c 为某一模式的截止截面纵向位置.

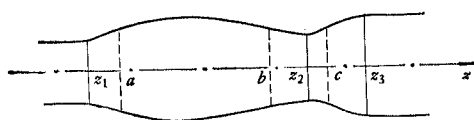


图 1 旋转对称式缓变截面开放腔的示意图

Fig. 1 Diagram of an axial symmetric open resonant cavity with slow-varying sections

* 1981年9月16日收到.

根据不规则波导理论,缓变截面波导中场的稳态解具有以下形式:

$$\sum_{m=-\infty}^{\infty} \mathbf{E}_m(r, \theta) f_m(z) e^{i\omega t},$$

其中 $\mathbf{E}_m(r, \theta)$ 是以 $r(z)$ 为半径的均匀圆波导 (即比较波导) 中本征模式场的振幅; 而 $f_m(z)$ 满足如下的非均匀弦方程:

$$\frac{d^2 f_m(z)}{dz^2} + k^2(\omega, z) f_m(z) = 0, \quad (1)$$

式中, $k^2(\omega, z) = k_0^2 - k_c^2(z)$, 而 $k_0 = \frac{\omega}{c}$, 为自由空间波数, ω 为波角频率, c 为真空中光速, k 为某一模式的纵向波数, k_c 为比较波导中同一模式的横向波数, 即截止波数. 这样, 问题就归结为求解非均匀弦方程. 对于缓变截面开放腔, $k_c(z)$ 系 z 的缓变函数, 可以采用近似方法求解. 下面分两种情况讨论.

1. 远离截止截面的区域 若 $k(z)$ 变化很小, 满足条件 $|k'(z)/k^2(z)| \ll 1$ 时, 则方程 (1) 可用 WKB 法求解, 这类似于量子力学中粒子在一维势阱中运动时的薛定谔方程的求解. 我们知道粒子在一维势阱 $U(z)$ 中运动时, 其定态薛定谔方程为:

$$-\frac{\hbar^2}{2\mu} \nabla^2 \phi(z) + U(z) \phi(z) = E \phi(z), \quad (2)$$

式中, $\hbar = h/2\pi$, h 为普朗克常数; μ 为粒子质量; $\phi(z)$ 为粒子的波函数; E 为粒子的能量本征值. 式 (2) 可以化为:

$$\nabla^2 \phi(z) + \frac{2\mu}{\hbar^2} [E - U(z)] \phi(z) = 0. \quad (3)$$

上式与式 (1) 相比, 形式完全相同, 只是系数 $k^2 = \frac{2\mu}{\hbar^2} [E - U(z)]$ 而已. 用 WKB 法求得的式 (1) 的通解为:

$$f_m(z) = \frac{A}{\sqrt{k}} e^{i\int k dz} + \frac{B}{\sqrt{k}} e^{-i\int k dz}, \quad (4)$$

式中, A 和 B 为待定常数.

2. 截止截面附近的区域 在截止截面附近, 即 $z = z_c$ 的邻区, $k \rightarrow 0$, 条件 $|k'(z)/k^2(z)| \ll 1$ 显然得不到满足, 故 WKB 法失效. 此时可把 $k^2(z)$ 在 z_c 点附近作泰勒展开, 并略去二阶以上的小量, 得:

$$k^2(z) \simeq k^2(z_c) + \left. \frac{dk^2}{dz} \right|_{z=z_c} (z - z_c) = \frac{dk^2}{dz} \Big|_{z=z_c} (z - z_c). \quad (5)$$

令

$$k^2(z) = -\beta^3 \eta^2 (z - z_c), \quad \eta^2 = -\frac{1}{\beta^3} \left. \frac{dk^2}{dz} \right|_{z=z_c}; \quad (6)$$

再引入新变量

$$\xi = \eta^{2/3} \beta (z - z_c); \quad (7)$$

并把式 (6)、(7) 代入式 (1), 可得

$$\frac{d^2 f_m(\xi)}{d\xi^2} - \xi f_m(\xi) = 0. \quad (8)$$

式(8)是典型的爱里(Airy)方程. 通常可用拉普拉斯法求解^[4]. 其解的两个线性无关的爱里函数 $u(\xi)$ 和 $v(\xi)$ ^[5]:

$$u(\xi) = \begin{cases} \sqrt{\frac{\pi}{3}|\xi|} \left[J_{-\frac{1}{3}}\left(\frac{2}{3}|\xi|^{3/2}\right) - J_{\frac{1}{3}}\left(\frac{2}{3}|\xi|^{3/2}\right) \right], & \xi < 0; \\ \sqrt{\frac{\pi}{3}\xi} \left[I_{-\frac{1}{3}}\left(\frac{2}{3}\xi^{3/2}\right) + I_{\frac{1}{3}}\left(\frac{2}{3}\xi^{3/2}\right) \right], & \xi > 0; \end{cases} \quad (9)$$

$$v(\xi) = \begin{cases} \frac{1}{3}\sqrt{\pi|\xi|} \left[J_{-\frac{1}{3}}\left(\frac{2}{3}|\xi|^{3/2}\right) + J_{\frac{1}{3}}\left(\frac{2}{3}|\xi|^{3/2}\right) \right], & \xi < 0; \\ \frac{1}{3}\sqrt{\pi\xi} \left[I_{-\frac{1}{3}}\left(\frac{2}{3}\xi^{3/2}\right) - I_{\frac{1}{3}}\left(\frac{2}{3}\xi^{3/2}\right) \right], & \xi > 0; \end{cases}$$

式中, $J_{\pm\frac{1}{3}}(x)$ 为贝塞尔函数, $I_{\pm\frac{1}{3}}(x)$ 为第一类修正贝塞尔函数. 式(1)在截止截面附近区域的通解为:

$$f_m = C_1 v + C_2 u, \quad (10)$$

式中 C_1 和 C_2 为待定常数. 在缓变截面开放腔中, WKB 解和爱里函数解可以很好地衔接起来. 通过系统的辐射条件和连接条件, 就可以决定所有场解的待定常数.

在外接均匀波导的情况下(如图 1 所示), 场纵向分布函数 $f_m(z)$ 还必须满足以下边界条件, 即系统的辐射条件:

$$\left. \begin{aligned} \left(\frac{df_m}{dz} - ikf_m \right) \Big|_{z=z_1} &= 0, \\ \left(\frac{df_m}{dz} + ikf_m \right) \Big|_{z=z_3} &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

进一步讨论可以证明, 如果系统有两个截止面 $z = a$ 和 $z = b$ (见图 1), 则需要满足如下相位条件^[6]:

$$\int_a^b k(z) dz = \left(n + \frac{1}{2} \right) \pi, \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (12)$$

应该注意到式(12)仅适合于封闭系统, 当有外界耦合时, 相位条件需修正为:

$$\int_a^b k(z) dz = \left(n + \frac{1}{2} \right) \pi + \phi_{ex}, \quad n = 0, 1, 2, \dots, \quad (13)$$

式中 ϕ_{ex} 为由 $z < a$ 和 $z > b$ 区域的电磁结构引起的该系统的相位变化.

利用这一相位条件, 可以确定开放腔中本征模式的谐振频率和有载 Q 值的表达式.

上述关于缓变截面开放腔场解性质的讨论是进一步分析腔特性的理论基础. 最近文献 [6] 进一步论述了这个问题, 从而发展了缓变截面开放腔的一般理论.

三、双圆锥开放腔的设计

我们研制的 8mm 波段 Gyrotron 振荡器, 采用了双圆锥腔, 其结构如图 2 所示.

由于双圆锥腔中纵向波数 $k(z)$ 可以用简单的函数形式来表示, 则利用式(12)的相

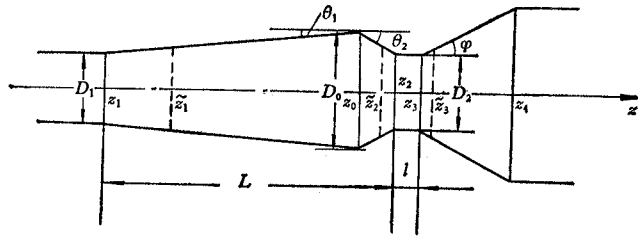


图 2 双圆锥开放腔示意图

Fig. 2 Diagram of a biconical open resonant cavity

位条件不难得到外 Q 为无穷大 (即为封闭系统) 时的本征模式谐振频率的表达式 (对 TE_{mpn} 模):

$$\left. \begin{aligned} f_{mpn} &= \frac{c}{\pi D} (Q^{2/3} + \mu_{mp}^2)^{1/2}, \\ Q &= 3 \left(n - \frac{1}{2} \right) \pi \mu_{mp}^2 \cdot \frac{\operatorname{tg} \theta_1 \cdot \operatorname{tg} \theta_2}{\operatorname{tg} \theta_1 + \operatorname{tg} \theta_2}, \\ (m &= 0, 1, 2, \dots; p = 1, 2, 3, \dots; n = 1, 2, 3, \dots), \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

式中 c 为真空中光速, μ_{mp} 为 $J'_m(x) = 0$ 的第 p 个根, 其它参数如图 2 所示。

对双圆锥腔而言, 考虑外界耦合引起的相位变化对谐振频率影响很小 (通常小于千分之五), 故在工程设计中可以式 (14) 为准计算频率。

在满足 $|k'(z)/k^2(z)| \ll 1$ 的条件下, 双圆锥开放腔中场纵向分布函数 f_m 具有以下形式:

$$f_m(z) = \left\{ \begin{aligned} &\frac{1}{|\sqrt{k(z)}|} \exp\left(-\int_x^{\tilde{z}_1} |k(z)| dz\right), \quad z < \tilde{z}_1; \\ &\frac{1}{\sqrt{k(z)}} \exp\left(\pm i \int_{\tilde{z}_1}^{\tilde{z}_2} k(z) dz\right), \quad \tilde{z}_1 < z < \tilde{z}_2; \\ &\frac{1}{|\sqrt{k(z)}|} \exp\left(-\int_{\tilde{z}_2}^z |k(z)| dz\right), \quad z > \tilde{z}_2; \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

当 Q_1 、 Q_2 和 φ 较小时, 各区域的纵向场分布 f_m 则可用爱里函数来表示。文献 [6] 讨论了各区域的场解形式, 但未考虑衍射输出口均匀波导段的影响。下面我们给出图 2 所示的实际开放腔系统纵向场分布的具体形式:

$$f_m(z) \left\{ \begin{aligned} &A_1 v(t_1) + B_1 u(t_1), \quad (z_1 \leq z \leq z_0); \\ &A_2 v(t_2) + B_2 u(t_2), \quad (z_0 \leq z \leq z_2); \\ &[A_2 v(t_{22}) + B_2 u(t_{22})] e^{-\alpha(z-z_2)}, \quad (z_2 \leq z \leq z_3); \\ &A_3 v(t_3) + B_3 u(t_3), \quad (z_3 \leq z \leq z_4); \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

式中,

$$\left. \begin{aligned} t_s &= -\beta_s(z - \tilde{z}_s), \quad (s = 1, 2, 3); \\ \beta_s &= \left[\frac{2\mu_{mp}^2 r'(\tilde{z}_s)}{\tilde{r}^3} \right]^{1/3}, \quad (s = 1, 2, 3); \\ r'(\tilde{z}_1) &= \operatorname{tg} \theta_1; \quad r'(\tilde{z}_2) = -\operatorname{tg} \theta_2; \quad r'(\tilde{z}_3) = \operatorname{tg} \varphi; \\ \alpha &= \sqrt{\left| \left(\frac{\omega}{c} \right)^2 - \left(\frac{\mu_{mp}}{R} \right)^2 \right|}; \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

\tilde{r} 为截止截面处的半径, 即截止半径, R 为均匀波导的半径.

利用系统的端条件, 即辐射条件和各区域的连接条件, 不难得到式 (16) 中的诸系数:

$$\left. \begin{aligned} B_1 &= c_1 A_1, \quad c_1 = \frac{v'(t_{11}) + \sqrt{t_{11}} v(t_{11})}{u'(t_{11}) + \sqrt{t_{11}} u(t_{11})}; \\ B_3 &= c_3 A_3, \quad c_3 = -\frac{v'(t_{34}) - i\sqrt{|t_{34}|} v(t_{34})}{u'(t_{34}) - i\sqrt{|t_{34}|} u(t_{34})}; \\ A_2 &= c_2 A_3, \quad c_2 = e^{al} \left| \begin{array}{cc} v(t_{33}) + c_3 u(t_{33}) & u(t_{22}) \\ \frac{\beta_3}{\beta_2} [v'(t_{33}) + c_3 u'(t_{33})] & u'(t_{22}) \end{array} \right|; \\ B_2 &= D_2 A_3, \quad D_2 = e^{al} \left| \begin{array}{cc} v(t_{22}) & v(t_{33}) + c_3 u(t_{33}) \\ v'(t_{22}) & \frac{\beta_3}{\beta_2} [v'(t_{33}) + c_3 u'(t_{33})] \end{array} \right|; \\ A_3 &= A_1 \frac{v(t_{10}) + c_1 u(t_{10})}{c_2 v(t_{20}) + D_2 u(t_{20})}; \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

式中,

$$\left. \begin{aligned} t_{11} &= -\beta(z_1 - \tilde{z}_1), \quad t_{10} = -\beta_1(z_0 - \tilde{z}_1); \\ t_{20} &= -\beta_2(z_0 - \tilde{z}_2), \quad t_{22} = -\beta_2(z_2 - \tilde{z}_2); \\ t_{33} &= -\beta_3(z_3 - \tilde{z}_3), \quad t_{34} = -\beta_3(z_4 - \tilde{z}_3); \\ l &= z_3 - z_2. \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

可见, 当 $l = 0$ 时式 (18) 退化为文献 [6] 的形式, 即文献 [6] 中式 (35.2) 一式 (35.6) 系本文中式 (18) 的一个特例.

根据式 (16)–(19) 和式 (9) 就可以计算开放腔中的纵向场分布. 进而可计算有载时的谐振频率 $\omega = \text{Re}\omega + i\text{Im}\omega$ 和系统的外 Q 值 $Q_{ex} = \text{Re}\omega / 2\text{Im}\omega$. 这些计算十分复杂, 需借助于计算机进行. 限于篇幅, 双圆锥腔工作特性的计算机计算将另文详细讨论.

在双圆锥开放腔的具体设计中还必须注意以下几个方面的问题:

(1) 对工作模式 H_{0p} (一般采用圆电模), 以下关系式通常应得到满足:

$$\left. \begin{aligned} \frac{D_0 k_0}{2\mu_{0p}} > 1, \\ \frac{D_1 k_0}{2\mu_{0p}} < 1, \\ \frac{D_2 k_0}{2\mu_{0p}} < 1, \end{aligned} \right\} (20) \quad \text{和} \quad \left. \begin{aligned} \frac{D_0 k_0}{2\mu_{ms}} < 1, \\ \frac{D_1 k_0}{2\mu_{qr}} > 1, \\ \frac{D_2 k_0}{2\mu_{qr}} > 1. \end{aligned} \right\} (21)$$

上两式中, H_{0p} 为振荡主模, μ_{0p} 为 (H_{0p} 模的) $J'_0(x) = 0$ 的第 p 个根, H_{ms} 为最邻近的高次模, μ_{ms} 为 (最邻近的高次模的) $J'_m(x) = 0$ 的第 s 个根, H_{qr} 为最邻近的低次模, μ_{qr} 为 (最邻近的低次模的) $J'_q(x) = 0$ 的第 r 个根. k_0 为自由空间波数, D_0 、 D_1 和 D_2 分别为腔的最大直径、入口直径和衍射输出孔直径 (参见图 2). 满足关系式 (20) 和 (21) 时, 此开放腔中只有工作模式 H_{0p} 能够谐振.

(2) 工作模式的谐振频率由腔的几何参量决定. 影响频率的主要参量是 D_0 , 其次是 θ_1 和 θ_2 . 适当选择和调节这些参量即可满足设计频率的要求.

(3) 要获得较高的 Q 值,特别是在高次谐波工作的情况下,腔内必须存在工作模式的两个截止截面(如图 2 中的 $z = \tilde{z}_1$ 和 $z = \tilde{z}_2$)。腔的入口要远离截止截面,使入口端的外耦合趋近于零,从而能量不向电子枪区泄漏。相反腔的衍射输出口要接近截止截面,使主模高频场在出口端增强,即使主模高频场沿纵向呈非对称分布,使场强最大值接近衍射输出口(通常在腔的最大直径附近)。在双圆锥开放腔中,主模场的纵向分布函数 $f_m(z)$ 一般要求为变态高斯分布。根据这一要求,设计中两个圆锥的角度相差很大, θ_2 要比 θ_1 大得多, D_2 比 D_1 要大。

(4) 衍射输出口的直径 D_2 对腔的性能影响很大,需认真加以考虑。 D_2 值的大小主要由所需的有载 Q 值决定。相反腔的入口直径 D_1 的选择并不十分苛刻,只要适当考虑并满足上述要求即可。

(5) 腔体要有足够大的本征 Q 值,即 Q_0 ,以利于起振和提高效率。而有载 Q 值,即 Q_L 主要由工作的谐波数和器件的输出特性决定。通常谐波数愈大,所需的 Q_L 值愈高。

(6) 腔体的长度 L 由总体设计给出。主要根据所需的电子-波相互作用区的长短、本征 Q 值大小和模式的选择性折衷考虑决定。

(7) 衍射输出均匀波导段的长度 l 和随后的张角 φ 对有载 Q 值影响很大。 l 增长, Q_L 变大;而 φ 增大, Q_L 变小。在定量上可依据计算机给出的有关曲线,并按照实际需要来选择 l 和 φ 的值。

(8) 在高次谐波工作情况下,还需考虑寄生模式的抑制措施,以提高管子的输出功率和有利于振荡器的稳定工作。

(9) 对腔体的加工工艺要足够重视。如对内表面光洁度,同心度等都应有高要求。最好采用整体加工工艺(例如电铸等)。若是分段加工,则必须保证对中,接缝处不出现台阶、偏心和焊料堆积等现象,否则将出现严重的模式变换问题,直接影响开放腔的性能。

根据上述设计考虑,我们最初研制的 H_{02} 模(二次谐波工作)双圆锥腔的主要参数如下:

$$\begin{aligned} f_0 &= 37\text{GHz} \quad (\lambda_0 \simeq 8.1\text{mm}) \\ \theta_1 &= 0.9^\circ, \quad \theta_2 = 5^\circ, \quad \varphi = 6^\circ, \quad l = 9\text{mm} \\ D_0 &= 18.5\text{mm}, \quad D_1 = 17\text{mm}, \quad L \simeq 7\lambda_0 \end{aligned}$$

四、实验结果

冷测结果表明,主模 H_{021} 的谐振频率 $f_0 = 37.02\text{GHz}$ 与设计值完全一致。 H_{022} 模的谐振频率为 37.90GHz ,它与主模的频率间隔约为 900MHz 。两者的 Q_L 相差也较大。这些表示该开放腔有较好的模式选择性。

我们用微扰法测量了场的纵向分布,见图 3 曲线 a ,所得结果与计算机计算的主模场分布是吻合的,见图 3 曲线 b 。此外还用频标法测量了腔的有载 Q 值,约为 4500。

热测结果表明,主模工作频率 $f_0 = 37.10\text{GHz}$ 与设计值和冷测值是吻合的。频谱较纯,谐振谱线宽度小于 3MHz 。脉冲功率达 30kW (工作比约为百分之一),电子效率为 20% 左右,并获得了较清晰的模式图^[7]。最近又顺利通过了 10ms 长脉冲实验。上述实验结果

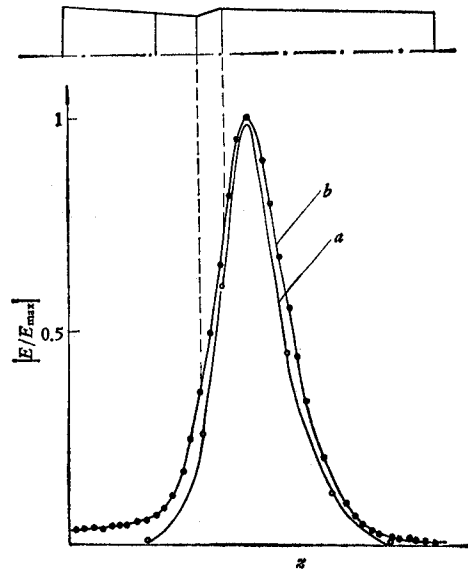


图3 双圆锥腔中场的纵向分布

a——实验曲线, b——计算机计算曲线

Fig. 3 The longitudinal distribution of the RF field within a biconical open resonant cavity
a—Experimental curve. b—Theoretical curve calculated by computer

表明,双圆锥开放腔的设计基本上是良好的。

在本项研究工作中,曾得到北京大学徐承和副教授和我所郭和忠副研究员的指导和帮助。钱书珍、师绍明和秦文珍同志参加了腔的冷测工作。在此一并表示衷心的感谢。

参 考 文 献

- [1] J. Hirshfield and V. Granatstein, IEEE Trans. on MTT, **MTT-25** (1977), 522.
- [2] V. Flyagin et al., IEEE Trans. on MTT, **MTT-25** (1977), 514.
- [3] 周乐柱、徐承和、龚中麟,物理学报, **30** (1981), 153.
- [4] 王竹溪、郭敦仁,特殊函数概论,第二章,科学出版社,1962年.
- [5] G. Watson, *A Treatise on the Theory of Bessel Function*, 2nd Ed., Cambridge, 1952, p. 190.
- [6] E. Harris, *Introduction to Modern Theoretical Physics*, Vol. 2, Chap. 18, p. 518.
- [7] 郭和忠、陈增圭、张世昌、吴德顺, H_{02} 模二次谐波工作的 Gyromonotron 的研究, 第五届国际红外和毫米波会议文集,西德 Würzburg, 1980年10月, p. 100; Int. J. Electronics, **51** (1981), 485.

DESIGN OF THE OPEN RESONANT CAVITY FOR GYROTRON

Chen Zenggui

(Institute of Electronics, Academia Sinica)

In this paper the general theory of the open resonant cavity with slow-varying sections for a gyrotron is described briefly, the biconical open resonant cavity is discussed in detail, and the design principle of the biconical resonant cavity for operating at arbitrary circular-electric mode is given. The theoretical analysis is in agreement with experimental results.