

## 基于双稳类随机共振的信息检测

冷永刚\* 王太勇\* 郭焱\*\* 范胜波\* 王永强\*\*

\*(天津大学机械工程学院 天津 300072)

\*\* (山东工商学院信息与电子工程学院 烟台 264005)

**摘要:** 研究了小参数随机共振(SR)的响应幅值与信号频率和噪声强度的关系, 并从噪声频谱的罗伦兹(Lorentz)分布特性推出, 只有在噪声能量集中的低频区域才能产生随机共振的论点。得出了二次采样大参数类随机共振的实现条件, 即采样频率至少是信号频率的 50 倍并根据噪声强度选择二次采样频率。在大参数情况下, 由双稳系统输入输出信噪比的分析, 阐明了大参数类随机共振方法从强噪声中检测出弱信号的可行性。运用周期和非周期弱信号的检测实例, 进一步证明了该方法的有效性和实用性。

**关键词:** 弱信号检测, 随机共振, 双稳系统, 噪声

中图分类号: TN911.23, TP206.3 文献标识码: A 文章编号: 1009-5896(2005)05-0734-06

## Information Detection Based on Bistable SR-Like Technique

Leng Yong-gang\* Wang Tai-yong\* Guo Yan\*\* Fan Sheng-bo\* Wang Yong-qiang\*\*

\*(School of Mechanical Engineering, Tianjin University, Tianjin 300072, China)

\*\* (School of Information and Electronic Engineering, Shandong Institute of Business and Technology, Yantai 264005, China)

**Abstract** For small parameter Stochastic Resonance (SR), the relationship among the response amplitude and signal frequency and noise intensity is investigated. The viewpoint of creating SR phenomenon only in the low frequency region where noise energy has been concentrated is also obtained in terms of the Lorentzian distribution of noise power spectrum. The condition of realizing twice sampling large parameter SR-like phenomenon is deduced, i.e., sampling frequency is fifty times signal frequency at least, and twice sampling frequency should be selected according to noise strength. Under large parameters, the analysis of input and output signal-to-ratios of the bistable system indicates the possibility of detecting weak signal submerged in heavy noise with the large parameter SR-like technique. And it is further proved that the technique is effective and practical by means of the examples of the extraction of periodic and aperiodic signals.

**Key words** Weak signal detection, Stochastic resonance, Bistable system, Noise

### 1 引言

在信息检测领域, 某些包含特征信息的微弱信号常常被强噪声所干扰, 如何从强噪声背景中检测出微弱的特征信息, 一直受到人们的广泛关注。目前, 在弱信号检测的信息处理方面, 其目标主要是集中在设法抑制消除噪声以提高信噪比这一点上, 如 FFT 谱平均、小波分析、全息谱、高阶谱等。然而, 当噪声频率与信号频率接近或重合时, 抑制噪声的同时有用信号也往往不可避免地受到损害, 是一种两败俱伤的方法, 这极大地影响了微弱信号的检测效果, 成为微弱信号检测的瓶颈。

基于随机共振<sup>[1-9]</sup>(Stochastic Resonance, SR)的微弱信号

检测技术是最近发展起来的一种新的信号处理技术。随机共振是一种非线性现象, 强噪声干扰下的信号作用于某一类非线性系统, 信号和噪声在非线性系统的协同作用下, 会发生噪声能量向信号能量的转移, 产生类似力学中人们熟知的共振输出, 从而提高信噪比达到识别弱信号的目的。可见, 与各种抑噪方法相比, 随机共振不是消除噪声而是充分利用噪声来增强弱信号。作为一种有效的信号处理方法, 随机共振广泛用于诸如双稳或多稳非线性系统<sup>[2,3]</sup>, 激励系统<sup>[4]</sup>, 阈值系统<sup>[5, 6]</sup>, 生物系统<sup>[2, 7]</sup>等。已有的随机共振绝热近似和线性响应理论<sup>[10,11]</sup>仅适用于小参数(信号频率和幅值以及噪声强度均小于 1)信号处理, 对于实际工程中的大参数(信号频率或信号幅值或噪声强度大于 1)信号, 其应用受到很大的限制。文献[12]通过二次采样频率变换思想, 实现了大参数信号的随机共振, 为随机共振技术在工程实际中的大信号处

2003-11-21 收到, 2004-10-08 改回

国家自然科学基金(50475117)和振动、冲击、噪声国家重点实验室开放基金(VSN-2004-05)资助课题

理，特别是从强噪声中提取高频弱信号，奠定了一定的基础。本文将在此基础上，仍然以双稳系统为研究模型，进一步定量分析大参数信号的随机共振特性，并通过周期和非周期弱信号的检测实例来验证此项技术的实用性。

## 2 小参数随机共振特性

随机共振形成必不可少的 3 个要素是双稳或多稳非线性系统、输入信号和噪声。为便于描述，以最简单的双稳系统  $dx/dt = \mu x - x^3$ ， $(\mu > 0)$ 、单频弱正弦信号  $a \sin(2\pi f_0 t)$  和白噪声  $n(t)$  为研究对象，并考虑一个布朗 (Brown) 粒子在双稳系统中受到此正弦信号和白噪声的共同作用情况，建立如下的朗之万 (Langevin) 方程模型：

$$dx/dt = \mu x - x^3 + a \sin(2\pi f_0 t) + n(t) \quad (1)$$

其中令  $S_n(t) = a \sin(2\pi f_0 t) + n(t)$  是双稳系统的输入信号， $n(t) = \sqrt{2D}g(t)$ ， $D$  是噪声强度， $g(t)$  是均值为 0 方差为 1 的白噪声， $x(t)$  是双稳系统的输出信号。双稳系统的势垒高度  $\Delta U = \mu^2/4$ ，势垒的最低点位于  $x_m = \pm\sqrt{\mu}$ 。在初始条件  $x_0 = x(t_0)$  下，若  $t_0 \rightarrow -\infty$ ，则初始条件的影响会消失而不考虑，于是  $x(t)$  的均值将成为一个周期函数：

$$E[x(t)] = \bar{x} \sin(2\pi f_0 t - \bar{\varphi}) \quad (2)$$

其中幅值  $\bar{x}$  和相位  $\bar{\varphi}$  近似表示为

$$\bar{x} = \frac{aE[x^2]}{D} \frac{r_k}{\sqrt{r_k^2 + \pi^2 f_0^2}} \quad (3a)$$

$$\bar{\varphi} = \arctan\left(\frac{\pi f_0}{r_k}\right) \quad (3b)$$

$$r_k = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{\Delta U}{D}\right) \quad (3c)$$

$r_k$  是克莱默斯 (Kramers) 逃逸速率 (或概率跃迁率)<sup>[2]</sup>， $E[x^2]$  是静态系统 ( $a = 0$ ) 依赖于噪声强度  $D$  的方差，在两态情况下有近似关系  $E[x^2] = x_m^2$ 。由式 (3a) 可知，幅值  $\bar{x}$  取决于噪声强度  $D$ ，即系统的响应受噪声强度的控制，它首先随  $D$  增大到一个极大值，然后再减小，这就是著名的随机共振现象，如图 1 所示。图中还同时给出了 3 个不同频率的共振曲线。这 3 条曲线清楚地表明，当噪声强度  $D$  一定时，响应幅值  $\bar{x}$  随频率  $f_0$  的增大而呈现出单调递减特性，不服从  $\bar{x} - D$  的共振规律，说明随机共振要求的驱动频率  $f_0$  很低，即小参数频率  $f_0$ 。为进一步分析随机共振的特性，特别是它的频率特性，可根据功率谱密度函数对随机共振行为进行描述。

功率谱密度函数  $S(f)$  一般用下列相关函数的傅里叶变换表示：

$$S(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-i2\pi f\tau} E[x(t+\tau)x(t)]d\tau \quad (4)$$

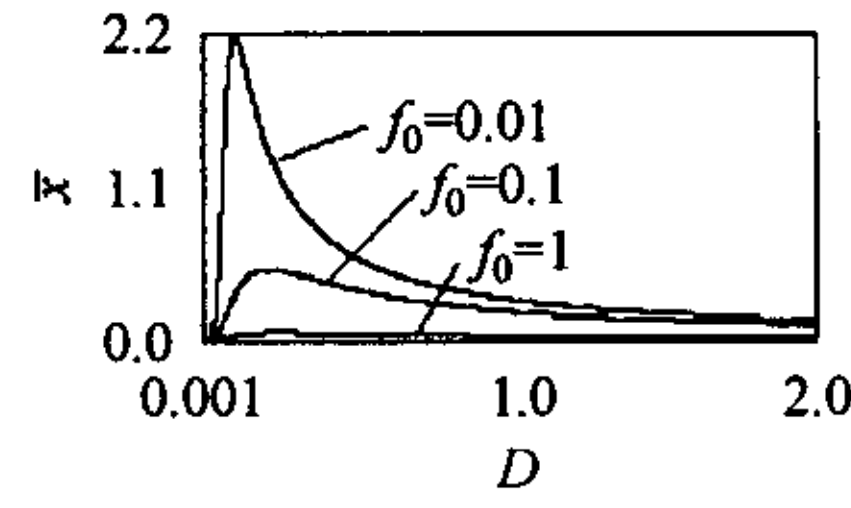


图 1 周期响应随噪声强度变化的随机共振现象 ( $a = 0.3, \mu = 1$ , 驱动频率  $f_0$  分别取 3 个不同值 0.01, 0.1, 1(无量纲))

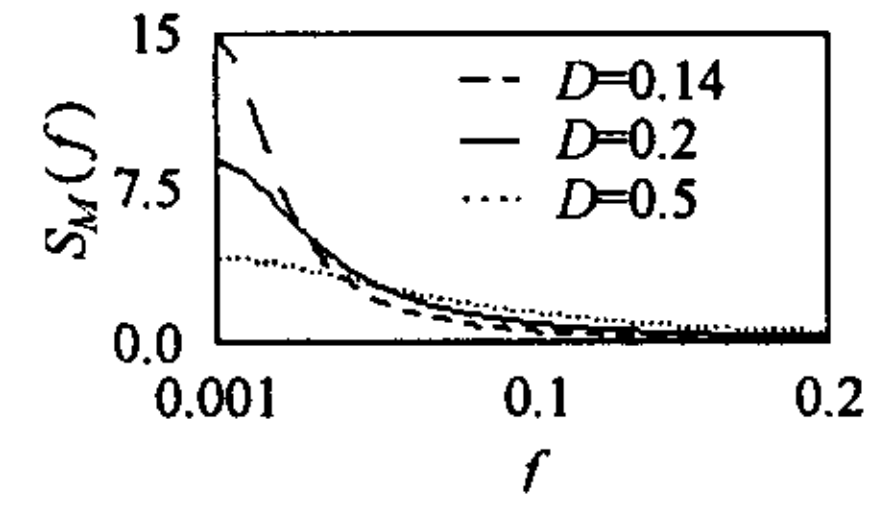


图 2 无驱动信号时噪声频谱呈 Lorentz 分布  $\mu = 1$ , 噪声强度  $D$  分别取 3 个不同值 0.14, 0.2, 0.5。

根据绝热近似理论，其解的具体形式为

$$S(f) = S_1(f) + S_2(f) \quad (5a)$$

$$S_1(f) = \frac{2\mu^4 a^2 e^{-\mu^2/(2D)} / (\pi D^2)}{(2\mu^2 e^{-\mu^2/(2D)} / \pi^2) + (2\pi f_0)^2} \delta(f_0 - f) \quad (5b)$$

$$S_2(f) = \left[ 1 - \frac{\mu^3 a^2 e^{-\mu^2/(2D)} / (\pi^2 D^2)}{(2\mu^2 e^{-\mu^2/(2D)} / \pi^2) + (2\pi f_0)^2} \right] \cdot \left[ \frac{4\sqrt{2}\mu^2 e^{-\mu^2/(4D)} / \pi}{(2\mu^2 e^{-\mu^2/(2D)} / \pi^2) + (2\pi f)^2} \right] \quad (5c)$$

上式  $S_1(f)$  是由弱周期输入信号引起的，它与输入信号同频， $S_2(f)$  是由噪声引起的，它具有罗伦兹 (Lorentz) 分布形式。图 2 给出了噪声功率谱  $S_2(f)$  随频率变化的规律，并同时绘出 3 种不同噪声强度  $D$  的情况。可以清楚看到，增大噪声强度  $D$  扩展了噪声能量集中的低频区域，但降低了谱幅值高度。这表明，由于 Lorentz 分布的噪声功率谱具有谱能量集中于低频区域的特性，因此，由布朗粒子跃迁运动所形成的随机共振频率就不可能很高，亦即能够产生随机共振谱峰的频带，将局限在双稳系统输出功率谱的低频段。因为只有有一定噪声能量的驱动下，布朗粒子才能越过势垒在双稳系统的两势井之间以信号频率作切换的跃迁运动，形成随机共振现象。为证实这一点，令式 (1) 的各参数为： $\mu = 1, a = 0.3, f_0 = 0.01\text{Hz}, D = 0.31$ ，采样频率为  $f_s = 5\text{Hz}$ ，式 (1) 采用四阶 Runge-Kutta 法数值计算 (以下同)，则计算步长  $\Delta t = 1/f_s = 0.2$ 。取数据长度为 1024 点进行 FFT 运算。为清楚起见，时域显示长度取为 4000 点。于是得到双稳系统输入输出的时域和功率谱图，如图 3 所示。由输出谱图明显看出，频率  $f_0$  处的随机共振谱峰正处于噪声能量的集中区域，说明慢变的弱周期信号在弱噪声能量的驱动下能够产生鲜明的随机共振现象。如果增大弱周期信号频率  $f_0$ ，即让信号逐渐离开噪声能量集中的低频区域，则随机共振响应谱峰变得越来越大，如图 4 所示。这与图 1 中响应幅值  $\bar{x}$  随频率  $f_0$  的增大而呈现出递减特性相一致，也证明了前面推断的正确性。因此，随机共振现象具有弱噪声和低频信号的特点，信号频率  $f_0$  和噪声强度  $D$  均被限制在小参数范围内。也正是这一原因，限制了它在工程中的应用。



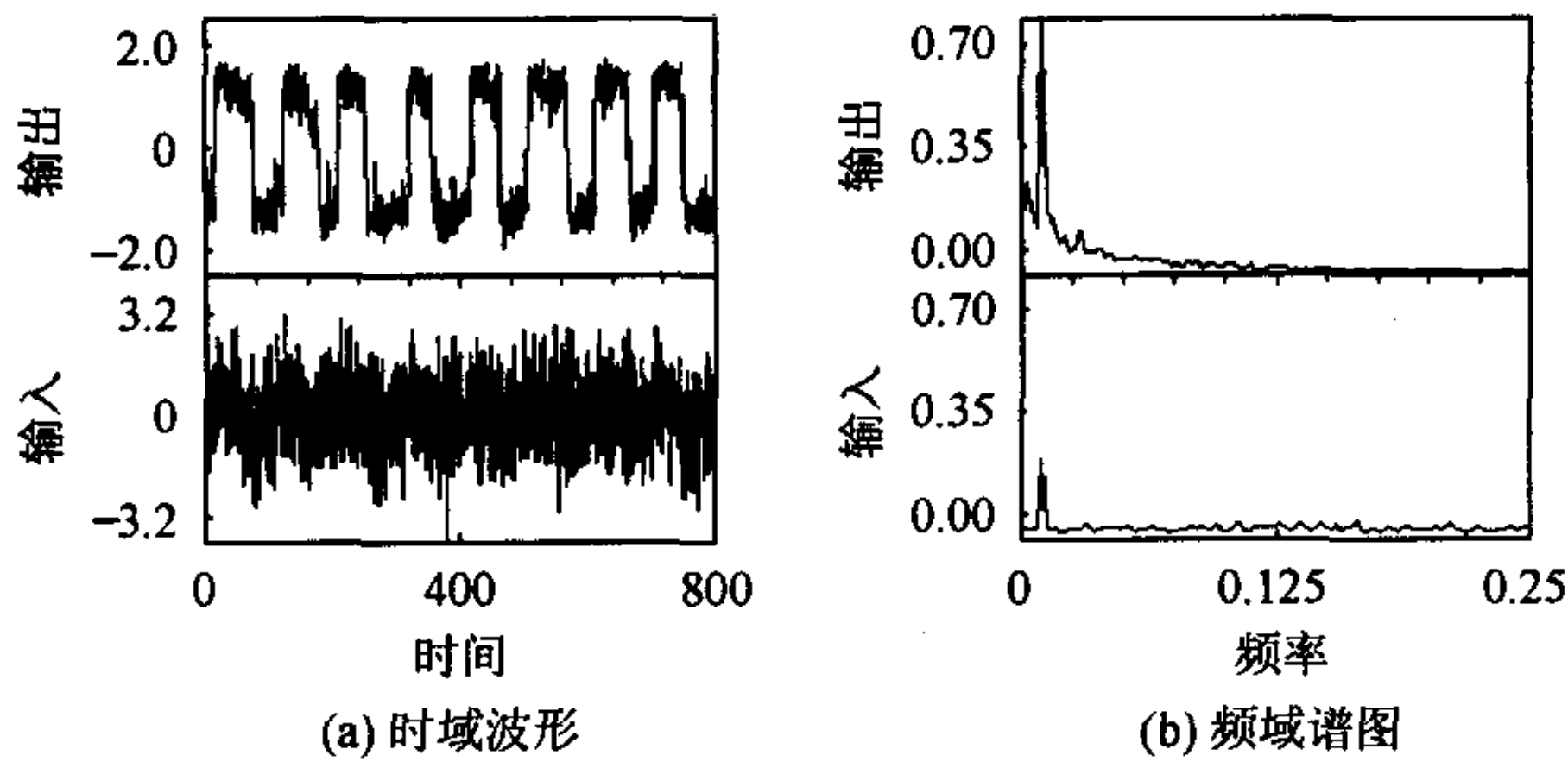


图3 小参数双稳系统的输入和随机共振输出

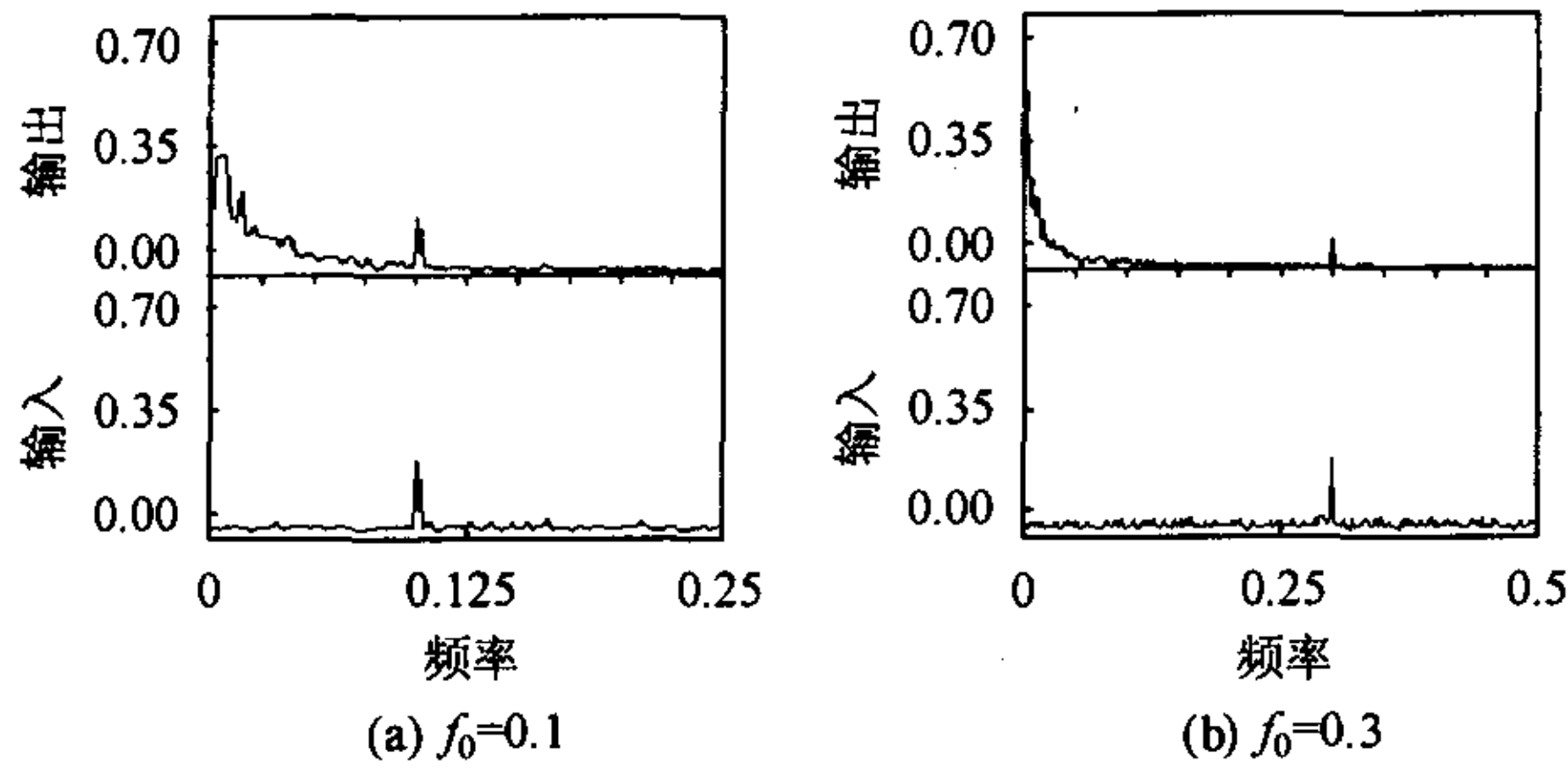


图4 不同频率双稳系统的输入输出频谱

需要指出的是，在图3和图4的输入频谱中，不论信号频率  $f_0$  的大小， $f_0$  处的谱幅值大小均保持不变，这是由傅里叶变换的性质所决定的。而且之所以能看到输入的谱峰是由于噪声还不足以强到淹没信号的程度。然而，我们更关心的是，当在输入频谱中看不到任何特征频率  $f_0$  的谱峰，即特征信号淹没于强噪声中时，如何识别该特征信号。换句话说，当信号频率  $f_0$  和噪声强度  $D$  均超出小参数随机共振所要求的范围时，如何利用式(1)模型从双稳系统的输出中提取特征信号。根据图1容易观察到，增大噪声强度而减小驱动频率有可能在  $f_0$  处产生类似的随机共振谱峰(称为类随机共振)，这一点为处理大参数的随机共振提供了可能。

### 3 二次采样的大参数类随机共振

#### 3.1 二次采样频率变换实现大参数类随机共振

由于实际工程中所采集的信号参数往往超出随机共振小参数的限制条件，因此，在大参数条件下，特别是大频率的弱信号与强噪声相混合，且噪声的频率与弱信号频率接近或相等情况下，如果直接采用式(1)对双稳系统的输出频谱进行分析，将得不到随机共振现象，当然也就不能从强噪声中识别弱信号。例如，设有一组实测信号，采样点数为4000点，其对应式(1)的各参数分别取为  $\mu=1, a=0.3, f_0=40\text{Hz}, D=9.1$ ，采样频率为  $f_s=2000\text{Hz}$ ，即数值计算步长  $\Delta t=1/f_s=0.0005\text{s}$ 。式(1)的输入输出功率谱仍以1024点计算，且平均次数都为10次，则双稳系统的输入输出时频图见图5所示。其中为看清输出频谱结构，谱图的幅值单位

取为分贝。可以看到，在弱信号频率  $f_0$  和噪声强度  $D$  均为大参数情况下，无论是系统输入还是输出，在  $f_0=40\text{Hz}$  频率处的谱图上均看不到谱峰值特征。输入谱说明，用功率谱平均方法无法从这样强的噪声中提取出弱信号，而输出谱表明，小参数随机共振理论直接用于大参数的信号处理是不合适的，应想办法对其进行改造方能奏效。

实现小参数随机共振技术处理大参数信号的关键问题是如何处理超出小参数范围的大频率  $f_0$  和大噪声强度  $D$ 。由图1的特性可知，增大噪声强度而降低驱动频率有可能在频率  $f_0$  处产生类随机共振。正是根据这一思想，作者在文献[12]中提出了二次采样随机共振方法，即对实测信号的频率进行线性压缩，以满足小频率参数条件，然后按式(1)分析双稳系统的响应谱，以得到微弱信号的谱特征，最后再按压缩尺度比还原实测数据。这种方法的实质就是通过大频率到小频率的变换，将弱信号的大频率  $f_0$  转换为慢变的低频信号，使其满足小参数条件，从而使随机共振或类随机共振的实现成为可能。取二次采样频率  $f_{sr}=8\text{Hz}$ ，则频率压缩尺度比  $R=f_s/f_{sr}=250$ ，数值计算步长  $\Delta t=1/f_{sr}=0.125\text{s}$ 。用图5的大参数对式(1)重新进行数值计算，得到图6的结果。其中时域波形的显示长度为800个数据点。图6中小频率  $f_r=0.16\text{Hz}$  处有一突出的谱峰，经频率还原有  $f_r \times R=40\text{Hz}$ ，正好是弱信号频率  $f_0$ 。显然频率变换的二次采样随机共振方法实现了大参数信号的随机共振或精确地说类随机共振，当然淹没在强噪声中的弱信号从共振频谱图中也被检测出来。

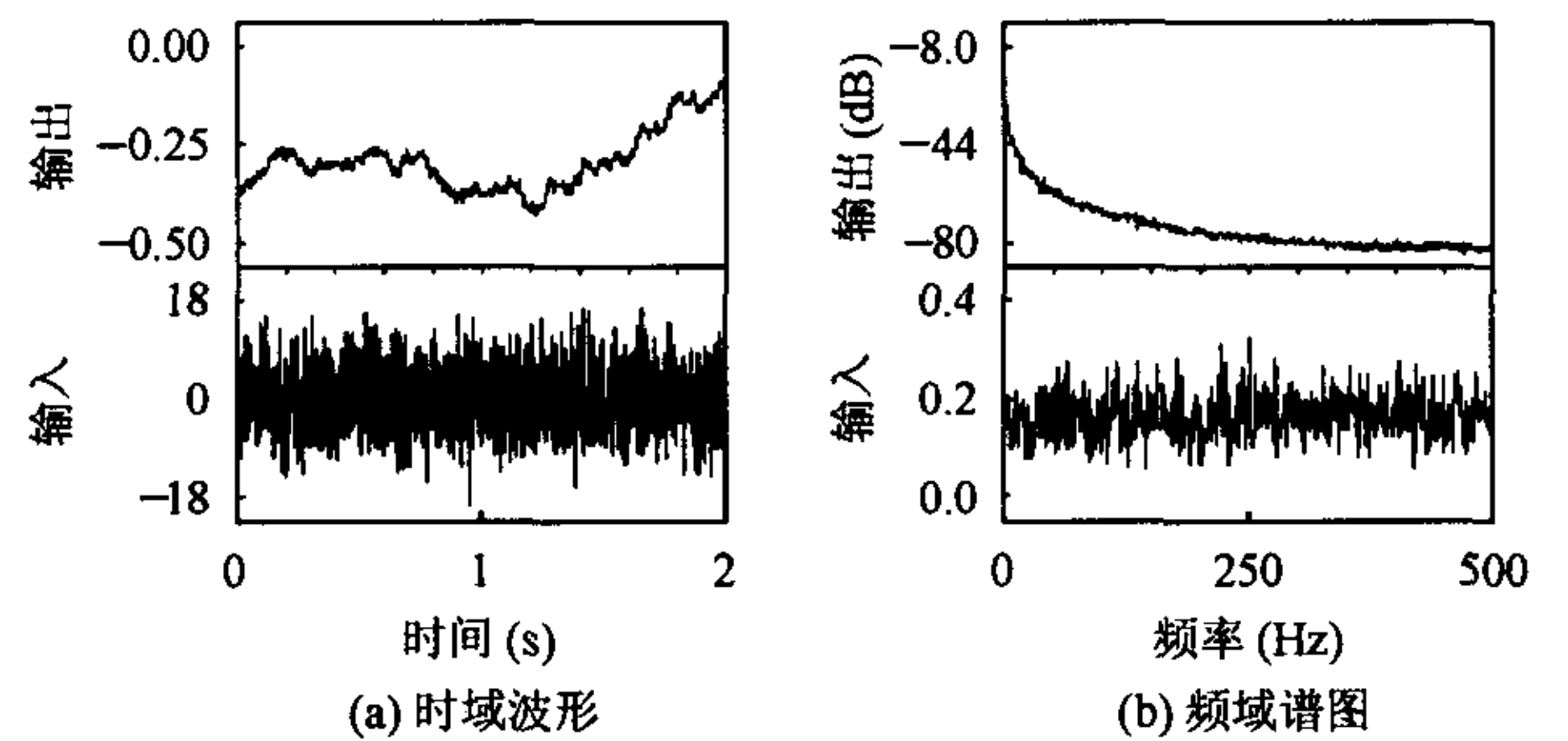


图5 大参数双稳系统的输入输出时频图

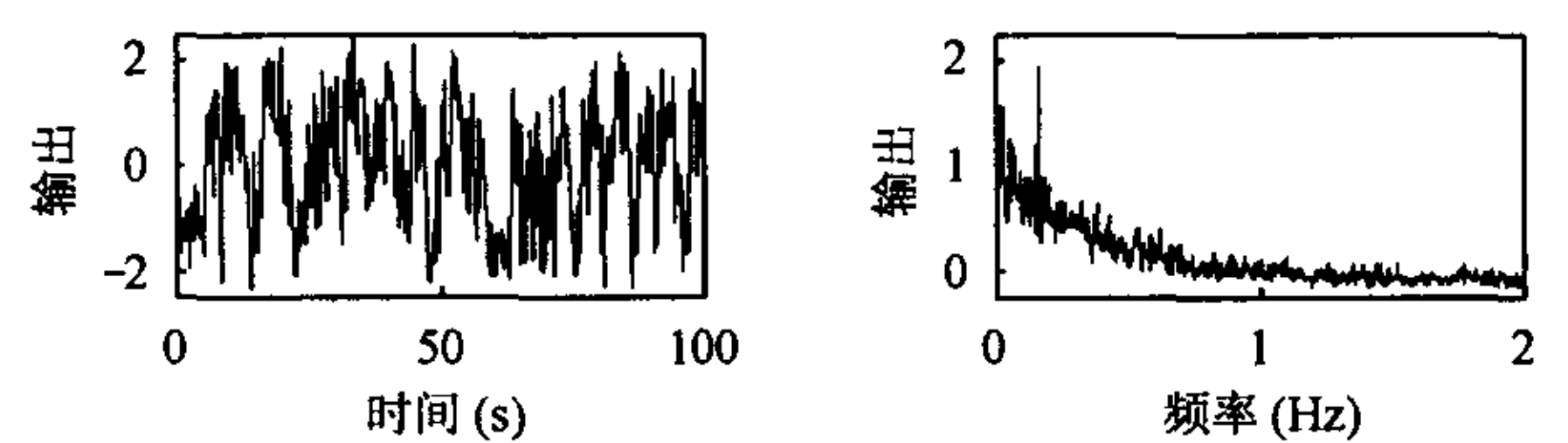


图6 二次采样频率  $f_{sr}=8\text{Hz}$  时，图5大参数双稳系统的类随机共振响应输出

3.2 大参数类随机共振的实现条件

从大参数类随机共振谱图 6 可知, 整个谱图分布有类似的 Lorentz 形式, 噪声谱能量主要集中在低频区域, 而且信号谱峰就位于此低频段。于是像图 2 和图 3 那样, 仍然可以得出结论, 欲产生大参数的类随机共振, 则信号频率必须位于噪声能量集中的低频区域。这是实现大参数类随机共振的先决条件。为定量给出产生类随机共振谱峰的低频范围, 设噪声强度固定不变, 并令  $f_s = kf_0$ ,  $k$  是采样频率  $f_s$  与弱信号频率  $f_0$  的比值。让  $k$  从  $100 \rightarrow 5$  范围内变化(即取不同的信号频率)。用图 6 的参数, 即  $\mu = 1, a = 0.3, D = 9.1, f_s = 2000\text{Hz}, f_{sr} = 8\text{Hz}, f_0 = f_s/k$ , 对式(1)进行数值计算, 得到不同  $k$  值(或  $f_0$  或  $f_r$ ) 的类随机共振谱图。在每一谱图中度量  $f_0$  处的谱峰高度  $h$ , 得到  $h-k$  关系曲线, 如图 7 所示。从图 7 可清楚地看出,  $k = 50$  是一个明显的分界线, 当  $k \geq 50$  (即  $f_0 \leq 40\text{Hz}$ ) 时, 谱高  $h$  变化趋势相对比较平稳, 而当  $k < 50$  (即  $f_0 > 40\text{Hz}$ ) 后,  $h$  值呈迅速下降变化趋势, 如图中的虚线。这一点与噪声谱能量的分布形式相吻合, 因为  $k \geq 50$  对应谱图能量集中的低频区域, 而这一区域容易形成可辨识的共振谱峰。对于  $k < 50$  离开能量集中的低频区域, 虽然在  $k = 30$  等处也有较高的  $h$  值, 但因该处的信号幅值容易被噪声干扰, 所以不易识别, 如图 8。因此, 从可辨识的角度考虑, 信号频率  $f_0$  处的共振谱峰最好像图 6 那样为整个谱图的最大峰值, 而满足这一条件的  $k$  值最好从  $k \geq 50$  中寻找。这就是实现大参数类随机共振条件的定量描述。另外, 由图 7 注意到, 在大参数条件下,  $f_0$  处的响应共振谱峰值不再随信号频率  $f_0$  的增大而表现出单调递减特性, 而是呈现出波动递减的趋势。这种在若干离散频率点出现较大谱峰的现象, 实际上反映了噪声的选择特性<sup>[13-14]</sup>, 是一种多重随机共振现象, 表明噪声有选择地增强不同频率的周期信号。

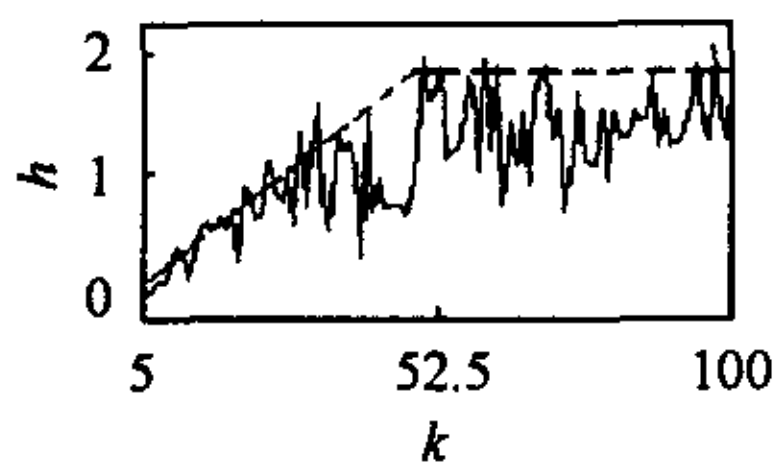


图 7 类随机共振谱峰随不同  $k$  值(或驱动信号频率  $f_0$ ) 的变化规律

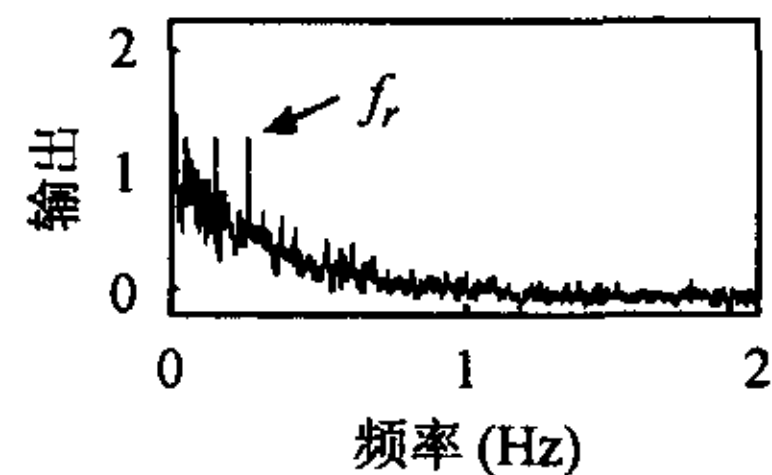


图 8  $k = 30$  (或  $f_0 = 66.7\text{Hz}$ ), 双稳系统的响应谱

至于二次采样频率  $f_{sr}$  的选择, 通过数值分析发现, 任意噪声强度  $D$  都对应有一个最小的二次采样频率  $f_{sr\min}$ , 因为对于某个  $D$ , 当  $f_{sr} < f_{sr\min}$  后数值计算将溢出。而且, 当  $f_{sr} = f_{sr\min}$  时, 弱信号频率  $f_0$  处的类随机共振谱峰效果比  $f_{sr} > f_{sr\min}$  的都要好。然而, 要在慢变频率  $f_r = f_0/R$

( $R = f_s/f_{sr}$ ) 处产生最大可辨识的随机共振谱峰, 对于某个驱动幅值为  $a$  的弱周期信号, 噪声强度存在一个极大值  $D_{\max}$ , 因为当  $D > D_{\max}$  后, 无论怎样选择  $f_{sr}$ ,  $f_r$  处的类随机共振谱峰将被更强的噪声逐渐淹没而不能识别, 参见图 9。表 1 和表 2 分别给出了周期驱动幅值  $a = 0.3$  和  $a = 0.9$  能在小频率  $f_r$  处产生最大可辨识类随机共振谱峰的噪声强度  $D$  与其对应最小二次采样频率  $f_{sr\min}$  (保留一位小数) 的关系, 图 9 是表 1 在  $D_{\max} = 32.0$  及其对应  $f_{sr\min} = 12\text{Hz}$  时的双稳系统响应谱。从表 1 和表 2 看出, 驱动信号幅值  $a$  大, 则  $D_{\max}$  也大, 当然相应的  $f_{sr\min}$  也跟着增大。这一点不难理解, 因为信号的增强必然需要更强的噪声才能把它淹没。

双稳系统输入输出端信噪比 SNR 的对比, 能更好地说明为什么用二次采样随机共振方法可从强噪声中识别弱信号。这里, 信噪比定义<sup>[15,16]</sup>为: 在功率谱中信号的峰(幅)值与同频率噪声(背底)之比。以表 1 为例, 图 10 绘出了每一个  $D$  取  $f_{sr} = f_{sr\min}$  的系统输入输出的信噪比。显然输出端信噪比始终大于输入端的信噪比, 而且当  $D \geq 3.5$  后, 输入端的信噪比已低于输出端信噪比的最小值  $\text{SNR}_{\text{out-min}} = 2.1$ 。这充分说明, 随着噪声强度  $D$  的增大, 输入端的信号逐渐被淹没, 而在输出端, 由于二次采样随机共振效应,  $f_r$  处的弱信号谱峰却始终突出可辨, 达到识别弱信号的目的。参见图 5 输入谱和图 6 输出谱。

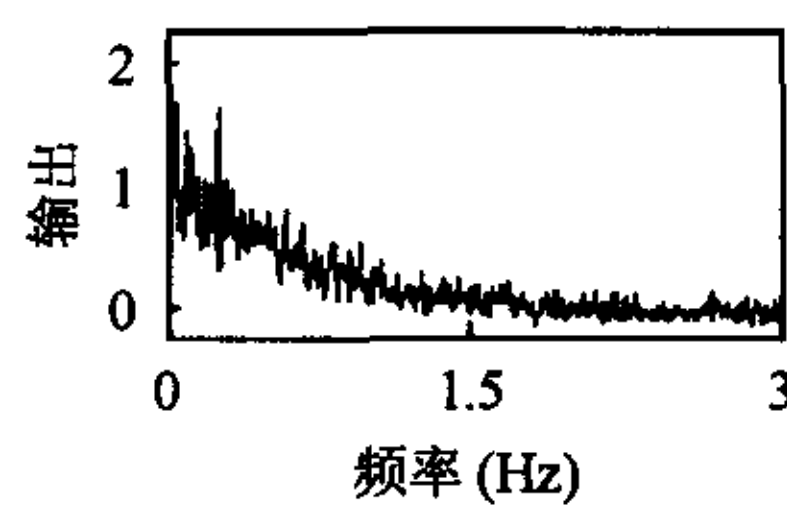


图 9  $D_{\max} = 32.0$  及其对应  $f_{sr\min} = 12$  (表 1) 的双稳系统的响应谱

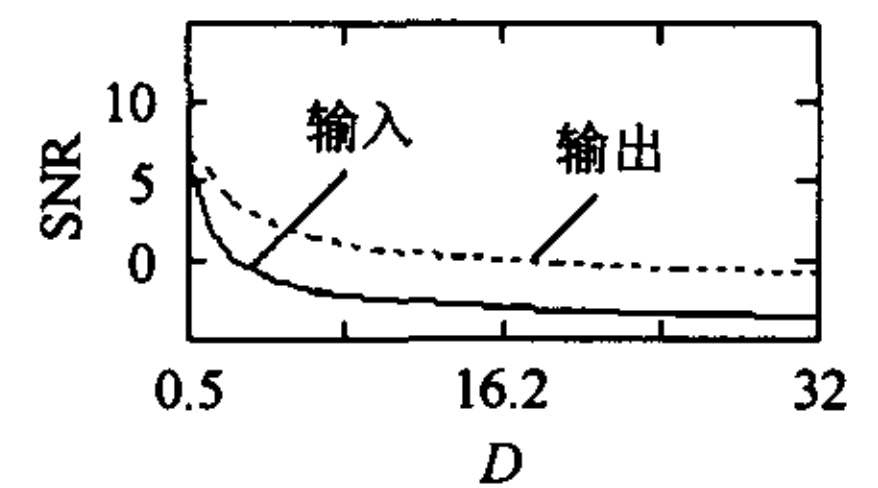


图 10 根据表 1 得到的双稳系统的输入输出信噪比

表 1  $D$  与  $f_{sr}$  的关系 ( $D_{\max}=32.0$ )  
( $\mu=1, a=0.3, f_0=40\text{Hz}, f_s=2000\text{Hz}$ )

$D$	$f_{sr\min}$ (Hz)	$D$	$f_{sr\min}$ (Hz)
32.0	12.0	6.4	7.0
24.7	11.0	4.0	6.0
18.5	10.0	2.3	5.0
13.5	9.0	1.2	4.0
9.5	8.0	0.5	3.0



表2  $D$  与  $f_{sr}$  的关系 ( $D_{\max}=324.0$ )  
( $\mu=1, \alpha=0.9, f_0=40\text{Hz}, f_s=2000\text{Hz}$ )

$D$	$f_{sr\min}$ (Hz)	$D$	$f_{sr\min}$ (Hz)
324.0	26.0	90.1	17.0
288.3	25.0	62.1	15.0
224.0	23.0	40.6	13.0
147.2	20.0	24.7	11.0
126.5	19.0	9.5	8.0

以上大参数类随机共振的实现, 只是对双稳系统输入量(信号加噪声)的参数变化规律进行了讨论, 而实际上系统参数  $\mu$  的改变在某种程度上也有助于大参数类随机共振的实现, 因为当信号幅值  $a$  低于阈下输入信号<sup>[17]</sup>很多时, 适当调整  $\mu$  可改变势垒  $\Delta U = \mu^2/4$  的高度, 于是  $a$  可恢复成为阈下输入信号(或超过阈下输入信号), 达到大参数类随机共振的条件。这种情况此处不再赘述。

## 4 大参数类随机共振的信息检测

### 4.1 具体实现

由上节大参数类随机共振的实现条件可知, 两个重要的参数是采样频率  $f_s$  和二次采样频率  $f_{sr}$ 。因为  $f_s$  决定了  $f_0$  是否移进了噪声能量集中的低频区, 而  $f_{sr}$  决定了  $f_0$  转换为慢变低频信号的程度。对于采样频率  $f_s$ , 应满足  $f_s \geq 50f_0$ , 这意味着信号频率  $f_0$  成为待观察分析的已知量。对于  $f_{sr}$ , 由于它取决于噪声强度  $D$ , 因此可以根据相关性先粗略地估计出数据中的噪声强度, 然后参照类似的表1和表2选择一对应的  $f_{sr\min}$  作为二次采样频率  $f_{sr}$ 。最后对  $f_{sr}$  进行适当微调, 直至信号频率  $f_0$  处产生清晰的类随机共振谱峰。

### 4.2 周期信号的检测

以文献[18]的电机设备监测数据为例, 阐述利用大参数类随机共振技术对强噪声干扰中的弱周期信号的识别。

在某次电机常规寻检时, 由加速度传感器所采集到的滚动轴承的振动信号, 经FFT变换得到其频谱如图11(a)所示, 其中采样频率  $f_s = 10\text{kHz}$ , 采样点数为8192, 平均次数15。谱图上除了在750Hz处有表征轴承元件轻微损伤故障外, 看不到其它故障特征。然而在进行大参数类随机共振的谱分析后, 却得到意想不到的结果, 发现电机转子的工频(50Hz)及其2, 3, 4倍频(100Hz, 150Hz, 200Hz)等不同程度出现类随机共振谱峰, 见图11(b)。其中二次采样频率  $f_{sr} = 2.5\text{Hz}$ , 系统参数  $\mu = 0.4$ , 噪声强度估计值为  $D = 0.227$ 。可以算出这些频率成分都在噪声能量集中的低频区。

根据机械故障诊断理论, 这种工频及其倍频的谱峰特征, 预示着电机可能存在机械松动故障。这一例子清楚地表明, 当某些特征信息被强噪声或其它强干扰淹没时, 通常的频域谱分析很难发现这些特征信息, 而利用大参数类随机共振技术却可以将这些特征信息挖掘出来, 供人们作进一步分析。

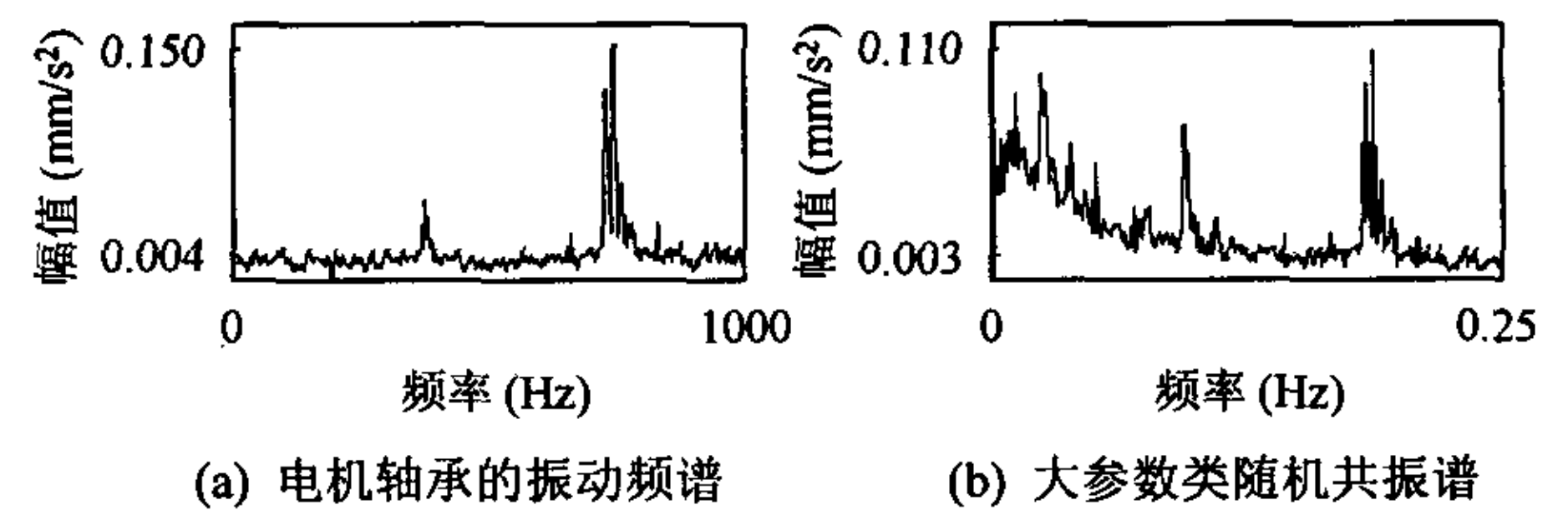


图11

### 4.3 非周期信号的检测

将式(1)的正弦周期信号  $a\sin(2\pi f_0 t)$  改为任意非周期信号  $\ln(t)$ , 即

$$dx/dt = \mu x - x^3 + \ln(t) + n(t) \quad (6)$$

则大参数类随机共振技术即可用来提取任意非周期信号。所不同的是, 周期信号是在频域中分析识别, 而非周期信号则在时域中进行。以文献[19]非周期字符串的识别为例, 设计计算机生成的任意脉冲非周期字符串信号为图12(a)的上图。当噪声强度  $D = 0.3$  的白噪声与之相混合后, 字符串信号基本被噪声淹没而不易识别, 如图12(a)的中图。然而应用大参数类随机共振技术, 取二次采样频率  $f_{sr} = 5$ , 则解式(6)得到双稳系统的输出, 如图12(a)的下图。显然字符串信号又被完全显现出来。加大噪声, 如取  $D = 9$ , 不言而喻, 图12(a)中图的字符串信号深埋于强噪声中更加难以辨识。此时, 分别取二次采样频率  $f_{sr}$  为16, 40, 60, 得到双稳系统的输出分别为图12(b)的上、中、下图。可以看到,  $f_{sr} = 40$  时, 字符串信号被共振显现得较清晰完整, 容易在后续处理时被准确地重构恢复。而大于或小于此二次采样频率值时, 字符串信号的类随机共振输出有较大的失真, 后续重构易造成较高的误码率。因此, 与周期信号大参数类随机共振相比, 对于某个噪声强度  $D$ , 产生非周期信号大参数类随机共振的二次采样频率, 不是在该  $D$  值的最小二次采样频率  $f_{sr\min}$  处, 而是在大于  $f_{sr\min}$  的某个  $f_{sr}$  值上。这一问题将在另文探讨。

## 5 结束语

本文从小参数随机共振的响应特性出发, 研究了响应幅值与频率和噪声强度的关系, 探讨了 Lorentz 分布的噪声频谱特性, 得出产生随机共振的基本条件就是: 周期信号频谱值必须位于噪声能量集中的低频区域, 而且发现: 增大噪声

强度而减小驱动频率有助于大参数类随机共振的实现。针对大信号情况, 给出了二次采样大参数类随机共振的实现条件, 即采样频率不低于信号频率的 50 倍, 而且二次采样频率由噪声强度的估计值确定。另外, 从双稳系统输入输出信噪比的分析得知, 在强噪声下, 输出端信噪比始终大于输入端的信噪比, 充分证明了大参数类随机共振方法在弱信号检测方面的有效性。最后, 以周期和非周期弱信号的检测为实例, 进一步验证了该项技术在实际应用中的可行性。

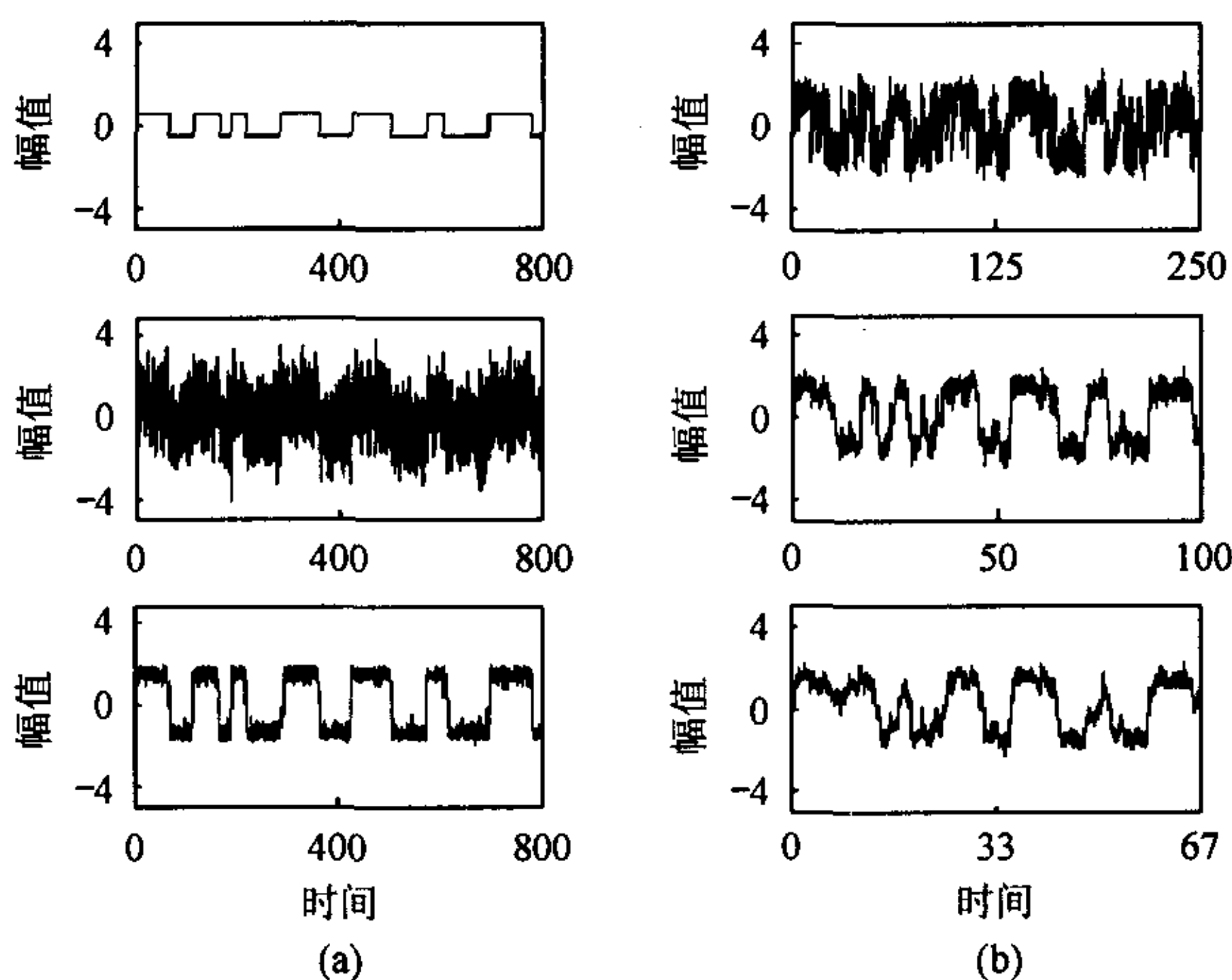


图 12 大参数类随机共振的非周期信号识别  
(幅值和时间单位为任意单位)

### 参 考 文 献

- [1] Benzi R, Sutera A, Vulpiana A. The mechanism of stochastic resonance. *Physica A*, 1981, 14: L453 – 457.
- [2] Gammaitoni L, Hänggi P, et al.. Stochastic resonance. *Rev. Mod. Phys.*, 1998, 70(1): 223 – 246.
- [3] Bulsara A R, Gammaitoni L. Turning in to noise. *Phys. Today*, 1996, 49(3): 39 – 45.
- [4] Collins J J, Chow C C, Imhoff T T. Aperiodic stochastic resonance in excitable systems. *Phys. Rev. E*, 1995, 52: R3321 – 3324.
- [5] Godivier X, Chapeau-Blondeau F. Noise-assisted signal transmission in a nonlinear electronic comparator: experiment and theory. *Signal Processing*, 1997, 56: 293 – 303.
- [6] Gammaitoni L. Stochastic resonance in multi-threshold systems. *Phys. Lett. A*, 1995, 208: 315 – 322.
- [7] Collins J J, Chow C C, Imhoff T T. Stochastic resonance without tuning. *Nature*, 1995, 376: 236 – 238.
- [8] Jung P, Hänggi P. Amplification of small signal via stochastic resonance. *Phys. Rev. A*, 1991, 44(12): 8032 – 8042.
- [9] Galdi V, Pierro V, Pinto I M. Evaluation of stochastic-resonance-based detectors of weak harmonic signals in additive white Gaussian noise. *Phys. Rev. E*, 1998, 57(6): 6470 – 6478.
- [10] 胡岗. 随机力与非线性系统. 上海: 上海科学教育出版社, 1994: 219 – 240.
- [11] Nicolis G, Prigogine I. *Self-Organization in Nonequilibrium Sys.* New York: Wiley, 1997, chapter 2 – 3.
- [12] 冷永刚, 王太勇. 二次采样用于随机共振从强噪声中提取弱信号的数值研究. *物理学报*, 2003, 52(10): 2432 – 2437.
- [13] Chapeau-Blondeau F. Stochastic resonance at phase noise in signal transmission. *Phys. Rev. E*, 2000, 61(1): 940 – 943.
- [14] Vilar J M G, Rubi J M. Stochastic multiresonance. *Phys. Rev. Lett.*, 1997, 78(15): 2882 – 2885.
- [15] 秦光戎, 龚德纯, 胡岗, 温孝东. 随机共振的模拟实验. *物理学报*, 1992, 41(3): 360 – 368.
- [16] Gingl Z, Vajtai R, Kiss L B. Signal-to-noise ratio gain by stochastic resonance in a bistable system. *Chaos, Solitons & Fractals*, 2000, 11: 1929 – 1932.
- [17] 王嘉赋, 刘锋, 等. 随机共振系统输入阈值的频率特性. *物理学报*, 1997, 46(12): 2305 – 2312.
- [18] 冷永刚, 王太勇, 等. 变尺度随机共振用于电机故障的监测诊断. *中国电机工程学报*, 2003, 23(11): 111 – 115.
- [19] Hu G, Gong D C, et al.. Stochastic resonance in a nonlinear system driven by an aperiodic force. *Phys. Rev. A*, 1992, 46: 3250 – 3254.

冷永刚: 男, 1964年生, 博士生, 目前研究方向为信号处理、设备的智能监测与诊断等。

王太勇: 男, 1962年生, 教授, 目前研究方向为智能诊断与动态测控、数控技术与网络制造。