

一种新的 SAR 自动增益控制的算法¹

陈冰冰 王贞松*

(中国科学院电子学研究所 北京 100080)

*(中国科学院计算技术研究所 北京 100080)

摘要 该文从合成孔径雷达 (SAR) 系统接收过程的信号模型出发, 推导出了适用于 SAR 系统的理想的自动增益控制算法。通过对比理想的自动增益控制算法和目前通用的传统增益控制算法, 发现它们各有利弊。该文根据工程实际, 利用最大似然估值的方法, 提出了一种能够发扬这两种方法的优点, 并克服它们弊端的增益控制的新算法。经过计算机仿真, 结果令人满意。

关键词 SAR, 自动增益控制, 最大似然估值法

中图分类号 TN951

1 SAR 回波的统计特性和理想增益控制模型

SAR 回波在任意时刻的采样值, 是地面一个距离向宽度为 ΔB , 方位向宽度为 L 的照射条带反射的综合。其中 L 为地面上天线波束的方位向宽度。波束剖面的几何关系见图 1。如果 τ_0 表示发射脉冲的宽度。当载机飞行高度 h 比较大的时候, ΔB 由下面的式子确定^[1]

$$\Delta B = c\tau_0 / (2 \sin \alpha) \quad (1)$$

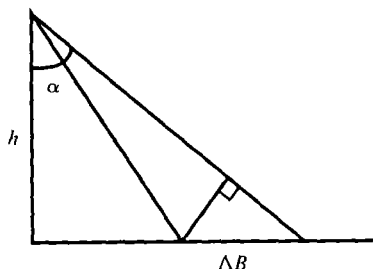


图 1 SAR 回波几何关系图

SAR 接收机接收输出的过程可以表述为

$$y(t) = w_s(t) + n(t) \quad (2)$$

其中 $w_s(t)$ 是接收机接收到的地面回波的信号过程。它是振幅服从瑞利分布, 相角服从 $0 - 2\pi$ 均匀分布的零均值, 非平稳高斯过程^[2]。 $n(t)$ 是平稳的高斯白噪声, 并且 $w_s(t)$ 和 $n(t)$ 相互独立。在距离向和方位向变化都不太大的条件下, $w_s(t)$ 可以认为是平稳的。SAR 系统的自动增益控制电路, 把在距离向和方位向变化不太大的回波样本点分成一组。设每组内有独立样本的数目是 N , 其中距离方向采集 N_c 个样本, 同一个距离单元在方位向采集 N_a 个样本, 即满足 $N = N_c \times N_a$ 。那么该组内的样本点是平稳的瑞利分布。不同的组之间, 瑞利分布的参数是

¹ 2000-06-30 收到, 2001-07-27 定稿
国家自然科学基金 (NFNS 69896250-2) 资助

不同的。SAR 增益控制，实际就是对这些来自地面不同反射区域的回波加以不同的增益，以保证在处理时所获得的回波信号的平均功率（方差）保持恒定。如果一次成像的所有样本可以分成 M 个这样的组，设在第 j 个这种分组中，构造

$$z_j(t) = |y(t)| = |w_s(t) + n(t)|, \quad j = 1, 2, 3, \dots, M \tag{3}$$

则 z_j 服从瑞利分布，并满足

$$p(z_j/x_1) = (z_j/x_1) \exp[-z_j^2/(2x_1)] \tag{4}$$

其中

$$x_1 = \sigma_{w,j}^2 + \sigma_n^2, \quad j = 1, 2, 3, \dots, M \tag{5}$$

$\sigma_{w,j}^2$ 和 σ_n^2 分别是信号和噪声的方差。为了使经过增益控制后的信号过程成为平稳的瑞利过程，必须对接收机输出过程中的信号过程进行概率归一化处理，即

$$y'(t) = \frac{ky(t)}{\sigma_w(t)} = \frac{k w_s(t)}{\sigma_w(t)} + \frac{kn(t)}{\sigma_w(t)} = w'_s(t) + n'(t) \tag{6}$$

其中， k 是处理过程中与后级相匹配的一个正常数，为了叙述方便取 $k = 1$ 。可以证明，经过处理后，信号分量的振幅概率密度满足

$$p(w'_s) = w'_s \exp(-w'^2_s/2) \tag{7}$$

显然，经过处理后，接收机输出过程中的信号过程振幅的概率分布与时间无关。即达到了经过处理使得信号过程变为平稳的目的。

在图 2 的反馈式自动增益控制电路中，中频放大器的增益控制电压 u_c 是信号均方根值 $\sigma_{w,j}$ 的估值。只要参加估值的独立样本数目 N 足够大，估值的精度就足够高，就可以完成对信号过程 $w_s(t)$ 的概率归一化处理^[3]。观察 (6) 式我们可以看出，理想情况下，中频增益与信号均方根值 $\sigma_w(t)$ 成反比。而图 2 中，数字处理单元是对 $\sigma_{w,j}$ 进行估值作为增益控制电压。由此可以得到增益与控制电压的关系

$$A(t) = 1/\hat{\sigma}_{w,j} = 1/u_c \tag{8}$$

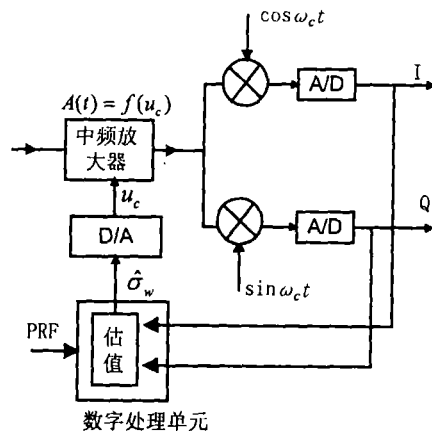


图 2 理想的自动增益控制框图

2 对信号均方根值的估值和估值量的性质

2.1 信号均方根值的估值

根据第 1 节的分析, SAR 的回波均值为 0, 因此信号的方差, 就是信号的均方值. 现在 SAR 系统自动增益控制的问题, 就转化为如何根据已有样本, 对信号均方根值 $\sigma_{w,j}$ 进行估值. 这里利用最大似然法, 对 $\sigma_{w,j}$ 进行估值, 分为两步. 首先对信号加噪声条件下, 对 $x_1 = \sigma_{w,j}^2 + \sigma_n^2$ 进行估值, 然后, 利用雷达工作的间歇期, 对接收机噪声进行采样得到噪声平均功率 σ_n^2 的最大似然估值. 两次估值差开方就得到 $\sigma_{w,j}$ 的估值. 下面就具体加以分析.

设有 N 个独立的信号加噪声的观测样本 z_1, z_2, \dots, z_N , 样本的获得满足第一节的独立同分布样本获取的原则. 构造 N 维的似然函数

$$\ln p(z_1, z_2, \dots, z_N/x_1) = \ln(z_1 z_2 \cdots z_N) - N \ln x_1 - \frac{1}{2x_1} \sum_{i=1}^N z_i^2 \quad (9)$$

求导并令

$$\left. \frac{\partial \ln p(z_1, z_2, \dots, z_N/x_1)}{\partial x_1} \right|_{x=\hat{x}_{1ml}} = \frac{N}{x_1} + \frac{1}{2x_1^2} \sum_{i=1}^N z_i^2 = 0 \quad (10)$$

解这个方程得到

$$\tilde{x}_{1ml} = \frac{1}{2N} \sum_{i=1}^N z_i^2 \quad (11)$$

同理, 在雷达工作间隙接收机只有噪声输出的情况下

$$z(t) = |n(t)| \quad (12)$$

这时

$$p(z/x_2) = (z/x_2) \exp[-z^2/(2x_2)], \quad z \geq 0 \quad (13)$$

其中

$$x_2 = \sigma_n^2 \quad (14)$$

同样做 x_2 的最大似然估值有

$$\tilde{x}_{2ml} = \frac{1}{2N} \sum_{i=1}^N z_i^2 \quad (15)$$

于是 $\sigma_{w,j}^2$ 的估值为

$$\hat{\sigma}_{w,j}^2 = \hat{x}_{1ml} - \hat{x}_{2ml} \quad (16)$$

这样可以得到 $\sigma_{w,j}$ 的估值

$$\hat{\sigma}_{w,j} = \sqrt{\hat{\sigma}_{w,j}^2} \quad (17)$$

2.2 估值量性质的分析

下面需要讨论这个估值量的性质, 为此我们先讨论估值量 $\hat{\sigma}_{w,j}^2$ 的性质

$$E(\hat{\sigma}_{w,j}^2) = E(\hat{x}_{1ml} - \hat{x}_{2ml}) = E(\hat{x}_{1ml}) - E(\hat{x}_{2ml}) \quad (18)$$

将 (11), (15) 式代入 (18), 计算得

$$E(\hat{\sigma}_{w,j}^2) = E(\hat{x}_{1ml}) - E(\hat{x}_{2ml}) = (\sigma_{w,j}^2 + \sigma_n^2) - \sigma_n^2 = \sigma_{w,j}^2 \quad (19)$$

这就是说, 估计量 $\hat{\sigma}_{w,j}^2$ 是无偏的。但是估值量 $\hat{\sigma}_{w,j}$ 是有偏的。这是因为开根号, 对 $\sigma_{w,j}^2$ 真值两侧估值量的影响是不同的。对估值量 $\sqrt{\hat{\sigma}_{w,j}^2}$ 在 $\sigma_{w,j}^2$ 附近进行泰勒展开取其前 3 项有:

$$\hat{\sigma}_{w,j} = \sqrt{\hat{\sigma}_{w,j}^2} \approx \sqrt{\sigma_{w,j}^2} + \frac{1}{2\sqrt{\sigma_{w,j}^2}}[\hat{\sigma}_{w,j}^2 - \sigma_{w,j}^2] - \frac{1}{8\sigma_{w,j}^3}[\hat{\sigma}_{w,j}^2 - \sigma_{w,j}^2]^2 \quad (20)$$

等式两边取数学期望, 并将 (19) 代入并整理得

$$E(\hat{\sigma}_{w,j}) = \sigma_{w,j} - [1/(8\sigma_{w,j}^3)][D(\hat{x}_{1ml}) + D(\hat{x}_{2ml})] \quad (21)$$

由于最大似然估值量 \hat{x}_{1ml} 是无偏的, 并且似然方程满足

$$\frac{\partial \ln p(z_1, z_2, \dots, z_N/x_1)}{\partial x_1} = \frac{N}{x_1} \left(\frac{1}{2N} \sum_{i=1}^N z_i^2 - x_1 \right) = k(x_1)(\hat{x}_{1ml} - x_1) \quad (22)$$

这说明对参数 x_1 的估值满足克拉美 - 罗界取等号的条件^[4], 于是

$$D(\hat{x}_{1ml}) = \left\{ -E \left[\frac{\partial^2 \ln p(z_1, z_2, \dots, z_N/x_1)}{\partial x_1^2} \right] \right\}^{-1} = \frac{(\sigma_w^2 + \sigma_n^2)^2}{N} \quad (23)$$

同理

$$D(\hat{x}_{2ml}) = x_2^2/N = (\sigma_n^2)^2/N \quad (24)$$

如果定义信号噪声比

$$\text{SNR} = \sigma_{w,j}^2/\sigma_n^2 \quad (25)$$

将 (23), (24) 和 (25) 式代入 (21) 式

$$E(\hat{\sigma}_{w,j}) = \sigma_{w,j} - \frac{1}{8N} \left(\sigma_{w,j} + \frac{2\sigma_n^2}{\sigma_{w,j}} + \frac{2\sigma_n^4}{\sigma_{w,j}^3} \right) = \sigma_{w,j} - \frac{\sigma_{w,j}}{8N} \left(1 + \frac{2}{\text{SNR}} + \frac{2}{\text{SNR}^2} \right) \quad (26)$$

估值方差为

$$E(\hat{\sigma}_{w,j} - \sigma_{w,j})^2 = 2\sigma_{w,j}^2 - 2\sigma_{w,j}E(\hat{\sigma}_{w,j}) \quad (27)$$

将 (26) 代入有

$$E(\hat{\sigma}_{w,j} - \sigma_{w,j})^2 = \sigma_{w,j}^2 - \frac{1}{4N} \left(1 + \frac{2}{\text{SNR}} + \frac{2}{\text{SNR}^2} \right) \quad (28)$$

根据 (8) 式, 中频增益与 $\hat{\sigma}_{w,j}$ 成反比, 因此增益表达式可以写成

$$A_j = \frac{1}{\hat{\sigma}_{w,j}} \approx \frac{1}{\sigma_{w,j}} - \frac{1}{\sigma_{w,j}^2}(\hat{\sigma}_{w,j} - \sigma_{w,j}) + \frac{1}{2\sigma_{w,j}^3}(\hat{\sigma}_{w,j} - \sigma_{w,j})^2 \quad (29)$$

两边取数学期望, 并将有关结果代入有

$$E(A_j) = \frac{1}{\sigma_{w,j}} + \frac{1}{\sigma_{w,j}} \frac{1}{4N} \left(1 + \frac{2}{\text{SNR}} + \frac{2}{\text{SNR}^2} \right) \quad (30)$$

增益的方差为

$$E \left(\frac{1}{\hat{\sigma}_{w,j}} - \frac{1}{\sigma_{w,j}} \right)^2 \approx \frac{1}{\sigma_{w,j}^2} \frac{1}{4N} \left(1 + \frac{2}{\text{SNR}} + \frac{2}{\text{SNR}^2} \right) \quad (31)$$

3 SAR 增益控制的理想算法, 传统算法的优劣以及算法的改进

3.1 理想增益控制算法存在的问题

根据前面的分析, 理想的增益控制算法, 在输入过程均值为 0 的条件下, 是利用信号均方根值的估值作为增益的控制电压, 使得中频增益与信号的均方根值成反比例, 从而达到对信号过程概率归一化的目的. 在实际的接收机中, 由于系统平均噪声功率 σ_n^2 是常数, 因此信噪比越小, 信号均方根值 $\sigma_{w,j}$ 本身就越小. 随着信噪比的下降, 对 $\sigma_{w,j}$ 的估值的方差将加大, 这会造中频增益的剧烈波动. 这种波动将有可能使得接收机工作不正常, 还可能造成后级过载. 表 1 是输入信号始终平稳, 对于几种不同的信号噪声比条件下, 各做 500 次自动增益控制模拟, 统计得到的中频增益以及增益波动方差的理论值和计算机仿真的值. 每次实验所使用的独立同分布的样本数目 $N = 1000$. 由于每一种信噪比条件都做了 500 次增益模拟, 因此每个信噪比条件下, 都可以得到 500 个实际的中频增益值. 把这些值绘成图, 就得到了图 3(a), (b), (c), (d) 四幅图. 从理论上讲, 既然输入的信号过程 $w_s(t)$ 平稳, 即信号均方根值 $\sigma_w(t)$ 是常数, 那么无论做多少次增益控制实验, 中频增益应该保持恒定. 但是比较图 3 中 (a), (b), (c), (d) 四幅图, 不难看出, 直接利用 $\sigma_{w,j}$ 的估值进行增益控制, 信噪比越小, 增益的波动越大. 这在实际接收机的设计中是必须要加以避免的.

表 1 $N = 1000$

σ_n^2	$\sigma_{w,j}$	SNR (dB)	E(A) (理论值)	E(A) (仿真值)	Var(A) (理论值)	Var(A) (仿真值)
1×10^{-4}	5×10^{-3}	-6	200.0	202.0	410	536
	1×10^{-2}	0	100.0	100.2	12.5	13.0
	2×10^{-2}	6	50.0	50.0	1.0	1.1
	3.16×10^{-2}	10	31.6	31.7	0.3	0.29

3.2 SAR 自动增益控制的传统算法与理想算法之比较

根据第 1 节的分析, 在有噪声的条件下, SAR 接收机输出过程是非平稳的高斯分布. 其模值 $z(t) = |y(t)| = |w_s(t) + n(t)|$ 服从参数为 $\sqrt{\sigma_w^2(t) + \sigma_n^2}$ 的瑞利分布. 在距离向和方位向变化都不大的条件下, 瑞利分布平稳. 按照第一节所述的样本分组原则, 对于第 j 组样本构造

$$\gamma = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N z_{i,j} \quad (32)$$

可以证明

$$E(\gamma) = \sqrt{\pi/2} \sqrt{\sigma_{w,j}^2 + \sigma_n^2} \quad (33)$$

正好与 $\sqrt{\sigma_{w,j}^2 + \sigma_n^2}$ 成正比例. 在传统的 SAR 设计中^[5], 正是利用上述的 γ 量对增益实施控制的. 这相当于利用 $\sqrt{\sigma_w^2(t) + \sigma_n^2}$ 作为增益控制量的. 而根据本文第一节分析, 理想的增益

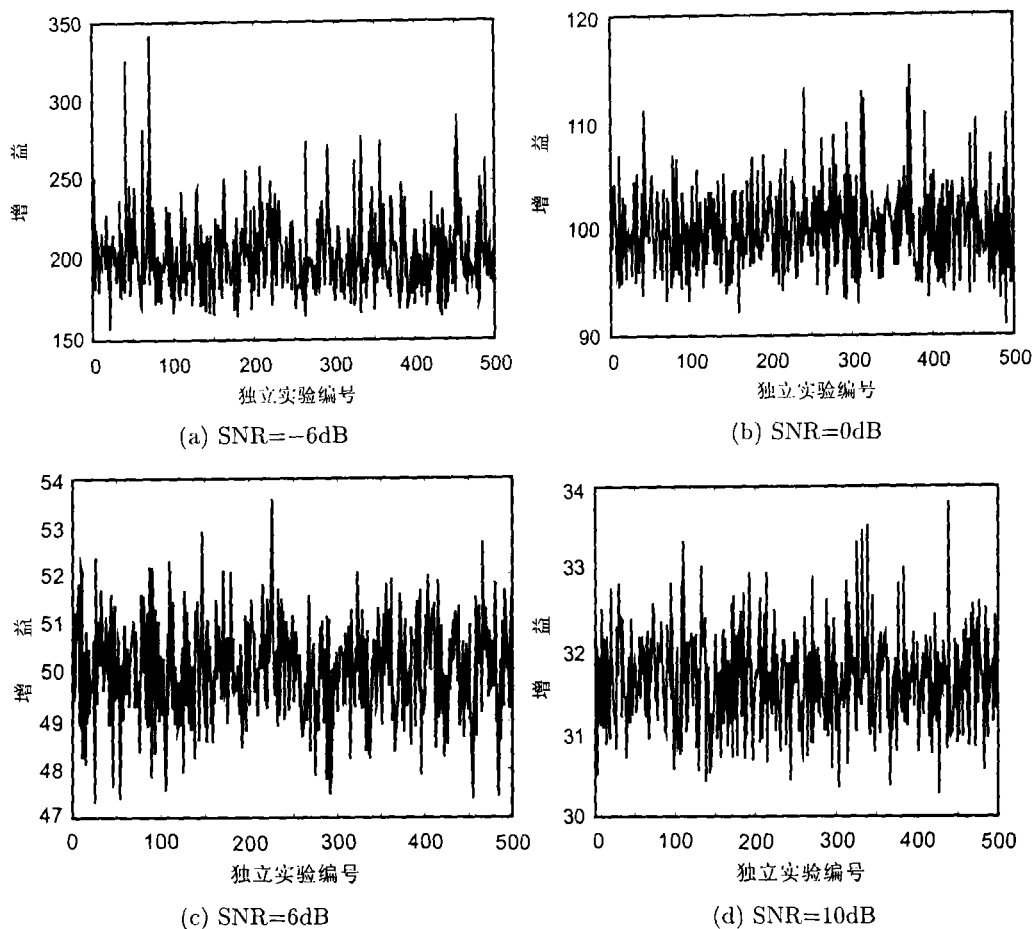


图3 不同信噪比条件下增益的波动

控制算法应该使用 $\sigma_{w,j}$ 作为控制量。这两种增益控制算法，在大信噪比条件下，是一致的。可是在小信噪比条件下，由于受到噪声平均功率项 σ_n^2 的影响，传统算法的增益比理想算法的增益要小，而且可变增益的动态范围也因此受到限制。这就会造成小信噪比条件下，系统中频增益的不足。但是也正是因为 σ_n^2 是常数，在小信噪比条件下，传统算法造成的中频增益的波动比理想算法要小得多。能不能找到一种算法，既保证小信噪比条件下，中频增益足够大，同时又不使得这时增益的波动太大。

3.3 改进的算法

根据 3.1 节和 3.2 节的分析，我们提出一种改进的算法。根据 (16) 式和 (17) 式，我们对 $\sigma_{w,j}$ 的估值可以写出如下

$$\hat{\sigma}_{w,j} = \sqrt{\hat{x}_{1ml} - \hat{x}_{2ml}} \quad (34)$$

其中 \hat{x}_{1ml} 和 \hat{x}_{2ml} 分别是对 $\sigma_{w,j}^2 + \sigma_n^2$ 和 σ_n^2 的最大似然估值。在实际系统中，系统的噪声平均功率 σ_n^2 往往是常数或缓变的。只要样本数目 N 足够大，估值量 \hat{x}_{2ml} 会基本保持固定。下面构造修正的估值量 $\sigma_{w,j}^*$ 作为增益控制电压

$$u_c = \hat{\sigma}_{w,j}^* = \sqrt{\hat{x}_{1ml} - \lambda \hat{x}_{2ml}}, \quad 0 \leq \lambda \leq 1 \quad (35)$$

这相当于利用

$$u_c = \sqrt{\sigma_{w,j}^2 + (1-\lambda)\sigma_n^2} \quad (36)$$

作为控制量。在大信号噪声比 $\sigma_w^2 \gg \sigma_n^2$ 的条件下,

$$\hat{\sigma}_{w,j}^* = \sqrt{x_{1ml} - \lambda x_{2ml}} \approx \hat{\sigma}_{w,j} \quad (37)$$

这时,改进的算法与理想算法是一致的。由于(36)式中,存在 $(1-\lambda)\sigma_n^2$ 项,小信噪比条件下,中频的增益波动将被抑制。我们可以根据实际情况选择不同的 λ ,既保证在小信噪比条件下,中频放大器有足够的增益,还要保证此时增益波动不能太大。 λ 的具体选择方法这里不作讨论。

3.4 改进算法的计算机模拟

根据(8)式和(36)式,图4(a)绘制了以 λ 作为参数,在不同的 λ 的条件下,理想的增益-信号噪声比曲线。图4(b)是在噪声平均功率 σ_n^2 一定,不同的信号均方根值条件下, $\lambda = 0, 0.6, 1$ 三个值时,实际的增益对信号均方根值的图。图中的纵坐标表示中频的增益。横坐标表示信号的均方根值。在图4(b)中, $\lambda = 1$ 相当于直接利用 $\sigma_{w,j}$ 的估值进行增益控制。可以看出,在小信噪比条件下,增益的波动非常大。 $\lambda = 0.6$ 时,增益的波动已经被大大地抑制了。 $\lambda = 0$ 相当于传统的增益控制算法。从图上可以看出,传统算法在小信噪比条件下,虽然非常稳定,但是增益和增益调节的动态范围往往不足。本文所提出的新的算法,其优越性正好体现在可以通过更改 λ 值,来改变中频增益-信号均方根的曲线形状,以适应不同的应用要求。而在数字控制中, λ 值可以很容易地被修改。

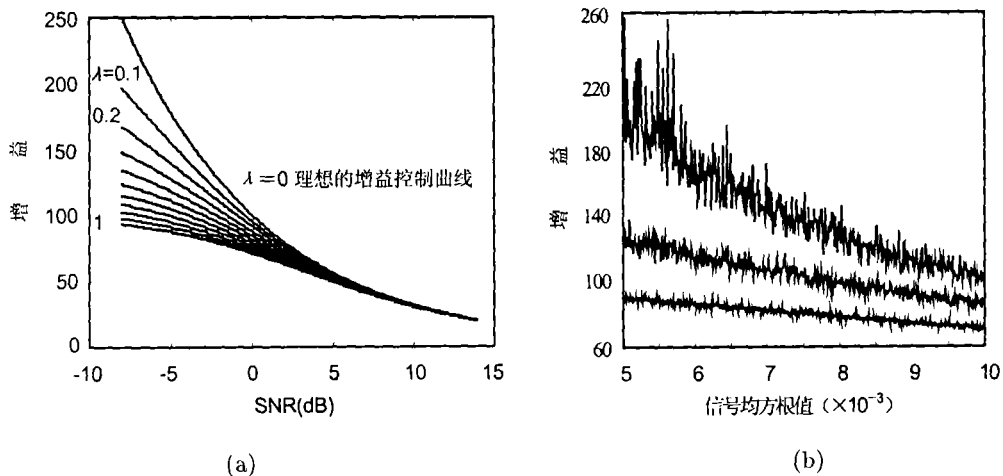


图 4

4 结束语

从理论上讲, SAR 系统理想的自动增益控制算法应该是利用对信号均方根值的估值作为反馈控制量的。而传统的算法是利用信号加噪声的均方根值的估值作为控制量。两种算法各有利弊。本文提出的算法克服了小信噪比条件下,利用信号均方根值的估值对增益实施直接控制所造成的增益波动过大的缺点。同时,还克服了传统方法在小信噪比条件下增益不足并且增益调节的动态范围受到限制的弊端,是一种非常有用的增益控制新模式。

参 考 文 献

- [1] 张光义, 相控阵雷达系统, 北京, 国防工业出版社, 1994, 232-233.
- [2] G. Franceschetti, R. Lanari, Synthetic Aperture RADAR Processing, CRC Press Boca London, New York, Washington, D. C 1999, 44-47.
- [3] 丁鹭飞, 张平, 雷达系统, 西安, 西北电讯工程学院出版社, 1984, 63-65.
- [4] 沈凤麟, 钱玉美, 信号统计分析基础, 合肥, 中国科技大学出版社, 1989, 307-309.
- [5] Yoshiaki Nemoto, Hideo Nishino, Japanese earth resources satellite-1 synthetic aperture radar, Proc. of the IEEE, 1991, 79(6), 806-807.

A NEW ALGORITHM FOR SAR AUTOMATIC GAIN CONTROL

Chen Bingbing Wang Zhensong*

(Institute of Electronics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100080, China)

**(Institute of Computing Technology, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100080, China)*

Abstract This paper derives the ideal AGC(Automatic Gain Control) algorithm for SAR system from the statistical model of SAR echoes. Compared with the conventional algorithm, the two methods have both advantages and disadvantages. The conventional method is much more stable than the ideal one under the condition of low signal-to-noise ratio. But its gain and dynamical range are always much smaller than the practical needed one. This paper puts forward a new AGC algorithm using maximum likelihood estimation, which inherits all the virtues of the two methods above and overcomes their drawbacks as well. The results are satisfactory via computer simulations.

Key words SAR, AGC, Maximum likelihood estimation

陈冰冰: 男, 1974 年生, 博士生, 目前主要从事 SAR 系统的结构与信号处理算法的研究.

王贞松: 男, 1945 年生, 博士生导师, 研究员, 主要从事微波遥感系统的结构以及信号处理的研究.