

# 矩形涂层板的电磁散射

陈利 潘锦

(电子科技大学, 成都 610054)

**摘要** 本文讨论了涂覆有耗介质的矩形平板的电磁散射。涂层介质的参数可以任意。表达式中涉及的 Maliuzhinets 函数的计算, 由于采用了多项式近似, 避免了复平面内的积分, 从而使计算时间大为减少。最后将理论计算结果与实验值相比较, 两者吻合得很好。

**关键词** 电磁散射; 矩形平板; 雷达散射截面

## 1. 引言

涂层平板的电磁散射问题在许多领域有着广泛的应用。近几十年来, 从 Maliuzhinets 开始, 许多电磁场方面的学者都研究讨论过这一问题<sup>[1-4]</sup>。然而, 他们大多基于表面阻抗近似, 即忽略涂覆介质的厚度的影响进行研究的。这种近似必须当涂覆介质的电导率较大时才适用<sup>[4]</sup>; 另一方面, 当所涂覆的介质为有损耗介质时, 计算散射场所涉及到的 Maliuzhinets 函数是一个复平面内的复数积分<sup>[5-9]</sup>, 因此, 计算较复杂

本文利用传输线理论修正表面阻抗, 得出适用于一般涂层介质材料的涂层导电板的雷达散射截面表达式, 同时采用多项式近似取代复积分, 以提高计算速度。计算结果与实验结果符合很好。

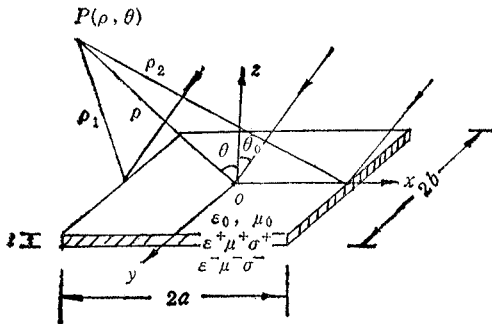


图1 矩形平板几何结构图

## 2. 基本理论

平板几何结构如图1所示。板尺寸为  $2a \times 2b$ , 入射电场平行于  $y$  轴 ( $E_i = E_0 \hat{y}$ ) 为 TM 波, 入射磁场平行于  $y$  轴 ( $H_i = H_0 \hat{y}$ ) 为 TM 波, 时间因子为  $\exp(-i\omega t)$ 。

由绕射理论推得矩形涂层平板的远区绕射场为<sup>[3]</sup>(注: 文献[3]中所给出的(2),(3)式均有错误, 应为下面的(3)式和(4)式。)

$$\left. \begin{matrix} E_d \\ H_d \end{matrix} \right\} = \frac{E_0}{H_0} \left\{ \frac{\cos(\xi/2) \exp(i\pi/4)}{\sqrt{2\pi k_0 \rho}} \exp[ik_0(\rho - a \sin \theta_0)] \right. \\ \left. \times A(\xi, \xi_0, \nu^+) A(-\xi, -\xi_0, \nu^-) [B(\xi, \xi_0, \nu^+) \right. \\ \left. + B(-\xi, -\xi_0, \nu^-)] T(\xi, \xi_0, k_0(\rho - a \sin \theta_0)) \right\}$$

$$\begin{aligned}
 & + \frac{\sin(\xi/2)\exp(i\pi/4)}{\sqrt{2\pi k_0 \rho}} \exp[i k_0(\rho + a \sin \theta_0)] \\
 & \times A(\pi - \xi, \pi - \xi_0, \nu^+) A(-(\pi - \xi), -(\pi - \xi_0), \nu^-) \\
 & \times [B(\pi - \xi, \pi - \xi_0, \nu^+) + B(-(\pi - \xi), -(\pi - \xi_0), \nu^-)] \\
 & \times T(\pi - \xi, \pi - \xi_0, k_0(\rho + a \sin \theta_0)) \} \quad (1)
 \end{aligned}$$

其中

$$\xi = \pi/2 - \theta, \quad \xi_0 = \pi/2 - \theta_0 \quad (2)$$

$$A(\xi, \xi_0, \nu^+) = \frac{1}{1 - \tan[(\xi_0 - \nu)/4]} \cdot \frac{M(\xi + \nu - \pi/2)M(\xi - \nu + \pi/2)}{M(\xi_0 + \nu + \pi/2)M(\xi_0 - \nu - \pi/2)} \quad (3)$$

$$B(\xi, \xi_0, \nu) = \frac{\tan[(\xi - \nu)/4]}{\cos(\xi/2) - \sin(\xi_0/2)} \cdot \frac{1 - \tan[(\xi + \nu)/4]}{1 - \tan[(\xi - \nu)/4]} \quad (4)$$

$$\begin{aligned}
 T(\xi, \xi_0, k_0 \rho) = & \frac{2i\eta_+ \eta_-}{\eta_+^2 \eta_-^2} \left[ \eta_- \exp(-i\eta_+^2) \int_{\eta_+}^{+\infty} \exp(it^2) dt \right. \\
 & \left. - \eta_+ \exp(-i\eta_-^2) \int_{\eta_-}^{+\infty} \exp(+it^2) dt \right] \quad (5)
 \end{aligned}$$

$$\eta_{\pm} = \sqrt{2k_0 \rho} |\cos[(\xi \pm \xi_0)/2]| \quad (6)$$

当  $|\xi \pm \xi_0| \neq \pi$  和  $3\pi$  时, 且  $\rho \rightarrow \infty$ , 则  $\eta_{\pm} \rightarrow \infty$ ,  $T \rightarrow 1$ . (3) 式中的  $M(u)$  为 Maliuzhinets 函数, 其定义为

$$M(u) = \exp \left\{ -\frac{1}{8\pi} \int_0^u \frac{\pi \sin t - 2\sqrt{2} \pi \sin(t/2) + 2t}{\cos t} dt \right\} \quad (7)$$

(1) 式中  $\nu^{\pm}$  为广义 Brewster 角, 定义为

$$\sin \nu_{\pm}^{\pm} = Z_0/Z_{\pm}^{\pm}, \quad \sin \nu_{\pm}^{\mp} = Z_{\pm}^{\mp}/Z_0 \quad (8)$$

其中  $Z_0 = \sqrt{\mu_0/\epsilon_0}$  为自由空间波阻抗,  $Z_{\pm}^+$ ,  $Z_{\pm}^-$  分别为上下表面的等效表面阻抗, 只要矩形板电尺寸较大, 利用等效传输线理论可将文献[2]中的表面阻抗公式修正为

$$Z_{\pm}^{\pm} = Z_{\pm} \frac{Z_{\pm} \cos k_0 t \sqrt{\mu_{\pm}^{\pm} \epsilon_{\pm}^{\pm}} - i Z_{\pm} \sin k_0 t \sqrt{\mu_{\pm}^{\pm} \epsilon_{\pm}^{\pm}}}{Z_{\pm} \cos k_0 t \sqrt{\mu_{\pm}^{\pm} \epsilon_{\pm}^{\pm}} - i Z_{\pm} \sin k_0 t \sqrt{\mu_{\pm}^{\pm} \epsilon_{\pm}^{\pm}}} \quad (9)$$

式中  $Z_{\pm} = \sqrt{\mu_{\pm}^{\pm}/\epsilon_{\pm}^{\pm}}$ ,  $\epsilon_{\pm}^{\pm} = \epsilon^{\pm} + i(\sigma^{\pm}/\omega)$ ,  $\epsilon_{\pm}^{\mp} = \epsilon^{\mp} + i[\sigma^{\mp}/(\omega \epsilon_0)]$

上标“+”, “-”分别代表上下表面;  $t$  为涂层介质厚度;  $k_0$  为自由空间波常数;  $\mu, \epsilon, \sigma$  分别代表表面材料的磁导率、介电常数和电导率。

对于下表面的表面阻抗  $Z_{\pm}^-$  有相类似的结果。当下表面为良导体, 即  $\sigma^- \rightarrow \infty$  时, 有

$$Z_{\pm}^- = Z_{\pm} \quad (10)$$

最后, 由物理光学近似, 可推得矩形涂层平板的雷达散射截面 (RCS) 为

$$\sigma = \frac{8b^2}{\lambda} \begin{cases} \lim_{\rho \rightarrow \infty} 2\pi\rho |E_d/E_0|^2, & \text{TM 情况,} \\ \lim_{\rho \rightarrow \infty} 2\pi\rho |H_d/H_0|^2, & \text{TE 情况,} \end{cases} \quad \theta = \theta_0 \neq 0 \quad (11)$$

当  $\theta = 0$  时, 前面的公式失效, 由物理光学法可推得

$$\sigma = |R|^2 \sigma_0 = |R|^2 4\pi(2a \times 2b)^2/\lambda^2 \quad (12)$$

$R$ 为介质表面反射系数.

### 3. $M(u)$ 的近似计算

为了避免复平面内积分计算  $M(u)$  函数,我们采用多项式近似代替(7)式的积分.在复平面  $0 < \text{Re}(u) < \pi/2$ ,  $\text{Im}(u) \geq 0$  的条带内,当  $M(u)$  为小宗量时,  $M(u)$  在  $u = 0$  展为 Taylor 级数,有

$$M(u) = 1 - \alpha u + O(u^2) \quad (13)$$

其中

$$\alpha = \frac{1}{16} \left( 1 - \sqrt{2} + \frac{2}{\pi} \right) = 0.0139 \quad (14)$$

当  $\text{Im}(u)$  较大时,(7)式中  $\cos t$  用  $(1/2) \exp(-it)$  近似,则(7)式可近似为

$$M(u) = \beta \{ \cos[(u - i \ln 2)/4] \}^{1/2} \exp \left\{ \frac{i u}{2\pi} \exp(iu) \right\} \quad (15)$$

其中

$$\beta = \left( \frac{2}{\sqrt{2} + 1} \right)^{1/2} \exp[(K/(2\pi))] \quad (16)$$

$K = 0.91596$  为 Catalan 常数.因此,在条带内,  $M(u)$  的近似式为

$$M(u) \approx \begin{cases} 1 - 0.0139u^2, & \text{Im}(u) \leq 4.6 \\ 1.05302 \sqrt{\cos(u - i\gamma)/4} \exp \left\{ \frac{i u}{2\pi} e^{iu} \right\}, & \text{Im}(u) > 4.6 \\ 1.05302 \sqrt{\cos(u - i\gamma)/4}, & \text{Im}(u) > 8 \end{cases} \quad (18)$$

式中  $\gamma = \ln 2$ . 利用  $M(u)$  的递推公式:

$$M(-u) = M(u), \quad M(u^*) = M^*(u) \quad (19)$$

$$M(u + \pi/2)M(u - \pi/2) = M^2(\pi/2)\cos(u/4) \quad (20)$$

可导出整个复平面内的  $M(u)$ . (19) 式中的“\*”表示共轭复数.

为了解  $M(u)$  近似计算的准确性,我们将(18)式的近似计算结果与(7)式的积分计算值进行了比较.表 1 为部分典型结果.比较表明,近似计算的误差不超过  $\pm 2\%$ ,然而,计算速度却提高了几十倍.

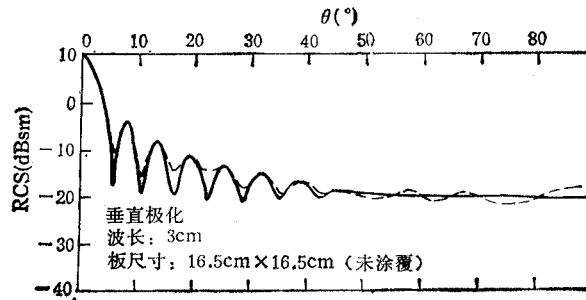
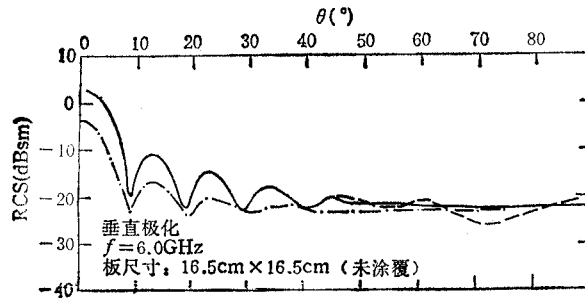
### 4. 计算结果及其分析

我们利用(1)式结合(18)式计算了涂层矩形平板的 RCS. 图 2 为不涂介质的良导体板的后向 RCS 理论计算结果与文献[6]中实验结果的比较.这时采用表面阻抗的计算结果与修正后的(9)式完全一致,主要是由于良导体损耗很大,即  $\sigma^+ \rightarrow \infty$ ,则  $Z_+^* \approx Z_+$ . 图 3 为涂有 Eccosorb FDS 雷达吸波材料时,理论计算(包括修正前,即  $Z_+^* = Z_+$  和修正后的(9)式计算结果)与实验值<sup>[7]</sup>相比较.在  $\theta$  小于  $45^\circ$ ,修正后的计算值(实线)与实验值(虚线)完全重合.在整个  $\theta$  范围内,修正后的计算值与实验值吻合很好.

本文采用的公式,运算方便,准确,速度快.并且由于等效表面阻抗和绕射场的推导以及物理光学近似均是以电大尺寸板为前提,因此,当目标位于高频区(其电长度大于  $10\lambda$ )时,可以预计, RCS 的理论计算值将更接近于目标的实际 RCS 值.

表 1  $M(u)$  积分值与近似计算值的比较

$u$	$\text{Re}(M(u))$		相对误差(%)	$\text{Im}(M(u))$		相对误差(%)
	积分值	近似值		积分值	近似值	
$\pi/4 + i$	1.005352	1.005326	-0.00258	-0.0218198	-0.0218345	-0.06732
$\pi/4 + 5i$	1.334656	1.332543	-0.15857	-0.1070439	-0.108603	-1.4356
$\pi/4 + 10i$	2.382468	2.382571	0.00432	-0.2303929	-0.2303156	0.03356
$\pi/2 + i$	0.9797001	0.9796027	-0.00994	-0.0437729	-0.0436691	0.23713
$\pi/2 + 5i$	1.309626	1.308858	-0.05868	-0.2138108	-0.2164028	-1.1978
$\pi/2 + 10i$	2.346803	2.346854	0.002173	-0.45879	-0.458658	0.0285
$3\pi/4 + i$	0.9367943	0.9368017	0.00079	-0.0660391	-0.0660547	-0.02362
$3\pi/4 + 5i$	1.268299	1.269742	0.113645	-0.3200585	-0.3221639	-0.6535
$3\pi/4 + 10i$	2.287838	2.287735	-0.04584	-0.6831952	-0.6830742	0.01771
$\pi + i$	0.876349	0.8763251	-0.00273	-0.0889035	-0.088902	0.00179
$\pi + 5i$	1.211285	1.213613	0.19182	-0.425610	-0.426428	-0.19185
$\pi + 10i$	2.206277	2.206126	-0.006845	-0.9016371	-0.9015752	0.00686

图 2 良导体板理论值(实线——)和实验值<sup>[6]</sup>(虚线-----)的比较图 3 涂有吸波材料的导体板修正阻抗前的理论计算值(点划线- · - · -)和修正阻抗后的理论计算值(实线——)与实验值<sup>[7]</sup>(虚线-----)的比较

## 参 考 文 献

- [1] G. D. Maliuzhinets, *Sov. Phys. Dokl.*, 3(1958), 752—755.

- [ 2 ] O. M. Bucci et al., *Radio Sci.*, **11**(1976)1, 49—59.  
[ 3 ] A. K. Bhattacharyya et al., *IEEE Trans. on AP*, **AP-32**(1984)9, 1003—1007  
[ 4 ] D. Wang, *IEEE Trans. on AP*, **AP-35**(1987)4, 453—457.  
[ 5 ] 欧杨,阮成礼,电子学报,**18**(1990)4,10—18.  
[ 6 ] R. A. Ross, *IEEE Trans. on AP*, **AP-14**(1966)5, 329—335.  
[ 7 ] W. R. Steven, Radar Cross Section Prediction for Coated Perfect Conductors with Arbitrary Geometries, AD-A170973, (1986).

## EM SCATTERING BY RECTANGULAR CONDUCTING PLATE COATED WITH LOSSY DIELECTRIC

Chen Li Pan Jin

(University of Electronic Science and Technology of China, Chengdu 610054)

**Abstract** The EM scattering by rectangular conducting flat plate coated with lossy dielectric, whose parameters may be arbitrary, is studied. To avoid the complex integral, Maliuzhinets' functions involved are approximated with close-form analytical expressions so that the computing time is reduced greatly. The results in the paper are in fair agreement with the experimental ones.

**Key words** EM scattering; Rectangular conducting flate plate; RCS