第 11 卷 第 3 期
1989 年 5 月

电子科学学刊
JOURNAL OF ELECTRONICS

Vol. 11, No. 3
May, 1989

非线性衬底平板光波导 TE 模的图解法*

金恩培　　盖云英
（哈尔滨工业大学，哈尔滨）

摘要　本文推导出了以衬底光功率流为参数的非线性衬底光波导 TE 模的本征值方程，且采用简单的图解法求解。

关键词　光波导；传播常数；非线性光学

1. 引言

由于非线性介质平板光波导在实际中有广泛的应用[1]，因此最近引起了人们在理论上和实验上很大的兴趣。U. Langbein 等人[2]较详细地分析过不同结构光波导的传播特性，G. I. Stegeman 等人[3]研究了非线性光波导的功率流与传播常数的关系。本文则从另一侧面出发，以三层结构的衬底材料为非线性介质的平板光波导为例，先推导出可测量的以流经衬底的光功率流为参数的 TE 模的本征值方程，然后采用简单直观的图解法求出方程的本征值——波导的传播常数 β。

2. 本征值方程

非线性衬底光波导的结构如图 1 所示。I 和 II 区为光线性介质区，导波层厚度为 d，衬底区 III 为光学非线性介质，其电极化率随光强而变，即 $\varepsilon_3 = \varepsilon_{03} + \alpha|\mathscr{E}|^2$。$\alpha$ 为衬底介质的非线性系数，ε_{03} 为线性电极化率。各区域的折射率表示为：

$$n_1 = \varepsilon_1^{1/2},\ n_2 = \varepsilon_2^{1/2},\ n_{03} = \varepsilon_{03}^{1/2}.$$

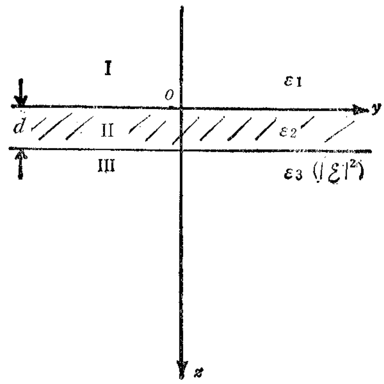

图 1　光波导结构

设在 y 方向没有限制，即 $\dfrac{\partial}{\partial y} = 0$，光沿 x 方向传播。对于 TE 模，则有：

$$\mathscr{E} = (0,\ \mathscr{E}_2,\ 0)$$

$$\mathscr{H} = (\mathscr{H}_1,\ 0,\ \mathscr{H}_3)$$

其电磁场解的形式如下：

$$\mathscr{E}_2(x,z,t) = E_2(z)\exp(-i\omega t + i\beta x)$$

$$\mathscr{H}_{1,3}(x,z,t) = H_{1,3}(z)\exp(-i\omega t + i\beta x)$$

β 为沿 x 方向的传播常数，ω 为光波的角频率。将上面方程代入麦克斯韦方程组中可得到：

* 1987 年 7 月 9 日收到，1988 年 7 月 25 日修改定稿。

$$\left.\begin{aligned}&\frac{d^2E_2^{\rm I}}{dz^2}-k_1^2E_2^{\rm I}=0,\ k_1^2=\beta^2-n_1^2k_0^2,\ (z<0)\\&\frac{d^2E_2^{\rm II}}{dz^2}+k_2^2E_2^{\rm II}=0,\ k_2^2=n_2^2k_0^2-\beta^2,\ (0<z<d)\\&\frac{d^2E_2^{\rm III}}{dz^2}+\{\beta^2-k_0^2[n_{03}^2+\alpha|E_2^{\rm III}|^2]\}E_2^{\rm III}=0,\ (z>d)\end{aligned}\right\}$$

我们仅限于讨论导波的情况，即假设 $n_1<n_3<n_2$，则可得到下列形式的解：

$$\left.\begin{aligned}&E_2^{\rm I}(z)=Ae^{k_1z},\ (z<0)\\&E_2^{\rm II}(z)=B_1\sin k_2z+B_2\cos k_2z,\ (0<z<d)\\&E_2^{\rm III}(z)=\left(\frac{2}{\alpha}\right)^{1/2}\frac{k_3}{k_0}\,{\rm ch}\{k_3(z-z_0)]\}^{-1},\ (z>d)\end{aligned}\right\}$$

其中 A,B_1,B_2,z_0 均为待定系数，且

$$k_3=(\beta^2-k_0^2n_{03}^2)^{1/2},\ k_0=\frac{2\pi}{\lambda}$$

λ 为光波长．对于 TE 模，利用 E_2,H_3 在边界上 $z=0$，$z=d$ 处连续的条件，即可得到下列本征值方程：

$$\tan k_2d=\frac{\left\{\dfrac{k_1}{k_2}-\dfrac{k_3}{k_2}\,{\rm th}[k_3(z_0-d)]\right\}}{\left\{1+\dfrac{k_1k_3}{k_2^2}\,{\rm th}[k_3(z_0-d)]\right\}}\tag{1}$$

计算功率流的公式为：

$$P=-\frac{1}{2}\int E_2H_1^*dz=\frac{1}{2}\frac{\beta}{k_0}\left(\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}\right)^{1/2}\int E_2^2(z)dz$$

由此可以计算出流经衬底在 y 方向单位长度上的光功率流 P 的表达式：

$$P=\left(\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}\right)^{1/2}\frac{1}{k_0\alpha}\cdot\frac{\beta}{k_3}\left(\frac{k_3}{k_0}\right)^2\{1+{\rm th}[k_3(z_0-d)]\}\tag{2}$$

联立(1)和(2)式则可解得：

$$\tan k_2d=\frac{k_1k_2-\left(\dfrac{Pk_0^2}{2P_0\beta k_3}-1\right)k_2k_3}{\left(\dfrac{P}{2P_0\beta k_3}-1\right)k_1k_3+k_2^2}\tag{3}$$

其中 $P_0=\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{\varepsilon_0}{\mu_0}\right)^{1/2}\dfrac{1}{k_0\alpha}$．这样我们就得到了在非线性衬底的情况下，以流经衬底在 y 方向单位长度上的光功率流 P 为参数的本征值方程．很显然，当 $P\to 0$ 时，本征值方程化为：

$$\tan k_2d=\frac{k_2k_1+k_2k_3}{k_2^2-k_1k_3}\tag{4}$$

这就是熟知的线性三层介质的平板光波导的本征值方程[4]．

3.图解法求本征值 β.

下面采用图解法求解本征值方程(3)式．首先将(3)式写成下列形式：

$$\left.\begin{aligned}F_1(\beta) &= \tan\sqrt{k_0^2n_2^2-\beta^2}\,d\\ F_2(\beta) &= \frac{\sqrt{k_0^2n_2^2-\beta^2}\cdot\left[\sqrt{\beta^2-k_0^2n_1^2}-\left(\dfrac{k_0^2P}{2P_0\beta\sqrt{\beta^2-k_0^2n_{03}^2}}-1\right)\cdot\sqrt{\beta^2-k_0^2n_{03}^2}\right]}{\left(\dfrac{k_0^2P}{2P_0\beta\sqrt{\beta^2-k_0^2n_{03}^2}}-1\right)\sqrt{\beta^2-k_0^2n_1^2}\cdot\sqrt{\beta^2-k_0^2n_{03}^2}+(k_0^2n_2^2-\beta^2)}\end{aligned}\right\}\quad(5)$$

为给出数值计算的例子，取下列数值为已知常数：$n_1=1.52$，$n_2=1.57$，$n_{03}=1.55$，$\alpha=10^{-8}\mathrm{m^3/J}$，$d=5.0\times10^{-6}\mathrm{m}$，$\lambda=0.694\times10^{-6}\mathrm{m}$，$k_0=\dfrac{2\pi}{\lambda}=9.050\times10^{6}\mathrm{m^{-1}}$。

将数值代入(5)式中则可得到以 P 为参数、以 β 为自变量的方程组．以 β 为横坐标，分别取不同的参数 P，画出曲线 $F_1(\beta)$ 和 $F_2(\beta)$，则 $F_1(\beta)$ 与 $F_2(\beta)$ 确定了所允许的沿 x 方向的传播常数 β，亦即求出了本征值方程的本征值．

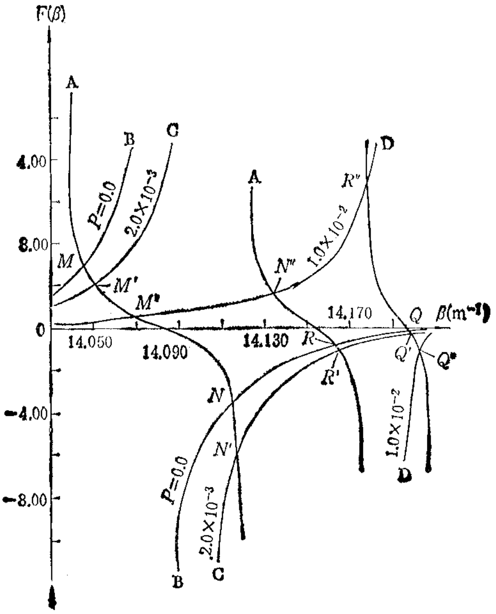

图2　由 $F_1(\beta)$ 与 $F_2(\beta)$ 曲线交点求出 β 值

在图 2 中 A 对应 F_1 曲线；B，C 和 D 分别对应于 $P=0.0\mathrm{W/m}$，$P=2.0\times10^{-3}\mathrm{W/m}$ 和 $P=1.0\times10^{-2}\mathrm{W/m}$ 的 F_2 曲线．从图 2 中可以看到 $P=0$ 意味着线性衬底的情况，此时 $F_2(\beta)$ 的上、下两支曲线与 $F_1(\beta)$ 曲线共交于四点 M，N，R，Q，也就是说共有四个不同的 TE 模．β 值可以由对应的横坐标读出． 当 $P=2.0\times10^{-3}\mathrm{W/m}$ 时仍有四个交点 M'，N'，R'，Q'，也对应于四个不同的 TE 模，但此时每一个对应的 TE 模的 β 值相应增大，而且每一个模 β 的变化情况也不一样．当 P 继续增大，达到 $P=1.0\times10^{-3}\mathrm{W/m}$ 时，仍存在四个 TE 模，此时 β 值仍继续增大．当 P 再增大时也可引起模数的变化，本文不再赘述．

导模随 P 变化的规律有明显的物理意义．由于 n_3 随 P 的增加而增加，则引起 n_1-n_3

的变化，由此引起传播常数β的变化.

参 考 文 献

[1] G. I. Stegeman, *IEEE J. of QE,* **QE-18**(1982), 1610—1612.

[2] U. Langbein, *Opt. Commun.,* **46**(1983), 167—169.

[3] G. I. Stegeman, C. T. Seaton, *Appl. Phys. Lett.,* **44**(1984), 830—832.

[4] D. Marcuse, Theory of Dielectric Optical Waveguides, Academic Press, New York, 1974.

THE GRAPHICAL SOLUTION OF SLAB OPTICAL WAVEGUIDE WITH NONLINEAR SUBSTRATE

Jin Enpei Gai Yunying

(*Harbin Institute of Technology, Harbin*)

Abstract The eigenvalue equation of TE modes of the slab optical waveguide with nonlinear substrate is derived, in which the optical power carried in the substrate is taken as a parameter. A simple graphic method is used for solving this problem.

Key words Optical waveguide; Propagation constant; Nonlinear optics