

# 基于模糊函数-雷顿变换的 SAR 运动目标成像<sup>1</sup>

戴博伟 杜向峰 杨汝良

(中国科学院电子学研究所 北京 100080)

**摘要** 该文从一个新的角度赋予模糊函数以新的用途。近似为线性调频信号的 SAR 运动目标回波信号的模糊度函数在模糊平面内具有很高的能量集中性。联合雷顿变换可以求出线性调频信号的调频率。在此基础上本文提出了基于模糊函数-雷顿变换的 SAR 运动目标成像算法, 计算机仿真结果验证了算法的可行性。

**关键词** 合成孔径雷达 (SAR), 运动目标成像, 模糊函数, 雷顿变换

**中图分类号** TN957.71

## 1 引言

合成孔径雷达 (SAR) 是一种高分辨率的二维成像系统。常规的 SAR 成像处理是将回波数据依次通过匹配滤波器进行距离向和方位向的二维独立压缩, 其参考函数的选择仅由雷达系统和飞行平台参数所决定。这样的算法对于静止目标可以有较高的成像质量, 但当观测区域内存在运动目标时, 目标的运动会造成匹配滤波器的失配, 从而造成运动目标图像的模糊散焦和成像位置偏移。并且运动目标当其回波功率较弱时会混淆在静止目标图像中而难以分辨。因此, 从大量地面静止目标回波中检测出运动目标并对其精确成像就成为一项重要课题, 有着广泛的应用价值。

本文提出了联合模糊函数和雷顿变换来提取运动目标参数并实现成像的方法。这种方法在分析多个运动目标的回波信号时, 可以有效地分离不同的信号而不受交叉项的影响, 并具有较高的分辨率。从实用的角度来看, 该方法计算量小, 易于实时处理。

## 2 模糊函数及其性质

### 2.1 模糊函数的定义

模糊函数最初是在研究传统雷达的分辨率问题时提出的一种概念<sup>[1]</sup>。在存在多个目标的情况下, 它可以定量地衡量两个不同距离、不同速度目标的分辨能力。一般地, 对于复调制信号  $u(t)$  其模糊函数可定义为

$$A(\tau, \xi) = \int_{-\infty}^{\infty} u\left(t + \frac{\tau}{2}\right) u^*\left(t - \frac{\tau}{2}\right) \exp\{-j2\pi\xi t\} dt, \quad (1)$$

其中  $\tau$  为两目标回波的相对时延,  $\xi$  为两目标的相对多普勒频移。通常, 我们称  $A(\tau, \xi)$  为模糊函数, 而称  $|A(\tau, \xi)|^2$  为模糊度函数。当我们采用均方差准则作为最佳分辨准则时, 不难得出两目标回波信号的均方差将由  $|A(\tau, \xi)|$  唯一决定。 $|A(\tau, \xi)|$  越大, 均方差越小, 两目标就越难分辨。

### 2.2 模糊函数的性质

下面我们简单介绍一下本文将要涉及到的模糊函数的一些性质。

**性质 1** 关于原点对称性  $|A(\tau, \xi)| = |A(-\tau, -\xi)|$ 。

**性质 2** 关于模糊度函数  $|A(\tau, \xi)|^2$  的最大值, 有  $|A(\tau, \xi)|^2 \leq |A(0, 0)|^2 = 2E$ 。

<sup>1</sup> 1999-03-05 收到, 1999-06-17 定稿

**性质 3 时间和频率偏移的影响** 若  $v(t) = u(t-t_0) \exp\{j2\pi\xi_0(t-t_0)\}$ , 则有  $|A_v(\tau, \xi)|^2 = |A_u(\tau, \xi)|^2$ . 该性质说明时间和频率的偏移不会影响模糊图的形状.

**性质 4 时域平方相位的影响** 若  $v(t) = u(t) \exp\{j\pi kt^2\}$ , 则有  $A_v(\tau, \xi) = A_u(\tau, \xi - k\tau)$ . 这说明时域平方相位可使模糊图在模糊平面上旋转一个角度, 当  $k > 0$  时, 旋转角度是逆时针的; 当  $k < 0$  时, 旋转角度是顺时针的, 且  $k$  的绝对值越大, 旋转角度越大.

### 2.3 模糊函数的离散化

(1) 式是一个非因果运算. 对于实际信号, 我们选取其一有效信号区间进行运算, 并引入适当的窗函数 (如 Hamming 窗) 以降低旁瓣的影响. 对时间变量  $t$ 、 $\tau$  和频率变量  $\xi$  分别进行采样, 我们得到

$$A_g(mT, n\Delta f) = \sum_{i=-(N-1)/2}^{(N-1)/2} g(iT)u\left(iT + \frac{m}{2}T\right)u^*\left(iT - \frac{m}{2}T\right)\exp\{-j2\pi(n\Delta f)(iT)\}, \quad (2)$$

式中  $g(iT)$  为所选定的正实窗函数,  $T$  为信号采样周期, 它必须满足奈奎斯特采样定理:  $f_s = (1/T) \geq 2f_{\max}$ . 为方便起见, 将采样周期  $T$  归一化, 并取  $\Delta f = 1/N$ , 得离散模糊函数定义式为

$$A_g(m, n) = \sum_{i=-(N-1)/2}^{(N-1)/2} g(i)u\left(i + \frac{m}{2}\right)u^*\left(i - \frac{m}{2}\right)W_N^{ni}, \quad (3)$$

式中  $m$ 、 $n$  和  $i$  分别为对应于连续变量  $\tau$ 、 $\xi$  和  $t$  的离散变量;  $g(i)$  是长度为  $N$  的正实窗函数;  $N$  为奇数, 且  $-(N-1) \leq m \leq (N-1)$ ;  $W_N = \exp\{-j2\pi/N\}$ .

由此可见, 离散模糊函数的计算简化为一个具有窗函数  $g(i)$  的复合信号的傅里叶变换, 对于每一个时间延迟, 只需要利用一次 FFT 即可求得.

## 3 SAR 点目标回波信号的模糊函数

我们知道, SAR 的理想单点目标方位向回波信号为线性调频信号:

$$S_r(t) = \exp\left\{j2\pi\left[f_0\left(t - \frac{T_s}{2}\right) + \frac{1}{2}k\left(t - \frac{T_s}{2}\right)^2\right]\right\}, \quad 0 \leq t \leq T_s. \quad (4)$$

这里  $f_0$  为中心频率,  $k$  为多普勒调频率,  $T_s$  为合成孔径时间. 求其模糊函数

$$\begin{aligned} A(\tau, \xi) &= \int_{-\infty}^{\infty} s_r\left(t + \frac{\tau}{2}\right)s_r^*\left(t - \frac{\tau}{2}\right)\exp\{-j2\pi\xi t\}dt \\ &= \exp\{j2\pi f_0\tau\}\exp\{-j\pi\xi T_s\}\frac{\sin[\pi(\xi - k\tau)(T_s - |\tau|)]}{\pi(\xi - k\tau)(T_s - |\tau|)}(T_s - |\tau|), \quad |\tau| < T_s. \end{aligned} \quad (5)$$

$s_r(t)$  的模糊度函数为

$$|A(\tau, \xi)|^2 = \left[\frac{\sin[\pi(\xi - k\tau)(T_s - |\tau|)]}{\pi(\xi - k\tau)(T_s - |\tau|)}\right]^2 (T_s - |\tau|)^2, \quad |\tau| < T_s. \quad (6)$$

可见, SAR 理想单点目标回波信号 (线性调频信号) 在模糊平面  $\tau - \xi$  上具有很高的能量集中性, 其模糊度函数在某一  $\tau$  值的切面上是一个 sinc 函数, 而所有 sinc 函数的峰值在模糊度平面上表现为一条经过原点、斜率为多普勒调频率  $k$  的直线:  $\xi = k\tau$ .

当存在多个点目标时, 设 SAR 回波信号 (含噪声) 为

$$s_r(t) = \sum_{i=1}^N s_i(t) + n(t), \quad 0 \leq t \leq T. \quad (7)$$

这里  $N$  为点目标的总数,  $n(t)$  为噪声. 每个点目标的回波信号设为单位幅度的线性调频信号:

$$s_i(t) = \exp\{j\phi_i(t)\} = \exp\left\{j2\pi\left[f_{0i}\left(t - \frac{T_i}{2}\right) + \frac{1}{2}k_i\left(t - \frac{T_i}{2}\right)^2\right]\right\},$$

$$0 \leq t_i \leq t \leq t_i + T_i \leq T. \quad (8)$$

设

$$q_s(t, \tau) = s_r\left(t + \frac{\tau}{2}\right) s_r^*\left(t - \frac{\tau}{2}\right)$$

$$= \sum_{i=1}^N \exp\left\{j2\pi\left(f_{0i} + k_i\left(t - \frac{T_i}{2}\right)\tau\right)\right\} + \varepsilon_N(t, \tau). \quad (9)$$

这里当  $0 \leq t \leq T/2$  时,  $-2t \leq \tau \leq 2t$ ; 当时  $T/2 \leq t \leq T$ ,  $2(t-T) \leq \tau \leq -2(t-T)$ .  $\varepsilon_N(t, \tau)$  包括三个部分: 一为不同点目标的回波信号之间的两两乘积; 二为信号部分与噪声的乘积项; 三为噪声自己的乘积项.

对 (9) 式中的变量  $t$  进行傅里叶变换, 则得  $s_r(t)$  的模糊函数. 若信号有效区间足够大, 即  $T \rightarrow \infty$ , 并且  $T_i \rightarrow \infty$ , ( $1 \leq i \leq N$ ), 则可求其模糊度函数为

$$|A(\tau, \xi)|^2 = \sum_{i=1}^N \delta(\xi - k_i\tau) + E_N(\tau, \xi). \quad (10)$$

其中  $E_N(\tau, \xi)$  对应于变换前的信号  $q_s(t, \tau)$ , 它也包括三个部分: 信号各组成部分之间的互模糊度函数; 信号与噪声的互模糊度函数; 噪声的模糊度函数.

这样的结果是与性质 3、性质 4 相一致的: 时间和频率的偏移并不影响模糊度函数的表现形式, 而时域平方相位则使得模糊图在模糊平面上旋转一个与线性调频率成正比的角度. 这样, 若 SAR 回波信号是多个具有不同多普勒调频率的目标回波的复合信号, 则它在模糊平面上表现为一组不同斜率的过原点的直线, 如图 1 所示.

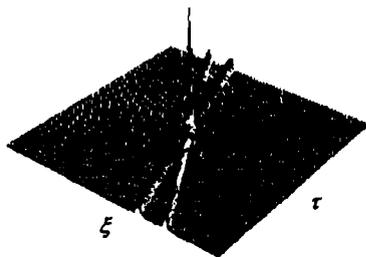


图 1 两个不同多普勒调频率的 SAR 目标回波信号的三维模糊图

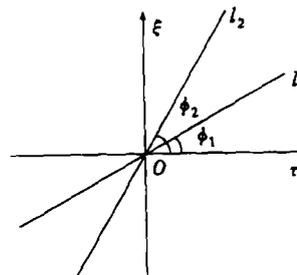


图 2 两不同线性调频信号在模糊平面上的位置示意图

根据以上分析, 我们可以提出如下设想: 由于 SAR 的运动目标回波信号可以近似为线性调频信号, 则当存在多个运动目标时, 根据回波信号的模糊图所具有的不同的调频率就能

够有效地分离各个目标,如图 2 所示。只要我们估计出直线  $l_1$  和  $l_2$  的倾角  $\phi_1$ 、 $\phi_2$ ,则根据  $k_i = \text{tg}\phi_i$  就可以得到目标 1 和目标 2 的回波信号的多普勒调频率,而由 SAR 基本原理可知,目标回波信号的多普勒调频率取决于目标与 SAR 的相对速度,由此可以估计目标的运动参数,进而形成方位向参考函数,实现对运动目标的成像。

#### 4 雷顿变换

假设  $f(x, y)$  是平面  $x-y$  的图像函数,即  $f(x, y)$  对应于每一像素点  $(x, y)$  的灰度值。设  $\rho$  为平面  $x-y$  上某一直线到原点的距离,  $\phi$  为直线与  $x$  轴的夹角,则有

$$\mathfrak{R}_{\rho, \phi}\{f(x, y)\} = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y) \delta(x \sin \phi + y \cos \phi - \rho) dx dy, \\ -\infty < \rho < \infty, \quad -\pi/2 < \phi < \pi/2. \quad (11)$$

$\mathfrak{R}_{\rho, \phi}\{\cdot\}$  就是雷顿变换<sup>[2,3]</sup>。雷顿变换实际上就是将平面  $x-y$  上任一条直线映射到  $\rho-\phi$  平面上某一点,而平面  $\rho-\phi$  上每一点  $(\rho_0, \phi_0)$  都唯一地确定平面  $x-y$  上的一条直线  $x \sin \phi_0 + y \cos \phi_0 = \rho_0$ , 两者是一一对应的。如果图像平面上有一条灰度值高于周围点的直线,那么经过雷顿变换就可看到在平面  $\rho-\phi$  上存在一峰值,其坐标正好对应于该直线的位置参数。

#### 5 联合模糊函数和雷顿变换实现运动目标成像

具有不同调频率的线性调频信号的模糊度函数是一组过原点的直线,则有  $\rho = 0$ 。对 (10) 式求雷顿变换:

$$\mathfrak{R}_0(\phi) = \mathfrak{R}_{\rho, \phi}\{|A(\tau, \xi)|^2\}_{\rho=0} \\ = \sum_{i=1}^N a_i \delta(\phi - \arctan k_i) + \mathfrak{R}_{\rho, \phi}\{E_N(\tau, \xi)\}_{\rho=0}, \quad (12)$$

这里  $-\pi/2 \leq \phi < \pi/2$ 。在模糊平面上沿着过原点的直线积分,即进行雷顿变换,可以有效地检测出各直线同  $x$  轴的夹角,而各夹角的正切函数值即为各点目标回波信号的多普勒调频率。由于模糊度函数中的交叉项和噪声项的分布在模糊平面上是不规则的,因此,经雷顿变换后并不能形成峰值,这就保证了检测系统具有足够高的信噪比。

综上所述,联合模糊函数和雷顿变换实现 SAR 的运动目标成像系统设计思想可表述如下:对 SAR 方位向运动目标回波信号计算其模糊度函数,然后对其进行雷顿变换,检测函数  $\mathfrak{R}_0(\phi)$  峰值所对应的坐标点  $\phi_i (i = 1, \dots, N)$ , 根据  $\phi_i$  求出各目标的多普勒调频率  $k_i$ , 由  $k_i$  估计各目标的方位向速度,形成各目标的参考函数,补偿回波信号相位,并成像显示。为了保证成像质量,一般要求参数估计的二次相位误差应小于  $\pi/4$ 。

#### 6 计算机仿真结果及结论

设含有噪声的三点运动目标回波信号为

$$s_r(n) = s_{r1}(n) + s_{r2}(n) + s_{r3}(n) + n_0, \quad (13)$$

式中,  $s_{r1}(n) = \exp\{jk_1 n^2\}$ ,  $(-N_s/2 \leq n \leq N_s/2)$ ;  $s_{r2}(n) = \exp\{jk_2(n-100)^2\}$ ,  $(-N_s/2 + 100 \leq n \leq N_s/2 + 100)$ ;  $s_{r3}(n) = \exp\{jk_3(n-250)^2\}$ ,  $(-N_s/2 + 250 \leq n \leq$

$N_s/2 + 250$ );  $n_0$  为期望值为 0 的高斯白噪声, 信噪比为 3dB; 调频率分别为  $k_1 = 0.001$ ,  $k_2 = 0.002$ ,  $k_3 = 0.0007$ ; 目标分别位于  $n = 0$ ,  $n = 100$ ,  $n = 250$  点处。

回波信号的模糊图如图 3 所示, 可以看出, 在高频附近有较深的阴影, 这是各个目标信号之间的互模糊函数部分, 即交叉项, 而信号的模糊函数自主项则位于原点附近。由于白噪声的功率谱密度为常数, 因此在模糊平面上应该是均匀分布, 而不表现出能量集中性。图 4 为回波信号模糊图的雷顿变换图。同无噪声情况相比, 模糊图的雷顿变换的相对峰值有所下降, 但是估计参数仍可保持很高的精度。图 5 是利用估计参数对各目标分别成像后叠加而得到的综合显示结果。表 1 列出了通过雷顿变换估计的参数同信号实际参数的比较。

实验结果表明, 联合模糊函数和雷顿变换法不仅能够精确的估计多个运动目标的多普勒调频率, 而且具有良好的抗噪性能, 充分说明了该方法在 SAR 运动目标检测与成像应用中的有效性和可行性。这种方法能够检测较大速度范围内的运动目标, 并可有效地分离多个运动目标, 而不存在交叉项的干扰。由于运动目标回波信号的模糊图具有轴对称性, 因此只需对模糊平面的第一象限的部分区域取雷顿变换, 比用来提取 WVD 参数的霍夫变换<sup>[4]</sup>大大减少了计算量。

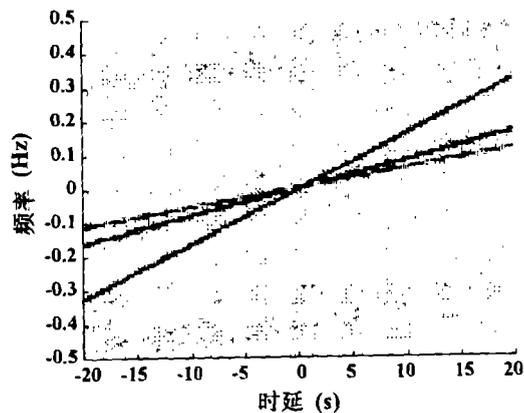


图 3 具有不同调频率的三个点运动目标回波信号的二维模糊图

表 1 运动目标参数同估计参数的比较

	位置	调频率	估计倾角	估计调频率	二次相位误差
目标 1	0	0.001	0.315506	0.001001411	0.3699
目标 2	100	0.002	0.577127	0.001997457	-0.6649
目标 3	250	0.0007	0.224363	0.000700124	0.0325

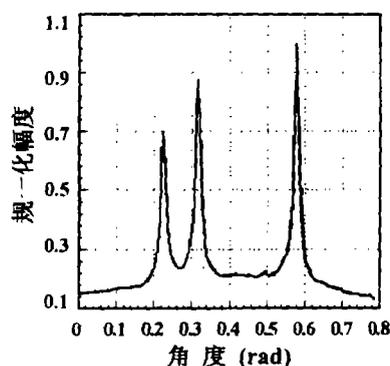


图 4 回波信号模糊图的雷顿变换图

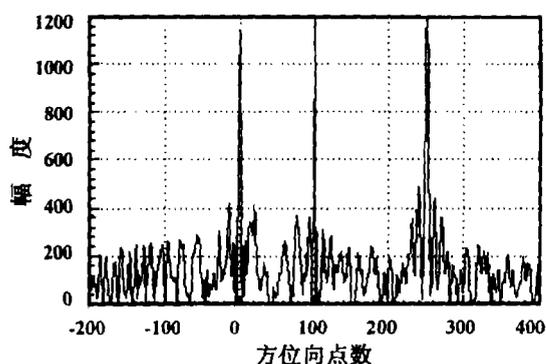


图 5 三运动点目标成像的综合显示结果

## 参 考 文 献

- [1] 林茂庸, 柯有安. 雷达信号理论. 北京: 国防工业出版社, 1981, 87-104.
- [2] Ristic B, Boashash B. Kernel design for time-frequency signal analysis using the Radon transform. *IEEE Trans. on Signal Processing*, 1993, SP-41(5): 1996-2008.
- [3] Ristic B, Boashash B. Adaptive time-frequency representations based on Radon transform, in *Proc. Int. Symp. Signal Processing Its Appl., Gold Coast, Australia: Aug., 1992*, 41-44.
- [4] Barbarossa S, Zanalda A. A combined Wigner-Ville and Hough transform for cross-term suppression and optimal detection and parameter estimation. *Proceeding of IEEE ICASSP'92, San Francisco: Mar., 1992*, 173-176.

SAR MOVING TARGETS IMAGING BASED ON  
COMBINED AMBIGUITY FUNCTION AND RADON TRANSFORM

Dai Bowei    Du Xiangfeng    Yang Ruliang

*(Institute of Electronics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100080)*

**Abstract** A new application of the ambiguity function is given in this paper to resolve the problem of moving targets imaging of SAR. It is well known that the SAR echo can be considered as a linear FM signal, so does the echo of moving targets. The square modulus of linear FM signal has high energy centrality in the ambiguity domain. Its peaks represent straight lines whose slopes equal to the Doppler rates of the moving targets echo signals. The parameters of moving targets can be estimated by applying the Radon transform to the ambiguity function. In this way, the moving targets can be easily detected and imaged. The simulation results prove the effectiveness and feasibility of this new method.

**Key words** SAR (Synthetic Aperture Radar), MTI (Moving Target Imaging), Ambiguity function, Radon transform

戴博伟: 男, 1973年生, 博士生, 主要研究方向为合成孔径雷达信号处理, 多极化合成孔径雷达系统及极化数据处理等.

杜向峰: 男, 1971年生, 硕士, 主要研究方向为合成孔径雷达运动目标成像处理和通讯系统.

杨汝良: 男, 1943年生, 研究员, 博士生导师, 中国科学院电子学研究所副所长. 现正从事多频多极化合成孔径雷达、小卫星合成孔径雷达及 VSAT 卫星通讯网络等方面的研究.