

Turbo 码的优选扩散交织器设计¹

王 强 孙锦涛 芮义斌

(南京理工大学电子工程系 南京 210094)

摘 要 该文提出了 Turbo 码交织器的一种新的设计方法, 适用于任意长度的交织设计, 称为优选扩散交织。文中阐述了它的设计原则与步骤, 以及对 16 状态 Turbo 码交织器的设计分析, 并对其性能进行了仿真。

关键词 Turbo 码, 优选扩散交织, 扩散度, 距离谱

中图分类号 TN911.22

1 引 言

自从 1993 年 Turbo 码提出以来^[1], 这种信道编码方式获得了广泛的关注。Turbo 码所展示的优异纠错性能与适中的编译码复杂度, 显示了它作为今后数据纠错备选方案的巨大潜力。在研究工作不断深入的同时, 它也被迅速投入一些实用系统^[2], 并成为第三代数字移动通信的纠错方案之一。

典型的 Turbo 码编码器包括两路 $R = 1/2$ 的递归系统卷积码 (RSC) 与一个随机交织器, 码率为 $1/3$ 或 $1/2$ 。二进制递归系统卷积码与 Turbo 码编码器分别如图 1、图 2 所示。

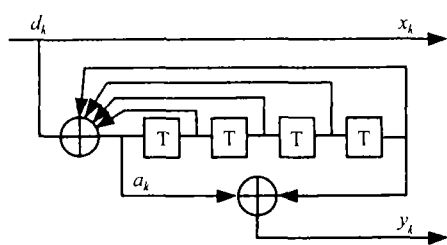


图 1 二进制递归系统卷积码

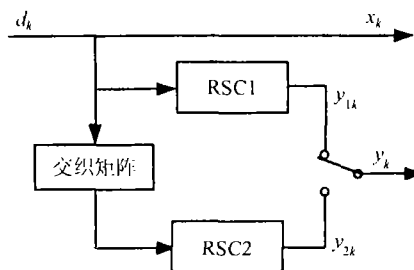


图 2 Turbo 码编码器

香农在信息论的奠基性文献——《通信的数学理论》中证明著名的信道编码定理的同时^[3], 指出了设计“好码”的方向: (1) 编、译码采用随机方式; (2) 加大码字长度; (3) 采用最大似然译码方式。

Turbo 码可以说是在编译码方式上综合了这 3 个方向的产物。迭代的最大似然译码算法是它取得优异性能的关键, 而译码复杂度仅与编码器的状态数成正比, 避免了译码计算量随码长指数增长的难题。这样, 只要存储容量允许, 编译码长度可任意增大。两路 RSC 间互不相关, 交替提供迭代译码所需的输入信息。交织器作为联系两路 RSC 之间的桥梁, 在保证它们之间所需的独立性的同时, 需提供一定的扰码能力以改善 Turbo 码输出码字的距离分布特性, 避免低码重码字的输出。

2 交织器选择

交织器的选择是 Turbo 码整体设计的重要方面。原则上来说, 交织器需与成员码相匹配以

¹ 2000-11-24 收到, 2001-09-06 定稿

获得最佳性能,但在交织长度较大时,通过搜索来得到最佳的交织器是十分困难的。

若将 Turbo 码看作一种特殊的 (n, k) 分组码,根据码重分布理论的分析结果^[4],其误码率上界表示为

$$P_b(e) \approx \frac{1}{2} \sum_m D_m \cdot \operatorname{erfc} \sqrt{m \cdot \frac{R_c \cdot E_b}{N_0}} \quad (1)$$

其中

$$D_m = \sum_{j+w=m} \frac{w}{k} A_{w,j} \quad (2)$$

R_c 为码率, E_b/N_0 为比特信噪比, $A_{w,j}$ 表示输入码重为 w , 编码后附加校验码重为 j 的码字个数, D_m 的分布称为距离谱。从 (1) 式可以看出,优化交织矩阵设计需兼顾以下两点:

- (1) 增加码字的最小码距;
- (2) 减小低码重码字的出现概率,优化距离谱特性,即对于较小的 m , 尽量减小 D_m 。

由于 RSC 编码器的反馈特性类似于无限长单位脉冲响应滤波器,重为 1 的输入码字将产生重为无穷的输出码字(由于帧长度的限制,实际上不可能达到),所以低码重输出主要来自于低码重自终结输入序列及它们的组合。在进行交织矩阵的设计时,要尽可能打乱这些低码重序列,使之成为非自终结序列或是虽然自终结但输出码字重量较大,以获得良好的距离谱分布。

为衡量交织器对信息序列的分散程度,引入一个新指标:扩散度。对于数据长度为 N 的信息帧,码元 x_n 经交织后到新位置 $I(n)$,以 $\operatorname{dist}(i, j)$ 表示两个码元 x_i 与 x_j 之间的距离,则定义扩散度 (spread) 为

$$\operatorname{spread} = \min_{i,j} (\operatorname{dist}(i, j) + \operatorname{dist}(I(i), I(j))), \quad i, j \in \{1, 2, \dots, N\} \quad (3)$$

扩散度衡量了任意两个码元在两个 RSC 中距离和的最小值,拥有良好的扩散度意味着低码重输出序列的减少。交织器本身不可能对所有的输入序列进行测试(这样的测试需要天文数字般的计算量)以改善距离谱,故可把增大交织器的扩散度作为改善输出码重分布特性的一条途径。

若从交织深度上考虑,行写入、列读出的块交织方式可提供最大的交织深度 \sqrt{N} 。块交织实现简单,无须额外的存储单元,一些块交织方式确能提供不错的性能,如 11×907 块交织。但块交织对信息帧的长度有一定的要求,且过于规则性的设计违背了最优编码的随机性原则,在帧长度较大时,其性能不如经过随机优化的设计。另一种设计是纯随机交织,即 $I(n)$ 与 n 的映射关系完全随机化。在中等长度以上的数据帧中,随机交织应用广泛,且它为从理论上研究 Turbo 码的误码限提供了依据^[4]。

由于纯随机生成的不可控因素,可能生成一些性能较差的所谓“恶性”交织器,这是设计交织器过程中需极力避免的。通过在随机交织方式上附加一些约束条件,形成一些半随机交织方式可以在一定程度上避免“恶性”交织器的生成。最常用的是 S-扩散交织,其附加约束为:原序列中距离间隔在 S 之内的码元,交织后相互间距离不小于 S 。为保证交织设计能够顺利完成,通常取 $S \leq \sqrt{N}/2$ 。在这种设计原则下,扩散度往往为 $S + 1$ 。

另一些设计有对称交织、同模交织、奇偶交织等,分别从不同的角度对随机交织加以改进,相应性能也优于随机交织。同模交织实现了成员码编码网格的双终结,这种方式虽然能够为译码过程提供准确的初始状态,但牺牲了扩散度,故整体性能与 S-扩散交织接近,但应用不如后者广泛。

3 优选扩散交织

综上所述的设计多半是在随机设计的基础上加以约束。本文从另一个角度出发,在规则的圆周移位基础上加以随机化,以构造新的交织器。

圆周移位的基本映射关系为

$$I(n) = s + n \cdot p \bmod N, \quad n \in \{1, 2, \dots, N\} \quad (4)$$

其中 p 与 N 互质以确保 n 与 $I(n)$ 的一一对应关系,初始偏移量 s 可取零或其它数值。若将交织器首尾相接构成一个圆,则映射过程就是以 p 为步长在周长为 N 的圆周上移位的过程。

将圆周长度归一化为 1,则步进长度 $\text{step} = p/N$,初始偏移量设为 $\text{start} = s/N$, (4) 式的映射关系修改为

$$\overline{I(n)} = \text{mod}(\text{step} \cdot n + \text{start}, 1) \quad (5)$$

在圆周上放入 2 个点后,这两个点间的距离为 $\min(\text{step}, 1 - \text{step})$; 当放入 n 个点后,这 n 个点两两之间的归一化最小距离为

$$\overline{d_{\min}(n)} = \min_{i,j}(\text{dist}(\overline{I(i)}, \overline{I(j)})), \quad i, j \in \{1, 2, \dots, n\} \quad (6)$$

若设计目标为将相距为 r 的数据实现最大分割,据优选分割理论,应取步长:

$$\text{step} = (g^m + l)/r \quad (7)$$

(7) 式中, $g = (\sqrt{5} - 1)/2$ 为黄金分割数, $l \in \{0, \dots, r - 1\}$, m 常取 1 或 2。

若需要将相邻的码元最大分散,可取 $r = 1, l = 0$ 。图 3 中实线为 $m = 2, r = 1, l = 0$ 下的 $\overline{d_{\min}(n)}$ 。点划线为在交织长度 $N = 1024$ 时, $\text{Spread}(n)$ 的归一化扩散指标 $\text{Spread}(n)/N$ 随插入点数 n 变化的走势。从图中可看出,它的扩散度为 43,而相应长度 S -扩散交织通常的扩散度为 19 左右,同模交织的扩散度则只有 11。

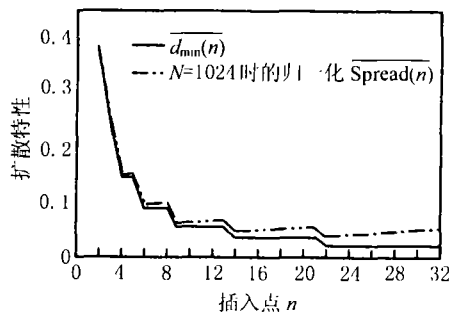


图 3 优选交织的扩散特性

圆周移位的设计比较规则,仿真表明其性能并不优于 S -扩散交织。正如前文所述,随机编码是构造“好码”的条件之一,故在交织设计中引入扰码变量 v , (5) 式修正为

$$\overline{I(n)} = \text{mod}(\text{step} \cdot n + \text{start} + v, 1), \quad n \in \{1, 2, \dots, N\} \quad (8)$$

均匀分布的随机变量 v 的取值范围 $[-d, d]$ 需要兼顾随机性与原有的扩散度, 通常取 $d = 0.005 \sim 0.02$ 。在 $d=0.01$ 时, 与未引入扰码 v 时相比, 扩散度损失了约 2%。若交织长度为 1024bit, 则扩散度降为 23 左右, 仍略高于 S-扩散交织。当 N 增大时, d 的取值可适当减小。

由 (8) 式定义的映射关系 $n \rightarrow \overline{I(n)}$ 中, $\overline{I(n)}$ 是一个处于 $[0,1)$ 中的随机小数, 为得到最终的 $1 \sim N$ 这 N 个整数的一一映射关系, 需对 $\overline{I(n)}$ 进行排序 (升序或降序排列), $\overline{I(n)}$ 的序号记为 $\text{Location}\overline{I(n)}$, 则最终所得的交织映射关系为

$$n \rightarrow \text{Location}(\text{mod}(\text{step} \cdot n + \text{start} + v, 1)), \quad n \in \{1, 2, \dots, N\} \quad (9)$$

采用上式生成优选扩散交织器, 仅需依据 (7) 式确定合适的步进长度 step 以及生成均匀分布的随机扰码变量 v , 最后利用排序实现原位置与交织后位置的映射。相较而言, S-扩散交织器在设计时, 若 S 选取较大值时往往不能保证成功, 需多次尝试。同模交织器设计过程中, 为保证同模特性需对产生的随机映射进行调整, 对于产生冲突的映射必须放弃。故优选扩散交织器的设计复杂度并不高于 S-扩散交织器和同模交织器的设计。

4 16 状态 Turbo 码优选扩散交织设计的距离谱分析

改善 Turbo 码的距离谱, 重要的一点就是避免两个 RSC 同时产生低码重输出。典型地, 对于成员码生成多项式为 $(37, 21)_8$ 的 16 状态 Turbo 码编码器^[1], 其周期为 5。即对于码重为 2 的输入, 只要两个“1”相距 5 或 5 的倍数, 就会导致编码器的自终结, 并且自终结的重 2 序列必符合这个条件。但只要两个“1”相距较远, 在编码过程中也能够获得足够的码重输出。利用优选扩散交织器的特点, 可以对原始序列中的特定码元进行可控制的扩散, 如对相距为 5 的码元进行最大扩散。对于 1024 点的交织长度, 在 RSC1 中相距为 5 的两个码元, 在 RSC2 中间隔为 370 以上; RSC1 中相距为 10 的两个码元, 在 RSC2 中间隔 220 以上, 如表 1 所示。由于这些码元在 RSC2 中距离很远, 这样即使 RSC2 依然终结, 但已经具有足够的输出码重。

表 1 $N=1024$ 时优选扩散交织对自终结重 2 输入的扩散性能

RSC1 中两个“1” 距离	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	...
RSC2 中两个“1” 距离 (加扰码前)	391	241	149	483	92	298	334	57	448	184	206	...
RSC2 中两个“1” 距离 (加扰码后)	\geq 370	\geq 220	\geq 128	\geq 462	\geq 71	\geq 277	\geq 313	\geq 36	\geq 427	\geq 163	\geq 185	...

同样导致低码重输出的自终结序列包括一些邻近的重 3、重 4 序列, 交织器须能充分打乱这些邻近码元的分布。在 $N=1024$, $r=5$ 时, 加随机扰码前优选扩散交织对邻 1、邻 2、邻 3、邻 4 码元的扩散间隔分别为 78, 156, 234, 312。对于原始序列中相邻的 10 个码元中的任意 3 个符号, 经交织后的分布跨度至少为 110; 对任 4 个符号, 交织后的分布跨度至少为 160; 原分布在相邻 20 码元内的任意 3 个、4 个符号, 交织后的分布跨度分别为 40, 60。加随机扰码后, 相应的最小扩散间隔降低 2%, 即 21。由此可见, 优选扩散交织对于邻近码元的扩散分布有可控性, 有效避免了大部分低码重自终结序列的同时出现, 改善了 Turbo 码的整体距离特性, 这是它的优点。

对于 16 状态的 Turbo 码, 更常用的 RSC 生成式为 $(23, 35)_8$ 和 $(23, 31)_8^{[5,6]}$ 。它们的编码电路的周期为 15, 即导致自终结的重 2 输入的两个“1”之间相距 15 或 15 的倍数。对相距为 15 的码元进行最大扩散固然可以消除部分低码重输出, 但此时对邻近输入的扩散度显得不足, 使得重 3、重 4 输入成为低码重输出的主要来源。为兼顾对这些输入序列的扩散要求, 折衷的方案是将距 3 或距 5 的码元作为最大扩散的目标, 这样在适当降低对重 2 输入的扩散效果下, 使码字的整体距离分布更加合理。

5 仿真分析

仿真分析采用码率为 1/2 的 16 状态 Turbo 码, RSC 生成多项式为 $(23, 31)_8$, 交织长度为 1024. 该 RSC 的反馈周期为 15, 故在交织器设计时取 $r=5$, $d=0.01$. 信息序列采用尾比特双归零方式^[7], 以便为译码提供准确的初始状态. 图 4 所示为经 8 次 MAX-LOG-MAP 迭代译码算法后的结果, 在 SNR 高于 2.4dB 时, 误码率低于 10^{-8} .

在 Turbo 码的译码过程中, 存在著名的“地板”效应, 即误码率降到一个门限后, 再大幅提高信噪比也只能得到有限的性能提升. 对于 AWGN 信道上中等长度的交织, 这个门限常出现在 $10^{-5} \sim 10^{-7}$ 左右. 门限值与译码方式、成员码选择、信息帧长度、RSC 终结方式都有关, 如果输出码的距离谱特性不理想, 门限值就无法降低. 帧长度为 1024 时, S-扩散交织方式收敛在 $10^{-6} \sim 10^{-7}$, 而优选扩散交织显然降低了这个门限值, 从图 4 可以看出, 它明显优于 S-扩散交织与同模交织方式.

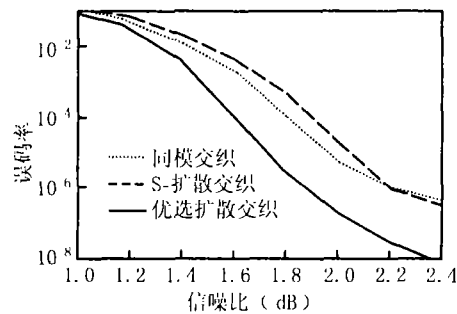


图 4 $N=1024$ 下交织方式性能比较

6 结 束 语

交织器的设计是 Turbo 码研究领域的一个重要方向. 本文从改善 Turbo 码的距离谱特性出发, 在圆周移位的基础上提出了优选扩散交织设计的思想与方法. 该方法易于控制码元的扩散特性, 适合于中等及以上长度的交织器设计. 仿真结果表明, 结合双归零尾比特编码, 优选扩散交织展现了优异的性能.

参 考 文 献

- [1] C. Berrou, A. Glavieux, P. Thitimajshima, Near Shannon limit error-correcting coding and decoding Turbo-codes, Proc. IEEE ICC'93, Geneva, Switzerland, 1993, 1064-1070.
- [2] Zhang Lin, Zhang Weiming, J. Ball, A Turbo-coded, low-rate HF radio modem, Proc. 4th UAIS on DSP for Communication Systems, Perth, Australia, 1996, 19-26.
- [3] C. Shannon, A mathematical theory of communications, Bell System Technical Journal, 1948, 27(7), 379-423; 27(10), 623-656.
- [4] S. Benedetto, G. Montorsi, Unveiling turbo-codes: Some results on parallel concatenated coding schemes, IEEE Trans. on Info. Theory, 1996, 42(3), 409-428.
- [5] M. S. C. Ho, S. S. Pietrobon, T. Giles, Improving the constituent codes of turbo encoders, Proc. IEEE GTC'98, Sydney, Australia, 1998, 3525-3529.
- [6] S. Benedetto, G. Montorsi, Design of parallel concatenated convolutional codes, IEEE Trans. on Commun., 1996, 44(5), 591-600.

- [7] P. Guinand, J. Lodge, Trellis termination for turbo encoders, Proc. 17th Biennial Symp. on Commun., Kingston, Canada, 1994, 389-392.

DESIGN OF GOLDEN-SPREAD INTERLEAVER FOR TURBO CODES

Wang Qiang Sun Jintao Rui Yibin

(*Dept. of Electron. Eng., Nanjing Univ. of Sci. and Tech., Nanjing 210094, China*)

Abstract This paper presents a new method of designing an interleaver for turbo codes, which is termed as Golden-spread interleaver. This method fits for designing interleavers of arbitrary length. The principle and process are detailed with the analysis of an interleaver design for 16 states turbo codes. The simulation results are also presented.

Key words Turbo codes, Golden-spread interleaving, Spread depth, Distance spectrum

王 强: 男, 1976 年生, 博士生, 从事数字无线传输、纠错抗干扰技术的研究.

孙锦涛: 男, 1942 年生, 教授, 博士生导师, 从事无线通信系统、弱信号处理与应用的研究.

芮义斌: 男, 1973 年生, 硕士, 讲师, 从事数字通信技术、无线通信系统的研究.