

校准六端口反射计的新技术

林其来 陆明泉

(信息工程学院, 郑州)

摘要 作者对 Hoer 博士(1979)的四标准负载校准方法进行了改进, 并将该方法与李世鹤博士(1982)的四短路器法结合使用, 提出一种新的六端口反射计校准方法; 它既有李氏法快速、简单的优点, 又兼有 Hoer 法精度高的长处。作为示例, 本文给出了新方法在我们研制 Ku 波段六端口反射计中运用的效果。

关键词 六端口反射计; 微波网络; 牛顿迭代法

1. 引言

六端口反射计, 是 80 年代一种新颖微波自动测量设备。由于没有复杂的变频和外差系统, 所以六端口反射计结构简单, 成本低廉, 容易推广使用; 此外, 它还继承了网络分析仪的多功能、高精度的优点, 六端口反射计的核心技术是六端口网络设计和系统参数校准, 其中尤以参数校准更为重要, 为此, 本文着重讨论了反射计参数校准技术。近十余年来, 国内外学者研究了多种校准方法和技术。它们可归为“标准负载法”和“自校准法”两大类, 并以“标准负载法”应用广; 其中又以李世鹤博士的“四标准短路器法”^[1]和 Hoer 博士的“四标准负载法”^[2]为典型代表。李氏方法可以直接获得六端口参数的显解, 在校准计算时又没有迭代求解过程, 因此程序运行速度快, 校准简便。但是, 这种方法的校准精度, 对获得功率信息的 4 个功率计依赖性较大, 因而影响系统的成本。Hoer 法可以在较大的检波器(或功率计)误差下工作, 并有较高校准、测量精度, 然而该方法采用了“牛顿迭代法”进行数值计算, 迭代初值不易确定, 致使迭代校准计算时间长, 占计算机内存多, 使应用受到限制。在研究上述两种方法的基础上, 作者给出了新校准法, 实质是: (1) 利用李氏法可获显解的特点, 首先求出网络参数, 并以此作为迭代计算初值; (2) 按 Hoer 法再次校准六端口网络参数, 但采用作者改进的数值计算方法进行校准计算, 以加快程序运行速度, 且获得较高校准精度。

这种新校准法已用于我们研制的“Ku 波段六端口反射计”。作为示例, 本文对实际应用效果予以详细说明。

2. 新校准法原理

(1) 六端口反射计的计算公式 由微波网络的散射矩阵, 可得图 1 所示的六端口系统端口功率读数与网络参数的关系, 即六端口系统基本计算公式:

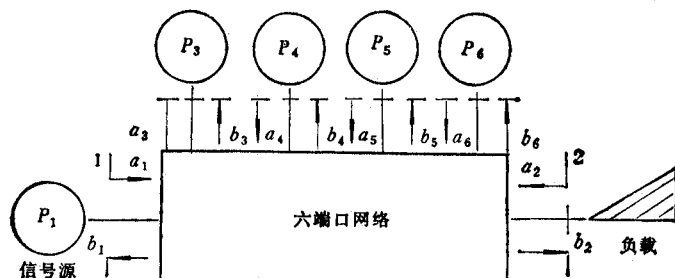


图1 六端口反射计分析模型

$$\frac{P_i}{P_3} = K_i \left| \frac{1 + G_i \Gamma}{1 + G_3 \Gamma} \right|^2, \quad (i = 4, 5, 6) \quad (1)$$

式中 P_3 、 P_i 为相应端口的功率读数； K_i 、 G_i 、 G_3 为六端口网络参数； Γ 为测量口(端口 2)的复反射系数。这里 $G_i = a_i + j b_i$, ($i = 3, 4, 5, 6$)； $\Gamma = X + j Y$ ； K_i 标量(常数), ($i = 4, 5, 6$)。

(2) 校准计算公式 将校准的标准负载依次接在端口 2, 由公式(1)有:

$$\frac{P_{ij}}{P_{3j}} = K_i \left| \frac{1 + G_i \Gamma_j}{1 + G_3 \Gamma_j} \right|^2 \quad (2)$$

式中 $i = 4, 5, 6$; $j = 1, 2, 3, 4$; P_{ij} 、 P_{3j} 为第 i 端口、第 3 端口当接入第 j 个校准负载时的功率读数。从(2)式消去 K_i 有:

$$\delta_{ij} = \frac{g_{ij} \cdot g_{3i}}{g_{3j} \cdot g_{i1}} = \frac{P_{ij} \cdot P_{3i}}{P_{3j} \cdot P_{i1}} \quad (3)$$

其中

$$g_{ij} = |1 + G_i \Gamma_j|^2 \quad (4)$$

令 $\Gamma_j = X_j + j Y_j$, $G_i = a_i + j b_i$, 于是(4)式可写为:

$$g_{ij} = 1 + (a_i^2 + b_i^2)(X_j^2 + Y_j^2) + 2(a_i X_j - b_i Y_j), \quad (5)$$

($i = 3, 4, 5, 6$; $j = 1, 2, 3, 4$)

于是(3)式写为

$$\delta_{ij} g_{3i} \cdot g_{i1} - g_{ij} \cdot g_{31} = 0 \quad (6)$$

并令

$$f_{ij} = \delta_{ij} \cdot g_{3i} \cdot g_{i1} - g_{ij} \cdot g_{31} = 0; \quad i = 4, 5, 6; \quad j = 2, 3, 4 \quad (7)$$

(7)式是一个非线性方程组, 文献[3]已给出一般求解方法。用牛顿迭代法求解, 在将函数 f_{ij} 作泰勒级数展开, 略去其高阶项后, 我们有如下线性方程组:

$$f_{ij} = f_{0ij} + \frac{\partial f_{ij}}{\partial a_3} \Delta a_3 + \frac{\partial f_{ij}}{\partial b_3} \Delta b_3 + \frac{\partial f_{ij}}{\partial a_i} \Delta a_i + \frac{\partial f_{ij}}{\partial b_i} \Delta b_i = 0 \quad (8)$$

$i = 4, 5, 6; \quad j = 2, 3, 4$

其中

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial f_{ij}}{\partial a_3} &= \delta_{ij} g_{i1} \cdot \frac{\partial g_{3j}}{\partial a_3} - g_{ij} \frac{\partial g_{31}}{\partial a_3} \\ \frac{\partial f_{ij}}{\partial b_3} &= \delta_{ij} g_{i1} \cdot \frac{\partial g_{3j}}{\partial b_3} - g_{ij} \frac{\partial g_{31}}{\partial b_3} \\ \frac{\partial f_{ij}}{\partial a_i} &= \delta_{ij} g_{3i} \cdot \frac{\partial g_{ij}}{\partial a_i} - g_{31} \frac{\partial g_{ij}}{\partial a_i} \\ \frac{\partial f_{ij}}{\partial b_i} &= \delta_{ij} g_{3i} \cdot \frac{\partial g_{ij}}{\partial b_i} - g_{31} \frac{\partial g_{ij}}{\partial b_i} \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

($i = 4, 5, 6; j = 2, 3, 4$)

式中

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial g_{ij}}{\partial a_i} &= 2X_j + 2a_i(X_j^2 + Y_j^2) \\ \frac{\partial g_{ij}}{\partial b_i} &= -2Y_j + 2b_i(X_j^2 + Y_j^2) \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

($i = 3, 4, 5, 6; j = 1, 2, 3, 4$)

众所周知,用迭代法求解网络参量 a_i, b_i ,就是从 $\Delta a_i, \Delta b_i$,按如下公式获得 a_i, b_i 准确值的过程。

$$\left. \begin{aligned} a_i(\text{新值}) &= a_i(\text{旧值}) + \Delta a_i \\ b_i(\text{新值}) &= b_i(\text{旧值}) + \Delta b_i \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

当 $\Delta a_i, \Delta b_i$ 达到规定精度要求,例如: $\Delta a_i \leq 10^{-4}, \Delta b_i \leq 10^{-4}$ 时,则完成迭代求解过程。

(3) 计算方法 因为(8)式是关于 $\Delta a_3, \Delta b_3, \Delta a_i, \Delta b_i (i = 4, 5, 6)$ 的“ 8×9 ”矛盾方程组,为免除法方程“病态”加重的困扰,宜用“Gramm-Schmidt”正交化过程求解。文献[4]采用上述方法获解; Hoer 则用消去法求解^[2]。这两种方法因迭代次数多而运行速度慢,并且还要求网络参数 G_3 的迭代初值为零,这将对六端口网络提出苛刻要求,不符合实际情况。

我们的计算方法是“将 8×9 ”矛盾方程组变为可多次运用最小二乘法形式,每次只解含有两个未知数的矛盾方程组,从而获得 $\Delta a_3, \Delta b_3, \Delta a_i, \Delta b_i$ 的显解,使计算时间大大缩短。这种方法,类似文献[5]的处理手段。具体计算方法如下:

对(8)式,取 $j = 2, 3, 4$, 则有:

$$\left. \begin{aligned} f_{0i2} + \frac{\partial f_{i2}}{\partial a_3} \Delta a_3 + \frac{\partial f_{i2}}{\partial b_3} \Delta b_3 + \frac{\partial f_{i2}}{\partial a_i} \Delta a_i + \frac{\partial f_{i2}}{\partial b_i} \Delta b_i &= 0 \\ f_{0i3} + \frac{\partial f_{i3}}{\partial a_3} \Delta a_3 + \frac{\partial f_{i3}}{\partial b_3} \Delta b_3 + \frac{\partial f_{i3}}{\partial a_i} \Delta a_i + \frac{\partial f_{i3}}{\partial b_i} \Delta b_i &= 0 \\ f_{0i4} + \frac{\partial f_{i4}}{\partial a_3} \Delta a_3 + \frac{\partial f_{i4}}{\partial b_3} \Delta b_3 + \frac{\partial f_{i4}}{\partial a_i} \Delta a_i + \frac{\partial f_{i4}}{\partial b_i} \Delta b_i &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

将(12)式变换为对 $\Delta a_3, \Delta b_3$ 求解形式:

$$\left. \begin{aligned} \alpha_4 \Delta a_3 + \beta_4 \Delta b_3 &= \eta_4 \\ \alpha_5 \Delta a_3 + \beta_5 \Delta b_3 &= \eta_5 \\ \alpha_6 \Delta a_3 + \beta_6 \Delta b_3 &= \eta_6 \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

用最小二乘法获 $\Delta a_3, \Delta b_3$ 的显解,即,

$$\left. \begin{aligned} \Delta a_3 &= \frac{\sum_{i=4}^6 \beta_i^2 \cdot \sum_{i=4}^6 \alpha_i \cdot \eta_i - \sum_{i=4}^6 \alpha_i \cdot \beta_i \cdot \sum_{i=4}^6 \beta_i \eta_i}{A_i} \\ \Delta b_3 &= \frac{\sum_{i=4}^6 \alpha_i^2 \cdot \sum_{i=4}^6 \beta_i \cdot \eta_i - \sum_{i=4}^6 \alpha_i \cdot \beta_i \cdot \sum_{i=4}^6 \alpha_i \eta_i}{A_i} \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

式中

$$\begin{aligned} A_i &= \sum_{i=4}^6 \alpha_i^2 \cdot \sum_{i=4}^6 \beta_i^2 - \left(\sum_{i=4}^6 \alpha_i \beta_i \right)^2 \\ \alpha_i &= \frac{\partial f_{i2}}{\partial a_3} \gamma_{3,4} - \frac{\partial f_{i3}}{\partial a_3} \gamma_{2,4} + \frac{\partial f_{i4}}{\partial a_3} \gamma_{2,3} \\ \beta_i &= \frac{\partial f_{i2}}{\partial b_3} \gamma_{3,4} - \frac{\partial f_{i3}}{\partial b_3} \gamma_{2,4} + \frac{\partial f_{i4}}{\partial b_3} \gamma_{2,3} \\ \eta_i &= f_{0i3} \gamma_{2,4} - f_{0i2} \gamma_{3,4} - f_{0i4} \gamma_{2,3} \end{aligned}$$

式中

$$\begin{aligned} \gamma_{2,3} &= \frac{\partial f_{i2}}{\partial a_i} \cdot \frac{\partial f_{i3}}{\partial b_i} - \frac{\partial f_{i3}}{\partial a_i} \cdot \frac{\partial f_{i2}}{\partial b_i} \\ \gamma_{2,4} &= \frac{\partial f_{i2}}{\partial a_i} \cdot \frac{\partial f_{i4}}{\partial b_i} - \frac{\partial f_{i4}}{\partial a_i} \cdot \frac{\partial f_{i2}}{\partial b_i} \\ \gamma_{3,4} &= \frac{\partial f_{i3}}{\partial a_i} \cdot \frac{\partial f_{i4}}{\partial b_i} - \frac{\partial f_{i4}}{\partial a_i} \cdot \frac{\partial f_{i3}}{\partial b_i} \\ &(i = 4, 5, 6) \end{aligned}$$

求得 $\Delta a_3, \Delta b_3$ 后代入(8)式, 于是有:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial f_{i2}}{\partial a_i} \Delta a_i + \frac{\partial f_{i2}}{\partial b_i} \Delta b_i &= B_{i2} \\ \frac{\partial f_{i3}}{\partial a_i} \Delta a_i + \frac{\partial f_{i3}}{\partial b_i} \Delta b_i &= B_{i3} \\ \frac{\partial f_{i4}}{\partial a_i} \Delta a_i + \frac{\partial f_{i4}}{\partial b_i} \Delta b_i &= B_{i4} \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

式中

$$\begin{aligned} B_{ij} &= - \left(f_{0ij} + \frac{\partial f_{ij}}{\partial a_3} \Delta a_3 + \frac{\partial f_{ij}}{\partial b_3} \Delta b_3 \right) \\ &(i = 4, 5, 6; j = 2, 3, 4) \end{aligned}$$

再次利用最小二乘法解(15)式, 得到 $\Delta a_i, \Delta b_i$ 的显解:

$$\left. \begin{aligned} \Delta a_i &= \left[\sum_{j=2}^4 B_{ij} \cdot \frac{\partial f_{ij}}{\partial a_i} \cdot \sum_{j=2}^4 \left(\frac{\partial f_{ij}}{\partial b_i} \right)^2 - \sum_{j=2}^4 \frac{\partial f_{ij}}{\partial a_i} \cdot \frac{\partial f_{ij}}{\partial b_i} \cdot \sum_{j=2}^4 B_{ij} \cdot \frac{\partial f_{ij}}{\partial b_i} \right] / C_i \\ \Delta b_i &= \left[\sum_{j=2}^4 B_{ij} \cdot \frac{\partial f_{ij}}{\partial b_i} \cdot \sum_{j=2}^4 \left(\frac{\partial f_{ij}}{\partial a_i} \right)^2 - \sum_{j=2}^4 \frac{\partial f_{ij}}{\partial a_i} \cdot \frac{\partial f_{ij}}{\partial b_i} \cdot \sum_{j=2}^4 B_{ij} \cdot \frac{\partial f_{ij}}{\partial a_i} \right] / C_i \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

其中

$$C_i = \sum_{j=2}^4 \left(\frac{\partial f_{ij}}{\partial a_i} \right)^2 \cdot \sum_{j=2}^4 \left(\frac{\partial f_{ij}}{\partial b_i} \right)^2 - \left(\sum_{j=2}^4 \frac{\partial f_{ij}}{\partial a_i} \cdot \frac{\partial f_{ij}}{\partial b_i} \right)^2$$

(i = 4, 5, 6)

当按上述公式求出 $\Delta a_3, \Delta b_3, \Delta a_i, \Delta b_i$ 后, 参照(11)式计算出 a_i, b_i 新值 (i = 3, 4, 5, 6), 再从(7)–(16)式获更新增量 $\Delta a_i, \Delta b_i$; 如此多次迭代, 直至 $\Delta a_i, \Delta b_i$ 达到预期精度为止。我们规定: $\Delta a_i \leq 10^{-4}, \Delta b_i \leq 10^{-4}$ 。如此获网络参数 $G_i = a_i + jb_i$, 继而求出参量 K_i , 其计算过程由图 2 所示流程图表明。

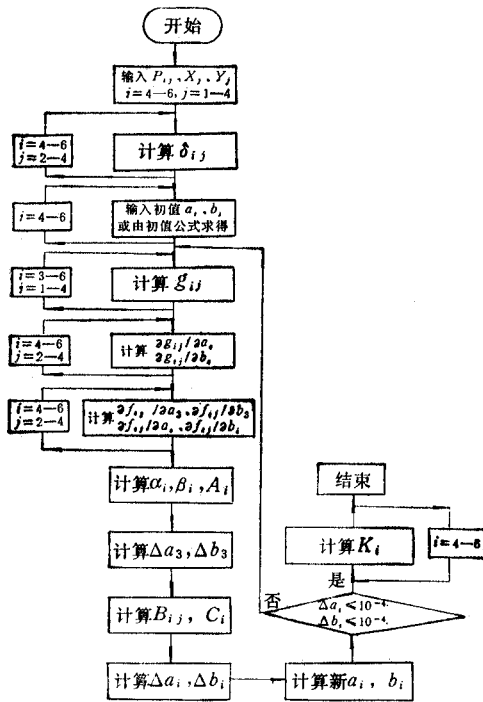


图 2 新校准法计算流程图

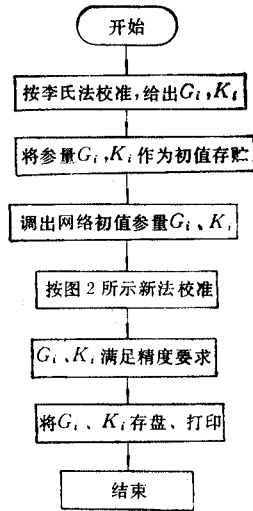


图 3 新校准法实施流程图

(4) 新校准法的实施 上述校准计算能否快速获解, 与网络参数 G_i 的初值选定有重要关系。为避免 Hoer 假定 G_i 初值为零的麻烦, 本校准法利用李氏法可获显解的特点, 按该方法首先获得网络参数 G_i, K_i , 并以此作为新校准法的迭代初值; 然后按 Hoer 的“四标准”法实施校准。将校准时获得的信息和前述的网络参数 G_i 初值, 输入按新校准计算方法编制的程序, 即可快速获得满足精度要求的网络参数。上述过程, 用图 3 所示的流程图表示。

3. 新校准法应用实例

为验证新校准法实用效果, 已将其用于我们研制的 Ku 波段六端口反射计。现对反射计和实用结果作如下说明

(1) Ku 波段六端口反射计 我们研制的反射计组成框图如图 4 所示。其主要特点如下: (a) 本反射计的 Ku 波段六端口网络、四路低漂运算放大器、多路开关和 A/D 变换器, 均系自行研制的“硬件”; (b) 对 4 个低价格检波器 (电子部 970 厂制) 实施了“功

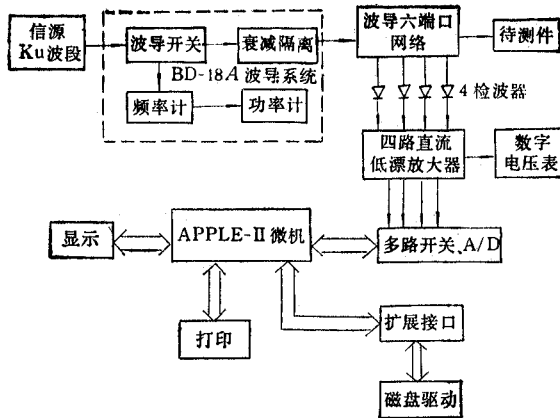


图4 六端口反射计组成框图

表1 两种校准法校准结果比较

	李 氏 法	新 校 准 法
A_3	-0.065088669	-0.150625079
B_3	-0.257717677	-0.359645042
A_4	1.40642596	1.59440288
B_4	0.585497862	0.581738483
A_5	-0.249211162	-0.243447607
B_5	0.267681839	0.393497812
A_6	-0.692037254	-0.673750881
B_6	-0.466211671	-0.406875212
K_4	0.567067112	0.564313966
K_5	1.23677815	0.991355785
K_6	2.23903762	1.88547085

表2 两种校准法测量结果比较

李 氏 法		新 校 准 法	
反射系数模 $ \Gamma $	相位 $\varphi(\text{rad})$	反射系数模 $ \Gamma $	相位 $\varphi(\text{rad})$
1.0097903	3.12182548	1.00861154	3.15239632
1.00855348	3.11684919	1.00685933	3.15446168
1.00750792	3.11884557	1.00384772	3.15239839
1.00537625	3.11615549	1.00449841	3.15439073
1.00984806	3.11681816	1.00467513	3.15829228
1.00244982	3.10680431	1.00651054	3.15266756
1.01104135	3.10991816	1.00569843	3.15878217
1.01180546	3.12052521	1.00224465	3.15065431
均值 $ \bar{\Gamma} = 1.00829661$	$\bar{\varphi} \approx 3.11593362$ $\approx 178.53^\circ$	均值 $ \bar{\Gamma} = 1.00536824$	$\bar{\varphi} = 3.1542553$ $\approx 180.73^\circ$
标准差 3.11×10^{-3}	$0.005105 \approx 0.29^\circ$	标准差 1.98×10^{-3}	0.16°

率-电压”校正技术,用“软件”弥补器件性能不足,提高系统精度;(c) 反射计校准时间为 6.5min、测量时间为 10s;(d) 系统测量反射系数的精度(以匹配负载和短路器为测量对象)为: 模值小于 0.62%,相位小于 0.3° (因客观条件所限,未进行“准确度”测量)。

(2) 两种校准方法运用结果比较 现将李氏校准法和本文给出的新校准法在 Ku 波段六端口反射计中运用结果作如下比较。

(a) 网络参量校准比较 校准结果如表 1 所列数据表示。

(b) 实际测量结果比较 反射计经两种方法校准,对短路器进行反射系数测量,其结果如表 2 所示。因客观条件所限,没有进行“准确度”比较,表 2 仅给出“精度”比较结果,但表 3 给出了与理论值的比较结果。由表 2、3 可见,新校准法对测量精度的改善,效果还是较明显的;尽管校准过程仍有迭代,但较纯 Hoer 法来说,校准时间大大缩短了。

表 3 测量值与理论值比较结果

校准方法	反射系数模 $ \Gamma $	反射系数相位 $\varphi(^\circ)$	模偏(对理论)	相偏(对理论)($^\circ$)
(理论值)	1.00000000	π (或 180)	0	0
李氏法	1.00829661	178.53	8.3×10^{-3}	1.43
新校准法	1.00536824	180.73	5.4×10^{-3}	0.73

参 考 文 献

- [1] S. H. Li (李世鹤), R. G. Bosisio, *IEEE Trans. on MTT*, **MTT-30**(1982), 1085—1089.
- [2] C. A. Hoer, *Calibrating a Six-Port Reflectometer with Four Impedance Standards*, NBS Technica, Note-1012,(1979).
- [3] 冯康,数值计算方法,国防工业出版社,1978年.
- [4] 卢荣润,宇航计测技术,1984年,第5期,第46—54页.
- [5] 陈兆武,电子测量技术,1986年,第1期,第9—12页.

A NEW CALIBRATION TECHNIQUE FOR THE SIX-PORT REFLECTOMETER

Lin Qilai Lu Mingquan

(Zhengzhou Information Engineering Institute, Zhengzhou)

Abstract On the basis of Dr. Hoer's (1979) and Dr. Li's work, a new calibration method for the Six-port reflectometer is proposed. The new method is characterized not only by having the advantage of rapidity and simplicity of Dr. Li's method, but also by having the advantage of high precision of Dr. Hoer's method. An example for applying this method to Ku-band Six-port reflectometer is given.

Key words Six-port reflectometer; Microwave network; Newton iterative method