

# 运动目标的时分极化测量研究

王涛 王雪松 肖顺平  
(国防科技大学电子科学与工程学院 长沙 410073)

**摘要** 运动目标极化特性的测量是极化雷达探测与目标识别等领域非常关心的基础性问题。该文针对时分极化测量雷达,建立了动目标的瞬时极化测量模型。在深入分析目标极化回波的基础上,针对互易性目标,提出了一种基于交叉极化分量相位对齐的散射矩阵校准方法。研究结果表明在一定信噪比条件下,该测量和校准方法可以有效地消除因目标运动而导致的散射矩阵两列元素去相关。

**关键词** 雷达目标识别, 时分极化测量, 散射矩阵, 相位对齐, 校准

中图分类号: TN953

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2006)11-1989-05

## Time Division Scattering Matrix Measurement of Moving Targets

Wang Tao Wang Xue-song Xiao Shun-ping

(School of Electronic Science and Engineering, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China)

**Abstract** The topic of scattering matrix measurement of moving targets is very important in such fields as polarimetric radar and target recognition. In this paper, the problem of time division scattering matrix measurement of the reciprocal targets is discussed. A method of measuring and calibration based on aligning the phase of the cross-polarization of the scattering matrix is proposed. It is shown that the proposed measuring and calibration method can effectively eliminate the scattering matrix decorrelation caused by the target movement.

**Key words** Radar target recognition, Time division scattering matrix measurement, Phase alignment, Calibration

### 1 引言

雷达目标极化特性测量是雷达极化领域的基础问题。准确的散射矩阵测量是诸如目标分解识别算法<sup>[1]</sup>, 基于电磁逆散射理论的目标形状极化重构识别算法<sup>[2-4]</sup>, 基于相干矩阵分解的目标识别分类算法<sup>[5]</sup>等目标识别方法的基础。如何准确获取目标的极化特性信息, 并加以有效利用, 长期以来一直是雷达探测技术领域备受关注的前沿问题<sup>[5-10]</sup>。

时分极化测量雷达通过在发射端轮流发射极化正交的雷达信号, 而在接收端同时对两个极化通道的回波进行处理, 这样通过对每个脉冲回波的接收处理, 雷达可以获取目标散射矩阵的一列元素, 经过相邻两个脉冲的处理, 雷达可以得到目标散射矩阵的全部4个元素。

对于运动目标, 两个相邻脉冲回波会因目标的距离变化产生相位去相关效应。这种去相关效应会使得时分极化雷达测得的散射矩阵无法正确反映目标的特性。因此文献<sup>[11]</sup>认为时分极化测量雷达无法用来有效地测量高速目标。本文针对时分极化测量雷达, 假定目标在相邻两个脉冲间隔内的姿态变化可以忽略(这个假定在很多时候是合理的), 研究了运动互易性目标的散射矩阵的获取和校准方法。理论推导和仿真结果表明, 在适当的信噪比条件下, 本文的方法可以有效地消除因目标径向距离变化而导致的散射矩阵去相关。本文第2节为雷达接收信号模型; 第3节为散射矩阵估计方法;

第4节为散射矩阵估计精度的理论分析; 第5节为仿真实验仿真分析; 最后一节为全文的总结。

### 2 雷达接收信号模型

设雷达轮流发射互为正交的两个固定的极化脉冲信号, 不妨设为H极化和V极化, 两个极化通道的脉宽均为 $\tau$ , 载频均为 $f_0$ , 极化切换周期为 $2T$ , 即发射信号为

$$e_i(t) = \frac{e^{j2\pi f_0 t}}{\sqrt{\tau}} \begin{bmatrix} \text{rect}(t/\tau) \\ \text{rect}((t-T)/\tau) \end{bmatrix} \quad (1)$$

设目标的极化散射矩阵为

$$S = \begin{bmatrix} S_{hh} & S_{vh} \\ S_{hv} & S_{vv} \end{bmatrix} \quad (2)$$

并设目标距离雷达为 $R_0$ , 径向速度为 $v_r$ , 则其时变距离为 $R(t) = R_0 - v_r t$ 。当目标速度远小于光速时, 回波延时可以表示为

$$t_r = 2R(t)/c = 2R_0/c - 2v_r t/c = t_{r0} - 2v_r t/c \quad (3)$$

设系统噪声矢量为 $\mathbf{n}(t) = \begin{bmatrix} n_h(t) \\ n_v(t) \end{bmatrix}$ , 它是与信号矢量无关的零均值高斯白噪声过程,  $n_h(t)$ 和 $n_v(t)$ 互相独立, 实噪声的单边功率谱密度设为 $N_0$ , 即有

$$\langle \mathbf{n}(t) \rangle = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$R_n(\tau) = \left\langle \begin{bmatrix} n_h(t) \\ n_v(t) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} n_h(t-\tau) \\ n_v(t-\tau) \end{bmatrix}^H \right\rangle = 2N_0 \delta(\tau) \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5)$$

其中 $\langle \cdot \rangle$ 为均值运算, 上标H表示Hermit转置。则雷达接

收信号为

$$\begin{aligned} \mathbf{r}(t) &= \mathbf{S} \mathbf{e}_i(t-t_r) + \mathbf{n}(t) \\ &= \frac{e^{j2\pi f_0(t-t_{r0})} e^{j2\pi f_d t}}{\sqrt{\tau}} \mathbf{S} \begin{bmatrix} \text{rect}((t-t_{r0}+2v_r t/c)/\tau) \\ \text{rect}((t-T-t_{r0}+2v_r t/c)/\tau) \end{bmatrix} \\ &\quad + \begin{bmatrix} n_h(t) \\ n_v(t) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (6)$$

其中  $f_d = (2v_r/c)f_0$  为目标的多普勒频率。当  $v_r \ll c$  时，目标移动对雷达回波信号的包络影响可以忽略，所以上式可以近似表示为

$$\begin{aligned} \mathbf{r}(t) &= \frac{\mathbf{S}}{\sqrt{\tau}} \begin{bmatrix} e^{j2\pi f_0(t-t_{r0})} e^{j2\pi f_d t} \text{rect}((t-t_{r0})/\tau) \\ e^{j2\pi f_0(t-t_{r0})} e^{j2\pi f_d t} \text{rect}((t-T-t_{r0})/\tau) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} n_h(t) \\ n_v(t) \end{bmatrix} \\ &\quad \square \mathbf{S} \begin{bmatrix} A(t) \\ B(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} n_h(t) \\ n_v(t) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (7)$$

其中  $A(t) = e^{j2\pi f_0(t-t_{r0})} e^{j2\pi f_d t} \text{rect}((t-t_{r0})/\tau)/\sqrt{\tau}$  ,  $B(t) = e^{j2\pi f_0(t-t_{r0})} e^{j2\pi f_d t} \text{rect}((t-T-t_{r0})/\tau)/\sqrt{\tau}$  。

### 3 散射矩阵估计方法

如果目标的速度可以精确知道，目标在相邻雷达脉冲间隔上的位置移动导致的相位去相关可以完全恢复。对于非合作目标，其速度通常通过对噪声中的回波信号进行处理而进行估计。一个顺理成章的想法是利用最优估计理论，获得目标速度的估计，然后消除因目标相邻脉冲回波的相位去相关。本部分首先分析基于回波多普勒估计的散射矩阵校准方法并分析其校准的性能，在此基础上，提出一种基于交叉极化分量相位对齐的散射矩阵校准方法。

#### 3.1 基于回波多普勒估计的散射矩阵校准方法

由式(7)可知，经过两个脉冲回波的处理，雷达可以得到 4 个标量信号，分别为  $r_{hh}(t) = A(t)s_{hh} + n_h(t)$  ,  $r_{hv}(t) = A(t)s_{hv} + n_v(t)$  ,  $r_{vh}(t) = B(t)s_{vh} + n_h(t)$  和  $r_{vv}(t) = B(t)s_{vv} + n_v(t)$ 。上述 4 个标量信号的均方根时宽相等，都为

$$T_e^2 = \int_{-\infty}^{\infty} (t-\bar{t})^2 \left| \frac{e^{j2\pi f_d t}}{\sqrt{\tau}} \text{rect}\left(\frac{t}{\tau}\right) \right|^2 dt = \frac{\tau^2}{12} \quad (8)$$

设回波频移的估计为  $\hat{f}_d$ ，由雷达信号理论可知<sup>[12]</sup>，目标回波信号的频移估计为无偏的，其方差与信噪比和信号的均方根时宽成反比。为了准确地对目标的速度进行估计，取上述 4 个目标回波中信噪比最大的进行速度估计，为此不妨设：

$s_{\max} = \max_{i,j=1,2} (|s_{ij}|)$ ，则有：

$$\text{SNR}_{\max} = E_{\max}/N_0 = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{|s_{\max}|^2}{\tau N_0} \text{rect}\left(\frac{t-t_{r0}}{\tau}\right) dt = \frac{s_{\max}^2}{2N_0} \quad (9)$$

$$\left. \begin{aligned} \sigma^2(\hat{f}_d) &= \frac{1}{8\pi^2 T_e^2 \text{SNR}_{\max}} = \frac{3}{2\pi^2 \tau^2 \text{SNR}_{\max}} \\ \sigma^2(\hat{\omega}_d) &= 4\pi^2 \sigma^2(\hat{f}_d) = \frac{6}{\tau^2 \text{SNR}_{\max}} \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

其中  $E_{\max}$  为目标散射回波中信号最强分量的能量。利用式(9)得到的回波多普勒频移对观测信号式(7)进行相关接收，有

$$\begin{aligned} \mathbf{y}(\xi) &= \begin{bmatrix} y_h(\xi) \\ y_v(\xi) \end{bmatrix} \\ &= \frac{1}{\tau} \mathbf{S} \int_{-\infty}^{\infty} e^{j(\omega_0 \xi + \omega_d t - \hat{\omega}_d \xi + \hat{\omega}_d \xi - \omega_0 t_{r0})} \text{rect}\left(\frac{t-\xi}{\tau}\right) \\ &\quad \begin{bmatrix} \text{rect}\left(\frac{t-t_{r0}}{\tau}\right) \\ \text{rect}\left(\frac{t-T-t_{r0}}{\tau}\right) \end{bmatrix} dt + \mathbf{j}(\xi) \end{aligned} \quad (11)$$

其中

$$\mathbf{j}(\xi) = \begin{bmatrix} j_h(\xi) \\ j_v(\xi) \end{bmatrix} = \int_{-\infty}^{\infty} \begin{bmatrix} n_h(t) \\ n_v(t) \end{bmatrix} e^{-j(\omega_0 + \hat{\omega}_d)(t-\xi)} \text{rect}\left(\frac{t-\xi}{\tau}\right) dt \quad (12)$$

由  $\mathbf{n}(t)$  的统计特性求得由输入噪声的统计特性可得  $\mathbf{j}(\xi)$  的均值和方差：

$$\langle \mathbf{j}(\xi) \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} \begin{bmatrix} \langle n_h(t) \rangle \\ \langle n_v(t) \rangle \end{bmatrix} e^{-j(\omega_0 + \hat{\omega}_d)(t-\xi)} \text{rect}\left(\frac{t-\xi}{\tau}\right) dt = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} \text{var}[\mathbf{j}(\xi)] &= \left\langle \begin{bmatrix} j_h(\xi) \\ j_v(\xi) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} j_h(\xi-\eta) \\ j_v(\xi-\eta) \end{bmatrix}^H \right\rangle \\ &= \frac{2N_0 \Lambda(\eta)}{\tau} e^{j\eta(\omega_0 + \hat{\omega}_d)} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

其中  $\text{var}[\cdot]$  为求方差运算， $\Lambda(\eta) = \begin{cases} \tau + \eta, & -\tau \leq \eta \leq 0 \\ \tau - \eta, & 0 \leq \eta \leq \tau \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$ 。

令  $\xi = t_{r0}$ ，则式(11)可以表示为

$$\mathbf{y}(t_{r0}) = \begin{bmatrix} y_h(t_{r0}) \\ y_v(t_{r0}) \end{bmatrix} = e^{j(\omega_d t_{r0} + \theta)} \text{sa}(\mathcal{G}) \begin{bmatrix} s_{hh} \\ s_{hv} \end{bmatrix} + \mathbf{j}(t_{r0}) \quad (13)$$

其中  $\text{sa}(\mathcal{G}) = \sin(\mathcal{G})/\mathcal{G}$ ， $\mathcal{G} = (\omega_d - \hat{\omega}_d)\tau/2$ ，由式(10)易知

$$\left. \begin{aligned} \langle \mathcal{G} \rangle &= (\omega_d - \hat{\omega}_d)\tau/2 = 0 \\ \text{var}[\mathcal{G}] &= \langle \mathcal{G}^2 \rangle = \tau^2 \sigma^2(\hat{\omega}_d)/4 = 3/(2\text{SNR}_{\max}) \\ \langle \mathcal{G}^4 \rangle &= 3 \text{var}^2[\mathcal{G}] = 27/(2\text{SNR}_{\max})^2 \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

令  $\xi = T + t_{r0}$ ，则式(11)可以表示为

$$\begin{aligned} \mathbf{y}(T+t_{r0}) &= \begin{bmatrix} y_h(T+t_{r0}) \\ y_v(T+t_{r0}) \end{bmatrix} \\ &= e^{j(\omega_0 + \omega_d)T} e^{j(\omega_d T_{r0} + \theta)} \text{sa}(\mathcal{G}) \begin{bmatrix} s_{vh} \\ s_{vv} \end{bmatrix} + \mathbf{j}(T+t_{r0}) \end{aligned} \quad (15)$$

由式(13)和式(15)可以看出，目标在相邻两个正交极化信号的回波中的交叉极化回波相差一个与载频、多普勒频率以及脉冲重复周期有关的相位项  $e^{j(\omega_0 + \omega_d)T}$ ，其中  $e^{j\omega_0 T}$  项是与发射波形有关的量，可以补偿掉， $e^{j\omega_d T}$  是一个与脉冲重复周期以及目标回波多普勒频移有关的量，不妨将  $\hat{\omega}_d$  代入式(13)和式(15)进行相位对齐。由式(10)可以得出

$$\sigma^2(\hat{\omega}_d T) = T^2 \sigma^2(\hat{\omega}_d) = \frac{6T^2}{\tau^2 \text{SNR}_{\max}} \quad (16)$$

图 1 给出了相位估计误差的标准差与信噪比和占空比 ( $\tau/T$ ) 的关系，从图中可以看出对于占空比为 0.2 的信号，即使在信噪比高达 30dB 时，其相位误差的标准差仍在 17.2° 以上，这样的误差在散射矩阵测量中通常是不可接受的，因此

利用估计频移进行的相位估计精度是不能满足要求的。

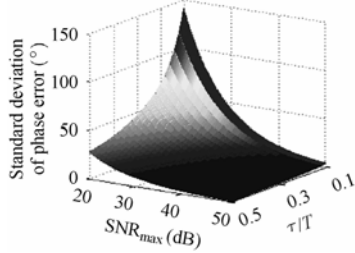


图 1  $s_{vh}$ 和 $s_{vv}$ 的相位误差的标准差与 $SNR_{max}$ 及 $\tau/T$ 的关系  
Fig.1 The standard deviation of phase error of  $s_{vh}$  and  $s_{vv}$  vs.  $SNR_{max}$  and  $\tau/T$

### 3.2 基于交叉极化分量相位对齐的散射矩阵校准方法

基于交叉极化分量相位对齐的散射矩阵校准方法的思想是首先令一列回波信号为参考列向量,然后将散射矩阵的另一交叉极化分量与参考列矢量的交叉极化分量进行相位对齐,最后将被校准的共极化分量加上被校准的交叉极化分量与参考交叉极化分量的相位差。为此不妨令散射矩阵第 1 列元素为参考列矢量,将第 2 列元素与第 1 列元素进行对齐,即散射矩阵的估计为

$$\begin{bmatrix} \hat{s}_{hh} & \hat{s}_{hv} \\ \hat{s}_{vh} & \hat{s}_{vv} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_h(t_{r0}) & y_v(t_{r0}) \\ y_v(t_{r0}) & y_v(T+t_{r0}) \exp\left\{j \arg \frac{y_v(t_{r0})}{y_h(T+t_{r0})}\right\} \end{bmatrix} \quad (17)$$

由式(13)和式(15)可以看出,通过选择适当的相位参考平面,  $y_h(t_{r0})$ ,  $y_v(t_{r0})$ ,  $y_h(T+t_{r0})$  和  $y_v(T+t_{r0})$  的信号项中的公共相位项  $e^{j(\omega_d t_{r0} + \vartheta)}$  可以约去。由此有散射矩阵的估值可以简化为

$$\hat{s}_{hh} = sa(\vartheta) s_{hh} + j_h(t_{r0}) \quad (18)$$

$$\hat{s}_{hv} = \hat{s}_{vh} = sa(\vartheta) s_{vh} + j_v(t_{r0}) \quad (19)$$

$$\begin{aligned} \hat{s}_{vv} = & sa(\vartheta) s_{vv} e^{j \arg \frac{sa(\vartheta) s_{vh} + j_v(t_{r0})}{sa(\vartheta) s_{vh} + j_h(T+t_{r0}) e^{-j(\omega_0 + \omega_d)T}}} \\ & + j_v(T+t_{r0}) e^{j \arg \frac{sa(\vartheta) s_{vh} + j_v(t_{r0})}{e^{j(\omega_0 + \omega_d)T} sa(\vartheta) s_{vh} + j_h(T+t_{r0})}} \end{aligned} \quad (20)$$

## 4 散射矩阵估计精度分析

在对散射矩阵各元素进行估计时,估计值的模值和相位的矩特性更能充分地反映估计的性能,因此本文拟分别分析式(18)~式(20)中各元素模值和相位的矩特性。为了分析方便,不妨令  $r_{hh} e^{j\delta_{hh}} = j_h(t_{r0})/s_{hh}$ ,  $r_{vh} e^{j\delta_{vh}} = j_v(t_{r0})/s_{vh}$ ,  $r_{hv} e^{j\delta_{hv}} = j_h(T+t_{r0}) e^{-j(\omega_0 + \omega_d)T}/s_{hv}$ ,  $r_{vv} e^{j\delta_{vv}} = \frac{j_v(T+t_{r0})}{s_{vv}} \cdot \exp\left\{j \arg \frac{sa(\vartheta) + r_{vh} e^{j\delta_{vh}}}{e^{j(\omega_0 + \omega_d)T} (sa(\vartheta) + r_{hv} e^{j\delta_{hv}})}\right\}$ 。由于  $j_i(t_{r0})$  服从  $N \sim (0, 2N_0)$  的复高斯分布,由复高斯分布的性质可知其随机相位  $\delta_{ij}$  服从  $[0, 2\pi]$  的均匀分布,包络  $r_{ij}$  服从  $(\sqrt{\pi}/(4SNR_{ij}), (4-\pi)/(4SNR_{ij}))$  的瑞利分布,而且  $r_{ij}$  与  $\delta_{ij}$  互相独立,其中  $SNR_{ij} = |s_{ij}|^2 / (2N_0)$ ,  $i, j$  表示散射矩阵的极化,

可取  $h, v$ 。

### 4.1 $\hat{s}_{hh}$ 的估计精度

由此可得  $\hat{s}_{hh}$  的幅度均值为

$$\begin{aligned} \langle |\hat{s}_{hh}/s_{hh}| \rangle &= \langle |sa(\vartheta) + r_{hh} e^{j\delta_{hh}}| \rangle \leq \langle |sa(\vartheta)| + |r_{hh} e^{j\delta_{hh}}| \rangle \\ &\approx 1 - 1/(2SNR_{max}) + \sqrt{\pi/(4SNR_{hh})} \end{aligned} \quad (21)$$

其二阶矩为

$$\begin{aligned} \langle |\hat{s}_{hh}/s_{hh}|^2 \rangle &= \langle |sa(\vartheta) + r_{hh} e^{j\delta_{hh}}|^2 \rangle \\ &= 1 - 1/SNR_{max} + 3/(4SNR_{max}^2) + 1/SNR_{hh} \end{aligned}$$

进而可得其方差为

$$\begin{aligned} \text{var} [|\hat{s}_{hh}/s_{hh}|] &\leq \langle |\hat{s}_{hh}/s_{hh}|^2 \rangle - \langle |sa(\vartheta)| \rangle^2 \\ &\approx 1/(2SNR_{max}^2) + 1/SNR_{hh} \end{aligned} \quad (22)$$

相位估计误差的均值和方差分别为

$$\begin{aligned} \langle \arg \frac{\hat{s}_{hh}}{s_{hh}} \rangle &= \langle \arg (sa(\vartheta) + r_{hh} e^{j\delta_{hh}}) \rangle \\ &= \left\langle \arctan \frac{r_{hh} \sin \delta_{hh}}{sa(\vartheta) + r_{hh} \cos \delta_{hh}} \right\rangle = 0 \end{aligned} \quad (23)$$

$$\text{var} \left[ \arg \frac{\hat{s}_{hh}}{s_{hh}} \right] = \left\langle \arctan^2 \frac{r_{hh} \sin \delta_{hh}}{sa(\vartheta) + r_{hh} \cos \delta_{hh}} \right\rangle \quad (24)$$

当  $SNR_{max} \gg 1$  且  $SNR_{hh} \gg 1$  时,  $r_{hh} \ll 1$ , 故有

$$\begin{aligned} \arctan \frac{r_{hh} \sin \delta_{hh}}{sa(\vartheta) + r_{hh} \cos \delta_{hh}} &\approx \arctan \left[ (1 + \vartheta^2/3 - r_{hh} \cos \delta_{hh}) r_{hh} \sin \delta_{hh} \right] \\ &\approx (1 + \vartheta^2/3 - r_{hh} \cos \delta_{hh}) r_{hh} \sin \delta_{hh} \end{aligned}$$

所以式(24)可化为

$$\begin{aligned} \text{var} \left[ \arg \frac{\hat{s}_{hh}}{s_{hh}} \right] &\approx \langle (1 + \vartheta^2/3 - r_{hh} \cos \delta_{hh})^2 r_{hh}^2 \sin^2 \delta_{hh} \rangle \\ &\approx (1 + 1/SNR_{max}) / (2SNR_{hh}) \end{aligned} \quad (25)$$

### 4.2 $\hat{s}_{hv}$ 和 $\hat{s}_{vh}$ 的估计精度

与  $s_{hh}$  的估计精度分析类似,对于散射矩阵元素  $s_{hv}$  和  $s_{vh}$  的估计有:

$$\begin{aligned} \langle |\hat{s}_{hv}/s_{hv}| \rangle &= \langle |\hat{s}_{vh}/s_{vh}| \rangle = \langle |sa(\vartheta) + r_{vh} e^{j\delta_{vh}}| \rangle \\ &= 1 - 1/(2SNR_{max}) + \sqrt{\pi/(4SNR_{hv})} \end{aligned} \quad (26)$$

$$\begin{aligned} \text{var} [|\hat{s}_{vh}/s_{vh}|] &= \text{var} [|\hat{s}_{hv}/s_{hv}|] \leq \langle |\hat{s}_{hv}/s_{hv}|^2 \rangle - \langle |sa(\vartheta)| \rangle^2 \\ &\approx 1/(2SNR_{max}^2) + 1/SNR_{hv} \end{aligned} \quad (27)$$

$$\langle \arg \frac{\hat{s}_{hv}}{s_{hv}} \rangle = \langle \arg \frac{\hat{s}_{vh}}{s_{vh}} \rangle = \langle \arg \{ sa(\vartheta) + r_{vh} e^{j\delta_{vh}} \} \rangle = 0 \quad (28)$$

当  $SNR_{max} \gg 1$  且  $SNR_{vh} \gg 1$  时, 有

$$\begin{aligned} \text{var} [\arg \hat{s}_{hv}/s_{hv}] &= \text{var} [\arg \hat{s}_{vh}/s_{vh}] \\ &\approx (1 + 1/SNR_{max}) / (2SNR_{vh}) \end{aligned} \quad (29)$$

### 4.3 $\hat{s}_{vv}$ 的估计精度

下面求  $\hat{s}_{vv}$  的估计精度。根据式(20)可得

$$\begin{aligned} \langle \hat{s}_{vv} \rangle &= s_{vv} \left\langle \text{sa}(\vartheta) \exp \left\{ j \arg \frac{\text{sa}(\vartheta) + r_{vh} e^{j\delta_{vh}}}{\text{sa}(\vartheta) + r_{hv} e^{j\delta_{hv}}} \right\} \right\rangle \\ &\approx \left\langle (1 - \varrho^2/3) s_{vv} \exp \left\{ j \arg \frac{1 - \varrho^2/3 + r_{vh} e^{j\delta_{vh}}}{1 - \varrho^2/3 + r_{hv} e^{j\delta_{hv}}} \right\} \right\rangle \quad (30) \end{aligned}$$

容易证明: 当  $\text{SNR}_{\max} \gg 1$  时, 随机变量  $1 - \varrho^2/3$ 、 $1 - \varrho^2/3 + r_{vh} e^{j\delta_{vh}}$  和  $1 - \varrho^2/3 + r_{hv} e^{j\delta_{hv}}$  是近似独立的(证明略), 所以式(30)可以写为

$$\begin{aligned} \langle \hat{s}_{vv} \rangle &\approx s_{vv} \left\langle 1 - \varrho^2/3 \right\rangle \left\langle \exp \left\{ j \arg (1 - \varrho^2/3 + r_{vh} e^{j\delta_{vh}}) \right\} \right\rangle \\ &\quad \cdot \left\langle \exp \left\{ -j \arg (1 - \varrho^2/3 + r_{hv} e^{j\delta_{hv}}) \right\} \right\rangle \quad (31) \end{aligned}$$

由  $r_{vh}$  的统计特性可知, 当  $\text{SNR}_{vh} = \text{SNR}_{hv} \gg 1$  时,  $r_{vh} \gg 1 \geq 1 - \varrho^2/3$ , 所以由式(31)可得

$$\left\langle \exp \left\{ j \arg (1 - \varrho^2/3 + r_{vh} e^{j\delta_{vh}}) \right\} \right\rangle \approx \left\langle \exp \left\{ j \arg (r_{vh} e^{j\delta_{vh}}) \right\} \right\rangle = 0 \quad (32)$$

将上式代入式(31)可得  $\langle \hat{s}_{vv} \rangle \approx 0$ , 很显然此时  $\hat{s}_{vv}$  的估值严重偏离  $s_{vv}$  的真值, 此时无法对  $s_{vv}$  进行正确的估计。由于通常散射矩阵测量都是在大信噪比的条件下进行的, 所以仅讨论  $\text{SNR}_{vh} = \text{SNR}_{hv} \gg 1$  时的情况。

由式(20)可得,  $\hat{s}_{vv}$  幅度的均值和方差为

$$\begin{aligned} \langle |\hat{s}_{vv}/s_{vv}| \rangle &\leq \langle |\text{sa}(\vartheta)| \rangle + \left\langle |r_{vh} e^{j\delta_{vh}}| \right\rangle \approx 1 - 1/(2\text{SNR}_{\max}) \\ &\quad + \sqrt{\pi/(4\text{SNR}_{vv})} \quad (33) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{var} [|\hat{s}_{vv}/s_{vv}|] &\leq \left\langle |\hat{s}_{vv}/s_{vv}|^2 \right\rangle - \langle |\text{sa}(\vartheta)| \rangle^2 = 1/(2\text{SNR}_{\max}^2) \\ &\quad + 1/\text{SNR}_{vv} \quad (34) \end{aligned}$$

下面求相位误差, 当  $\text{SNR}_{vh} = \text{SNR}_{hv} \gg 1$  时,  $r_{vh} \gg 1$ ,  $r_{hv} \gg 1$ , 此时有

$$\begin{aligned} &\arg \frac{\text{sa}(\vartheta) + r_{vh} e^{j\delta_{vh}}}{\text{sa}(\vartheta) + r_{hv} e^{j\delta_{hv}}} \\ &= \arctan \frac{\text{sa}(\vartheta)(r_{vh} \sin \delta_{vh} - r_{hv} \sin \delta_{hv}) + r_{vh} r_{hv} \sin(\delta_{vh} - \delta_{hv})}{\text{sa}^2(\vartheta) + \text{sa}(\vartheta)(r_{vh} \cos \delta_{vh} + r_{hv} \cos \delta_{hv}) + r_{vh} r_{hv} \cos(\delta_{vh} - \delta_{hv})} \\ &\approx \arctan \frac{r_{vh} \sin \delta_{vh} - r_{hv} \sin \delta_{hv}}{\text{sa}(\vartheta) + r_{vh} \cos \delta_{vh} - r_{hv} \cos \delta_{hv}} \approx \frac{r_{vh} \sin \delta_{vh} - r_{hv} \sin \delta_{hv}}{\text{sa}(\vartheta)} \\ &\left\langle \arg \frac{\hat{s}_{vv}}{s_{vv}} \right\rangle \\ &\approx \left\langle \arg \left\{ \text{sa}(\vartheta) \exp \left\{ j (r_{vh} \sin \delta_{vh} - r_{hv} \sin \delta_{hv}) / \text{sa}(\vartheta) \right\} + r_{vv} e^{j\delta_{vv}} \right\} \right\rangle \\ &\approx \left\langle \arctan \frac{r_{vh} \sin \delta_{vh} - r_{hv} \sin \delta_{hv} + r_{vv} \sin \delta_{vv}}{\text{sa}(\vartheta)} \right\rangle = 0 \quad (35) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &\text{var} \left[ \arg \frac{\hat{s}_{vv}}{s_{vv}} \right] \\ &\approx \left\langle \arctan^2 \frac{r_{vh} \sin \delta_{vh} - r_{hv} \sin \delta_{hv} + r_{vv} \sin \delta_{vv}}{\text{sa}(\vartheta)} \right\rangle \\ &\approx \left\langle (1 + 2\varrho^2/3)(r_{vh}^2 \sin^2 \delta_{vh} + r_{hv}^2 \sin^2 \delta_{hv} + r_{vv}^2 \sin^2 \delta_{vv}) \right\rangle \\ &= (1 + 1/\text{SNR}_{\max})(1/\text{SNR}_{vh} + 1/(2\text{SNR}_{vv})) \quad (36) \end{aligned}$$

从式(33)~(36)可以看出,  $s_{vv}$  的估计精度不仅与自身的信噪比  $\text{SNR}_{vv}$  有关, 而且与速度估计时的信噪比  $\text{SNR}_{\max}$  和交叉极化分量的信噪比  $\text{SNR}_{vh}$  有关;  $s_{vv}$  估计的相位误差的方差

受到  $\text{SNR}_{vh}$  影响很大, 当  $\text{SNR}_{vh}$  较小时,  $s_{vv}$  的相位估计误差将会变得难以接受。

## 5 仿真实验

为了更加直观地说明本文的散射矩阵测量方法的性能, 本节对散射矩阵诸元素的幅度归一化均值、幅度归一化标准差、相位估计误差的平均值、相位估计误差的方差进行了仿真分析。为了能够独立地描述和验证上述的理论推导, 噪声数据直接从式(18)~式(20)产生, 并严格按照随机变量的数字特性的求解步骤进行。图2, 图3为10000个噪声样本下仿真实验得到的散射矩阵各元素估计的幅度归一化平均值、幅度归一化标准差、平均相位差和相位误差的标准差。

从图2可以看出,  $\hat{s}_{hh}$  的幅度的平均值随着  $\text{SNR}_{hh}$  的增大而趋近于1, 这说明在大信噪比条件下对  $s_{hh}$  的幅度估计是近似无偏的;  $\hat{s}_{hh}$  的幅度方差近似为随着信噪比的增大而逐

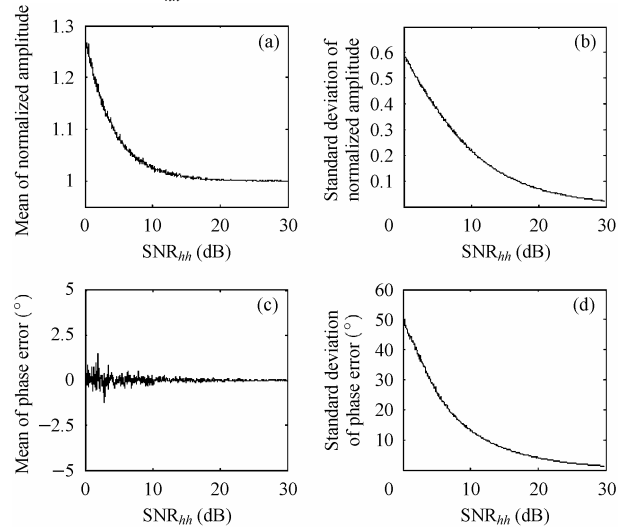


图2  $\hat{s}_{hh}$  的相位和幅度统计特性与  $\text{SNR}_{hh}$  的关系 ( $\text{SNR}_{\max} = 30\text{dB}$ )

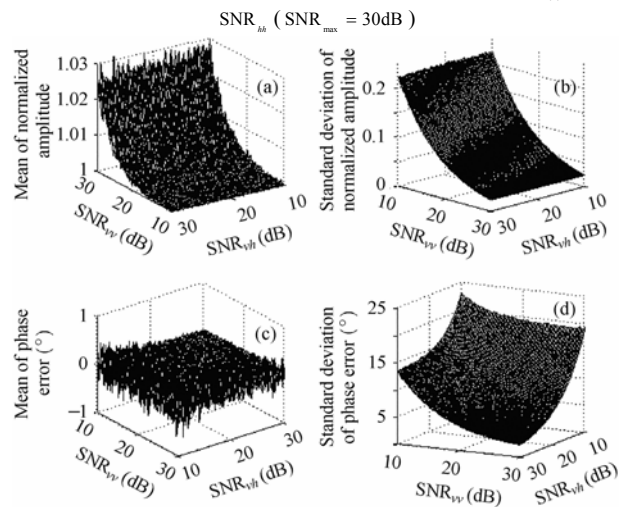


图3  $\hat{s}_{vv}$  的相位和幅度的统计特性与  $\text{SNR}_{hh}$  和  $\text{SNR}_{vv}$  的关系 ( $\text{SNR}_{\max} = 30\text{dB}$ )

Fig.3 The phase and amplitude statistical characteristic of  $\hat{s}_{vv}$  vs.  $\text{SNR}_{hh}$  and  $\text{SNR}_{vv}$  ( $\text{SNR}_{\max} = 30\text{dB}$ )

步减小, 当  $\text{SNR}_{hh}$  等于 30dB 时, 其标准差仅为  $0.02s_{hh}$ , 说明在大信噪比条件下对  $\hat{s}_{hh}$  幅度的估计具有很好的一致性。 $\hat{s}_{hh}$  相位误差的平均值约等于  $0^\circ$ , 相位估计误差的标准差随着信噪比的增大而逐渐减小, 当信噪比为 30dB 时, 相位误差的标准差约为  $2^\circ$  左右, 仿真结果与式(21)~式(24)吻合得很好。 $s_{vh}$  和  $s_{hv}$  的估计性能与  $s_{hh}$  相同, 不再赘述。

从图 3(a)和图 3(b)可以看出,  $\hat{s}_{vv}$  的幅度统计特性几乎不受  $\text{SNR}_{vh}$  的影响, 仅取决于  $\text{SNR}_{vv}$  值。当  $\text{SNR}_{vv}$  为 10dB 时,  $\hat{s}_{vv}$  的幅度归一化平均值约为 1.35 左右, 幅度标准差大于 0.2, 说明  $\hat{s}_{vv}$  的方差较大; 当  $\text{SNR}_{vv}$  为 30dB 时,  $\hat{s}_{vv}$  的平均值几乎等于 1, 说明此时的估计均值已经非常接近于其真值。从图 3(c)和图 3(d)可以看出,  $\hat{s}_{vv}$  的相位估计误差的平均值即使在  $\text{SNR}_{vv}$  和  $\text{SNR}_{vh}$  较小时也近似为  $0$ , 这说明其相位估计误差的均值对信噪比不敏感;  $\hat{s}_{vv}$  相位误差的标准差受  $\text{SNR}_{vv}$  和  $\text{SNR}_{vh}$  的影响很大。从图 3(d)可以看出, 当  $\text{SNR}_{vh}$  为 10dB 时, 即使在  $\text{SNR}_{vv}$  等于 30dB 时, 其相位估计误差的标准差仍然接近  $20^\circ$ 。随着  $\text{SNR}_{vh}$  和  $\text{SNR}_{vv}$  增大, 相位估计误差的标准差逐步变小, 当  $\text{SNR}_{vv}$  和  $\text{SNR}_{vh}$  都为 30dB 时,  $\hat{s}_{vv}$  相位误差的标准差仅为  $2.2^\circ$ , 其性能要远远优于基于回波多普勒估计的散射矩阵校准方法。

需要指出的是,  $s_{hh}$  的估计误差与本文的散射矩阵校准方法是无关的, 它是由参数估计的克拉美-罗限决定的。 $s_{vv}$  的估计误差不仅包含了本文方法引入的误差, 也包括了最优估计时必然会引入的误差, 因此式(33)~式(36)以及图 3 所给出的估计精度的描述是对本文方法的保守估计。从上述分析可以看出, 即使是保守的估计, 本文的方法也远远优于利用速度估计进行校准的方法, 使得当  $\text{SNR}_{vh}$  和  $\text{SNR}_{vv}$  大于一定信噪比时, 时分极化测量雷达能够比较准确地消除因目标相邻脉冲间运动引起的散射矩阵去相关。

## 6 结束语

本文的分析表明, 在一定的信噪比条件下, 本文提出的基于交叉极化分量相位对齐的散射矩阵估计方法可以有效地消除因目标运动而引起的散射矩阵列元素相位去相关效应。散射矩阵参考列矢量的共极化分量(本文中为  $s_{hh}$ )的估计精度取决于自身极化回波的信噪比以及速度估计时的信噪比; 被校准的散射矩阵列元素的共极化分量(本文中为  $s_{vv}$ )的估计精度不仅取决于自身极化回波信号的信噪比和速度估计时的信噪比, 还取决于交叉极化回波信号的信噪比。当交叉极化回波信号的信噪比较大时, 本文的方法能够以很高的精度消除因目标运动引起的散射矩阵去相关效应; 当交叉极化分量的信噪比较小时, 被校准的共极化分量的均值严重偏离其真值, 此时本文的方法将无法有效消除因目标运动而导致的散射矩阵去相关。为了有效校准在某个极化基下交叉极化回波信号较弱的目标, 需要根据被测目标的散射特性来调整和优化雷达的发射和接收极化, 使得交叉极化回波的信

噪比保持在一定水平, 进而有效地消除去相关效应。本文的散射矩阵校准方法和性能分析结论将为时分极化雷达的极化基优化提供了一种优化准则。极化校准时的极化基优化是本文的后续研究工作。

## 参考文献

- [1] Cameron W L, Leung L K. Feature motivated polarization scattering matrix decomposition. *IEEE international radar conference*, 1990: 549-557.
- [2] Foo B Y, Chaudhuri S K, Boerner W M. A high frequency inverse scattering model to recover the specular point curvatures from polarimetric scattering data. *IEEE Trans. on AP*, 1984, 32(11): 1174-1178.
- [3] Boerner W M, Yamaguchi Yoshio. A state-of-the-art review in radar polarimetry and its applications in remote sensing. *IEEE AES Magazine*, 1990: 3-6.
- [4] Cloude S R, Pottier E. A review of target decomposition theorems in radar polarimetry. *IEEE Trans. on Geosci. Remote Sens.*, 1996, 34(2): 498-518.
- [5] Unal M H, Ligthart L P. Decomposition theorems applied to random and stationary radar targets. *Progress in electromagnetics research*, PIER, 1998, 18: 45-66.
- [6] Giuli D. Polarization diversity in radars. *Proc. IEEE*, 1986, 74(2): 245-269.
- [7] Boerner W M, et al.. (eds.). *Direct and Inverse Methods in Radar Polarimetry*. Kluwer Academic Publishers, 1992.
- [8] 庄钊文, 肖顺平, 王雪松. 雷达极化信息处理及应用. 北京: 国防工业出版社, 1999.
- [9] Giuli D, Fossi M. Radar target scattering matrix measurement through orthogonal signals. *IEE Proc.-F*, 1993, 140(4): 233-242.
- [10] 王雪松. 宽带极化信息处理的研究. [博士学位论文], 长沙: 国防科技大学, 1999.6.
- [11] Giuli D, Facheris L, Fossi M, Rossetini A. Simultaneous scattering matrix measurement through signal coding. *Radar Conference*, 1990, 258-262.
- [12] 林茂庸, 柯有安. 雷达信号理论. 北京: 国防工业出版社, 1984.

王 涛: 男, 1976 年生, 博士生, 研究兴趣为目标识别、极化信息处理、弹道导弹防御技术。

王雪松: 男, 1972 年生, 博士, 教授, 中国电子学会高级会员, “三遥”分会委员。主要从事雷达极化信息处理、信号处理与目标检测及识别、弹道导弹攻防对抗电子战等领域的研究。合作出版专著 5 部, 在国际、国内期刊及学术会议上发表论文百余篇, 其中 40 多篇进入 SCI 和 EI 等国际著名检索。

肖顺平: 男, 1964 年生, 博士, 教授, 中国电子学会高级会员。研究兴趣为雷达极化信号处理、模糊信息处理、综合电子战。承担和参加了多项科研项目, 出版专著、教材 6 部, 在国际、国内期刊上发表论文百余篇, 30 余篇进入 SCI 和 EI 等国际著名检索。