第 20 卷 第 5 期
1998 年 9 月

电子科学学刊
JOURNAL OF ELECTRONICS

Vol.20 No.5
Sept. 1998

带标识加权 T-图的化简 [1]

许安国　　蒋昌俊

(山东矿业学院应用数学与软件工程系　泰安　271019)

摘　要　本文首先给出带标识加权 T-图的几种化简运算，然后证明在一定条件下，这几种运算能保持网的活性不变，从而为带标识加权 T-图的分析和综合提供了有效途径.

关键词　化简运算，活性，带标识加权 T-图

中图号　TN711.6

1 引　言

Pertri 网的保性化简是 Petri 网分析的重要内容之一. 分析复杂系统的 Petri 网模型时，由于问题复杂带来的困难，有时不得不采用这样的途径：通过化简运算把一个复杂的 Petri 网化简为比较简单的 Petri 网，而且在化简过程中保持某些性质不变，然后分析简单网是否确实具备这些性质来判断原来的模型是否必具备这些性质.

T.Murata[1−3] 对活的和安全的标识 T-图的保性化简进行了系统的论述. 文献 [4] 进一步研究了加权 T-图的保性化简，提出了能够保持网的结构有界性，守恒性，可重复性和相容性的若干化简运算. 文献 [5] 进一步研究了保持结构活性和公平性对加权 T-图的化简运算. 但 Petri 网的活性不仅与自身的结构性质密切相关，而且与网的标识密切相关，因此有必要进一步研究带标识的加权 T-图的保活化简问题.

本文从保持带标识加权 T-图的活性出发，分别提出了对串行弧，分叉弧和并行弧的保活化简. 由于 T-图是加权 T-图的一种特例，因此本文的结果推广了文献 [1-3] 的结果.

2 串行弧化简运算

定义 1　设 $TN=(P,T,I,O,W,M_0)$ 是一个网系统，若 $P\cap T=\Phi$, $P\cup T\neq\Phi$; $I\subseteq P\times T$, $O\subseteq T\times P$; W: $IUO\to Z$ 。若对 $\forall p\in P$, 都有 $|{}^\bullet p|=|p^\bullet|=1$ ，则称 TN 是带标识加权 T-图.

定义 2　在加权 T-图 TN 中，若存在 $t_i,t_j,t_k\in T$, $p_1,p_2\in P$, 使得 ${}^\bullet p_1=\{t_i\}$, $p_1^\bullet=\{t_j\}$, ${}^\bullet p_2=\{t_j\}$, $p_2^\bullet=\{t_k\}$ ，且记 (t_i,t_j), (t_j,t_k) 的权分别是 (w_1,w_2), (w_3,w_4), $M_0(p_1)=k_1$, $M_0(p_2)=k_2$ ，则将 (t_i,t_j), (t_j,t_k) 两弧化简为一条弧 $t_{ij}-p_{12}-t_{jk}$ ，且其权为 (w_1w_3,w_2w_4), $M_0(p_{12})=k_1\omega_3+k_2\omega_2$ ，称此过程为串行弧化简运算，记作 SR (t_i,p_1,t_j,p_2,t_k) ，如图 1 所示.

定义 3　网 $N=(P,T,I,O,W,M_0)$ 称为带标识的加权单回路网，当且仅当 $P=\{p_1,p_2,\cdots,p_n\}$, $T=\{t_1,t_2,\cdots,t_n\}$, $I=\cup_{i=1}^n(p_i,t_i)$, $O=\cup_{i=1}^n(t_i,p_{i\oplus1})$ ，其中 $i\oplus1=$

[1] 1997-03-25 收到，1997-12-18 定稿
国家自然科学基金和山东省自然科学基金资助

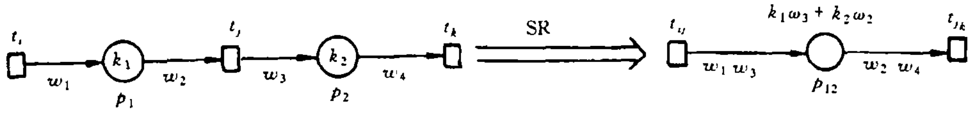

图 1 串行弧化简运算

$i(\mathrm{mod}n)+1$ 。记 $W(p_i,t_i)=a_i$, $W(t_i,p_{i\oplus1})=b_i$, $i=1,2,\cdots,n$ 。带标识的加权单回路网简记为 $N(a_i,b_i,M_0)_n$ ，如图 2 所示。以下讨论时总假定 $\prod_{i=1}^n a_i\le\prod_{i=1}^n b_i$ ，即加权单回路网 $N(a_i,b_i)_n$ 是结构活的。因此有 $N(a_i,b_i,M_0)_n=(N(a_i,b_i)_n,M_0)$ 。

在此引述文献 [6] 中判断加权单回路网活性的定理如下：设 A 为加权单回路网 $N(a_i,b_i)_n$ 的关联矩阵，则存在 $y=[b_1b_2b_3\cdots b_n,a_1b_2b_3\cdots b_n,a_1a_2b_3\cdots b_n,\cdots,a_1a_2\cdots a_{n-2}b_{n-1}b_n,a_1a_2\cdots a_{n-1}b_n]^T>0$, 使 $Ay\ge0$, 改记上述 $y=[y_1,y_2,\cdots,y_n]^T$, $M=[M(p_1),M(p_2),\cdots,M(p_n)]^T$, 令 $W(M)=\sum_{i=1}^n y_iM(p_i)$, $M^*=[a_1-1,a_2-1,\cdots,a_n-1]^T$ 。

定理 1 [6] $(N(a_i,b_i)_n,M_0)$ 为活网的一个充分条件是

$$(1)\prod_{i=1}^n a_i\le\prod_{i=1}^n b_i;\qquad(2)W(M_0)>W(M^*).$$

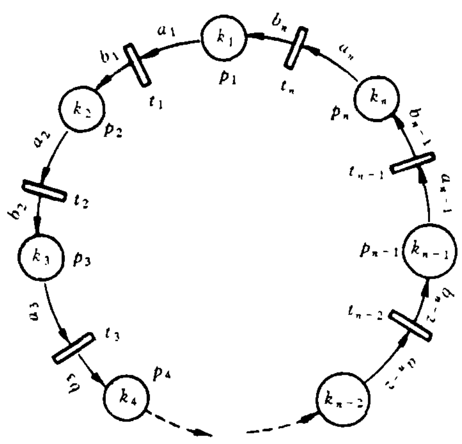

图 2 $N(a_i,b_i,M_0)_n=(N,M_0)$

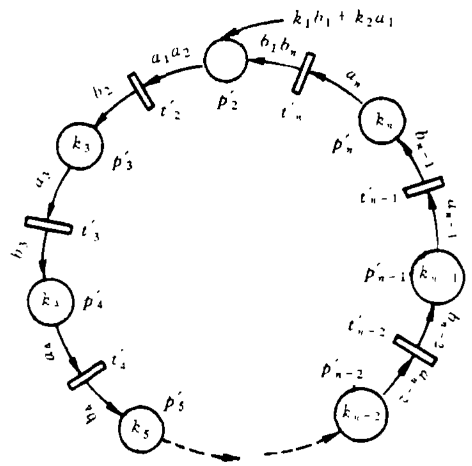

图 3 (N',M_0')

引理 1 加权单回路网 $N=(N(a_i,b_i)_n,M_0)$ (如图 2 所示) 经 SR 运算化简为 (N',M_0')(如图 3 所示)，设 $M_0=[k_1,k_2,\cdots,k_n]^T$, $M_0'=[k_1b_1+k_2a_1,k_3,\cdots,k_n]^T$ ；

(1) 若 (N,M_0) 是活网，则 (N',M_0') 也是活网；

(2) 若 (N',M_0') 是活网，且 $k_1b_1+k_2a_1=M_0'(p_2')$ 存在非负整数解 k_1,k_2, $W(M_0)>W(M^*)$ ，则 (N,M_0) 也是活网。

证明 由定理 1[6] 即知 (2) 成立，故我们只证明 (1) 。因 (N,M_0) 为活网，故必为可重复网，因此 $\exists X>0$ ，使 $A^TX\ge0$ ，其中 $\#(t_i/\sigma)=X(i)$ 表示引发序列 σ 包含 t_i 的个数，

$M_0[\sigma>$，设 $M_0[\sigma>M$，由状态方程 $M=M_0+A^TX$(A 为 $N(a_i,b_i)_n$ 的关联矩阵) 可得

$$x_1=-a_1X_1+b_nX_n+k_1, \quad (1.1)$$
$$x_2=b_1X_1-a_2X_2+k_2, \quad (1.2)$$
$$x_3=b_2X_2-a_3X_3+k_3, \quad (1.3)$$
$$\cdots$$
$$x_i=b_{i-1}X_{i-1}-a_iX_i+k_i, \quad (1.i)$$
$$\cdots$$
$$x_n=b_{n-1}X_{n-1}-a_nX_n+k_n. \quad (1.n)$$

设 $\sigma=t_{r_1}t_{r_2}\cdots t_{r_\sigma}$。

对于 (N',M_0')，设 $M_0'[\sigma_1>M'$，不妨记 $\#(t_i'/\sigma_1)=X'(i), i=2,3,\cdots,n$，由状态方程 $M'=M_0'+A'^TX'$(A' 是 N' 的关联矩阵) 可得：

$$x_2'=k_1b_1+k_2a_1-a_1a_2X_2'+b_1b_nX_n', \quad (2.2)$$
$$x_3'=k_3+b_2X_2'-a_3X_3', \quad (2.3)$$
$$x_4'=k_4+b_3X_3'-a_4X_4', \quad (2.4)$$
$$\cdots$$
$$x_i'=k_i+b_{i-1}X_{i-1}'-a_iX_i', \quad (2.i)$$
$$\cdots$$
$$x_n'=k_n+b_{n-1}X_{n-1}'-a_nX_n'. \quad (2.n)$$

我们取 $X'=[X_2,\cdots,X_n]^T$，记 $\#(t_i'/\sigma_1)=X'(i), i=2,3,\cdots,n$，由 $A^TX\geq 0$ 且 $X>0$，有

$$-a_1X_1+b_nX_n\geq 0, \quad (3.1)$$
$$b_1X_1-a_2X_2\geq 0, \quad (3.2)$$
$$b_2X_2-a_3X_3\geq 0, \quad (3.3)$$
$$\cdots$$
$$b_{n-1}X_{n-1}-a_nX_n\geq 0. \quad (3.n)$$

由 (3.1) 式 $\times b_1$+(3.2) 式 $\times a_1$ 可得：$-a_1a_2X_2+b_1b_nX_n\geq 0$，因此有

$$-a_1a_2X_2+b_1b_nX_n\geq 0, \quad (4.2)$$
$$b_2X_2-a_3X_3\geq 0, \quad (4.3)$$
$$b_3X_3-a_4X_4\geq 0, \quad (4.4)$$
$$\cdots$$
$$b_{n-1}X_{n-1}-a_nX_n\geq 0. \quad (4.n)$$

故 $\exists X'>0$，使 $A'^TX'\geq 0$。前面已证 $M_0[\sigma>$(表示在 M_0 下，引发序列 σ 是可实施的)，下面证明在 (N',M_0') 中有 $M_0'[\sigma_1>$。用数学归纳法证明如下：

(1) 若 $|\sigma|=1$，设 $\sigma=t_{r_1}, M_0[t_{r_1}>$；若 $t_{r_1}=t_1$，在 (N',M_0') 中，取 $\sigma'=t_\epsilon'$(空变迁：$M_0'[t_\epsilon'>M_0'$)，则 $M_0'[\sigma'>$；若 $t_{r_1}=t_2$，由 (1.2) 式知 $k_2\geq a_2$，可推得 $k_1b_1+k_2a_1\geq a_1a_2$，因此在 (N',M_0') 中取 $\sigma'=t_2'$，则 $M_0'[\sigma'>$；若 $t_{r_1}=t_i(i>2)$，由 (1.i) 式知 $k_i\geq a_i$，

因此在 (N',M_0') 中取 $\sigma'=t_i'$，则 $M_0'[\sigma'>$，且有 $\#[t_\epsilon'/\sigma')=\#(t_1/\sigma)=X(1)$，$\#(t_i'/\sigma')=\#(t_i/\sigma)=X(i)(2\le i\le n)$。

(2) 设 $|\sigma|=k, \sigma=t_{r_1}t_{r_2}\cdots t_{r_k}, M_0[\sigma>$，在 (N',M_0') 中可取到 $\sigma'=t_{r_1}'t_{r_2}'\cdots t_{r_k}'$，使 $M_0'[\sigma'>$，且 $\#[t_\epsilon'/\sigma')=\#(t_1/\sigma)=X(1)$，$\#(t_i'/\sigma')=\#(t_i/\sigma)=X(i)(2\le i\le n)$。

(3) 当 $|\sigma|=k+1$ 时，$\sigma=t_{r_1}t_{r_2}\cdots t_{r_k}t_{r_{k+1}}, M_0[\sigma>$；设 $\sigma_k=t_{r_1}t_{r_2}\cdots t_{r_k}, \sigma_0=t_{r_{k+1}}$，因 $M_0[\sigma>$，故 $M_0[\sigma_k>M_1, M_1[\sigma_0>$。由归纳法假设，与 σ_k 相对应，存在 $\sigma_k'=t_{r_1}'t_{r_2}'\cdots t_{r_k}'$，使 $M_0'[\sigma_k'>$，且 $\#[t_\epsilon'/\sigma_k')=\#(t_1/\sigma_k)=X_k(1), \#(t_i'/\sigma_k')=\#(t_i/\sigma_k)=X_k(i)(2\le i\le n)$。设 $M_0'[\sigma_k'>M_1'$，因 $|\sigma_0|=1, M_1[\sigma_0>$，由 (1) 的证明可知在 (N',M_1') 中，必 $\exists\sigma_0'=t_{r_{k+1}}'$，使 $M_1'[\sigma_0'>$，且 $\#[t_\epsilon'/\sigma_0')=\#(t_1/\sigma_0)=X_1(1), \#(t_i'/\sigma_0')=\#(t_i/\sigma_0)=X_1(i),(2\le i\le n)$，因此在 (N',M_0') 中，$\exists\sigma'=\sigma_k'\circ\sigma_0'=t_{r_1}'t_{r_2}'\cdots t_{r_k}'t_{r_{k+1}}'$，使 $M_0'[\sigma'>$，且 $\#[t_\epsilon'/\sigma')=\#(t_1/\sigma)=X(1)$，$\#(t_i'/\sigma')=\#(t_i/\sigma)=X(i)(2\le i\le n)$。由上可知在 (N,M_0) 中，$\exists\sigma=t_{r_1}t_{r_2}\cdots t_{r_\sigma}$，$M_0[\sigma>$，则必在 (N',M_0') 中 $\exists\sigma'=t_{r_1}'t_{r_2}'\cdots t_{r_{\sigma'}}'$，使 $M_0'[\sigma'>$，且 $\#(t_\epsilon'/\sigma')=\#(t_1/\sigma)=X(1)$，$\#(t_i'/\sigma')=\#(t_i/\sigma)=X(i),(2\le i\le n)$。在 σ' 的实施过程中遇到空变迁 t_ϵ' 时，总有 $M_0'[t_\epsilon'>M'$，因此不妨将 σ' 的所有 t_ϵ' 删掉，其他顺序不变，改记 $\sigma_1=t_{i_1}'t_{i_2}'\cdots t_{i_{\sigma_1}}'$，$\#(t_i'/\sigma_1)=X(i)>0, i=2,3,\cdots,n$，故有 $M_0'[\sigma_1>$。设 $M_0'[\sigma_1>M', M'=M_0'+A'^TX'$，$X'=[X(2),X(3),\cdots,X(n)]^T>0$，$A'^TX'\ge 0$，$M'\ge M_0'$，可知 $M'[\sigma_1>$。令 $\sigma^*=\sigma_1\circ\sigma_1\circ\cdots\circ\sigma_1\circ\cdots, \#(t_i'/\sigma^*)=+\infty(2\le i\le n)$，易知 $M_0'[\sigma^*>$，因此在 (N',M_0') 中，M_0' 是 N' 的可重复标识，如果 (N',M_0') 不活，由加权单回路网的结构决定，最终必到达某一状态 M_s'，使 $\overline{M}_s'[t_i'>, i=2,3,\cdots,n$，此与 M_0' 是 N' 的可重复标识相矛盾，因此 (N',M_0') 为活网。

引理 2 加权单回路网 (N,M_0) 经 SR 运算化为 (N',M_0')，设 $M_0=[k_1,k_2,\cdots,k_n]^T$，$M_0'=[k_1b_1+k_2a_1,k_3,k_4,\cdots,k_n]^T$，若 (N',M_0') 不活，则 (N,M_0) 不活。

证明 反证之，若 (N,M_0) 活，由引理 1 知 (N',M_0') 活，此与假设矛盾。

定理 2 加权 T-图 TN 经 SR 运算化简为 $TN',(TN,M_0)$ 变为 (TN',M_0')：(1) 若 (TN,M_0) 是活网，则 (TN',M_0') 也是活网；(2) 若 (TN',M_0') 为活网，如果 $t_i-p_1-t_j-p_2-t_k$ 不在 TN 任何回路中，则 (TN,M_0) 也是活网；如果 $t_i-p_1-t_j-p_2-t_k$ 落在 TN 某个回路 c_s 中，若 $k_1b_1+k_2a_1=M_0'(p_2'(c_s))$ 有非负整数解 k_1,k_2，且 $W(M_0(c_s))>W(M^*(c_s))$，则 (TN,M_0) 也是活网。

证明 (1) 若 $t_i-p_1-t_j-p_2-t_k$ 不落在 TN 的任一个回路中，则 (TN,M_0) 与 (TN',M_0') 的回路个数相同，且对应回路的权与标识完全相同，$M_0(c_i)=M_0'(c_i'), i=1,2,\cdots,l$，因 (TN,M_0) 活，故 $(c_i,M_0(c_i))(i=1,2,\cdots,l)$ 均活，因此 $(c_i',M_0'(c_i'))(i=1,2,\cdots,l)$ 也活，由文献 [7] 中定理 4.12 知 (TN',M_0') 也活。

若 $t_i-p_1-t_j-p_2-t_k$ 落在 TN 的某个回路 c_s 中，它对应 TN' 中的 c_s'，因 (TN,M_0) 活，故 $(c_i,M_0(c_i)),(i=1,2,\cdots,l)$ 也活，因此由引理 1 知 $(c_s',M_0'(c_s'))$ 也是活的，除 $c_s(c_s')$ 外 TN 与 TN' 中的其他回路 $c_i(c_i',i\ne s)$ 的权和标识完全相同，因此 $(c_i',M_0'(c_i')),(i\ne s, i=1,2,\cdots,l)$ 也活，由文献 [7] 的定理 4.12 知 (TN',M_0') 也活。若 $t_i-p_1-t_j-p_2-t_k$ 落在 TN 中某几个回路中，证明同理。

(2) 如果 $t_i - p_1 - t_j - p_2 - t_k$ 不落在 TN 任何回路中，当 (TN', M_0') 为活网时， TN' 与 TN 回路的权和标识对应相同，即 $c_i = c_i'$, $(i = 1,2,\cdots,l)$ 相同， $M_0(c_i) = M_0'(c_i')$, $(i = 1,2,\cdots,l)$ ，由 $(c_i', M_0'(c_i'))$, $(i = 1,2,\cdots,l)$ 的活性推得 $(c_i, M_0(c_i))$, $(i = 1,2,\cdots,l)$ 也活，由文献 [7] 定理 4.12 知 (TN, M_0) 为活网。

如果 $t_i - p_1 - t_j - p_2 - t_k$ 落在 TN 的某一回路 c_s 中 (对于多个回路证明同理)，除 $c_s(c_s')$ 外， TN' 与 TN 中的回路 c_i' 和 c_i, $(i = 1,2,\cdots,l,\ i \neq s)$ 的权和标识对应相同，因 (TN', M_0') 活，故 $(c_i', M_0'(c_i'))$, $(i = 1,2,\cdots,l)$ 也活，故 TN 中相应的 $(c_i, M_0(c_i))$, $(i \neq s,\ i = 1,2,\cdots,l)$ 也活。对于 c_s' ，由于 $k_1b_1 + k_2a_1 = M_0'(p_2'(c_s'))$ 有非负整数解 k_1, k_2 ，且 $W(M_0(c_s)) > W(M^*(c_s))$ ，由文献 [6] 中的定理 1 即知 $(c_s, M_0(c_s))$ 也活，再由文献 [7] 中定理 4.12 知 (TN, M_0) 为活网。

推论 1　加权 T-图 (TN, M_0) 经 SR 运算化为 (TN', M_0') ，若 (TN', M_0') 不活，则 (TN, M_0) 不活。

证明　若 (TN', M_0') 不活，则至少存在一个回路 $c_s', (c_s', M_0'(c_s'))$ 不活；如果 $t_i - p_1 - t_j - p_2 - t_k$ 不落在 TN 的 c_s 中，则 c_s 与 c_s' 对应的权和标识完全相同，因此 $(c_s, M_0(c_s))$ 也不活，因此 (TN, M_0) 不活；如果 $t_i - p_1 - t_j - p_2 - t_k$ 落在 c_s 中，则由引理 2 可知 $(c_s, M_0(c_s))$ 不活，故 (TN, M_0) 不活。

3　分叉弧化简运算

定义 4　在加权 T-图 TN 中，若存在 $t_i, t_j, t_k, t_l \in T$, $p_1, p_2, p_3 \in P$ ，使 ${}^\bullet p_1 = \{t_i\}$, ${}^\bullet p_2 = \{t_j\}$, $p_1^\bullet = p_2^\bullet = \{t_k\}$, ${}^\bullet p_3 = \{t_k\}$, $p_3^\bullet = \{t_l\}$ ，且记弧 $(t_i, t_k), (t_j, t_k), (t_k, t_l)$ 的权分别是 $(w_1, w_2), (w_3, w_4), (w_5, w_6)$; $M_0(p_1) = k_1$, $M_0(p_2) = k_2$, $M_0(p_3) = k_3$ ，则将它们化简为两条弧 $t_{ik} - p_{13} - t_{kl}$, $t_{jk} - p_{23} - t_{kl}$ ，且权分别记为 $(w_1w_5, w_2w_6), (w_3w_5, w_4w_6)$ ； $M_0'(p_{13}) = k_1w_5 + k_3w_2$, $M_0'(p_{23}) = k_2w_5 + k_3w_4$ ，称此运算为第一类分叉弧化简运算，记作 $\mathrm{YVR}_1(t_i, p_1, t_j, p_2, t_k, p_3, t_l)$ ，如图 4 所示。

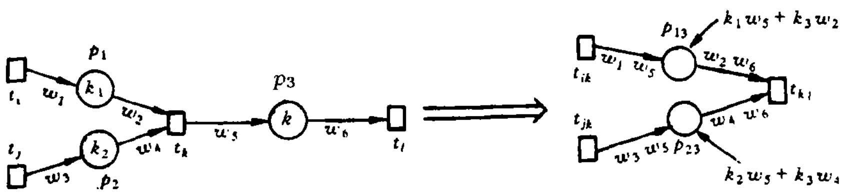

图 4　第一类分叉弧化简运算

定义 5　在加权 T-图 TN 中，若存在 $t_i, t_j, t_k, t_l \in T$, $p_1, p_2, p_3 \in P$ ，使得 ${}^\bullet p_3 = \{t_l\}$, $p_3^\bullet = \{t_k\}$, ${}^\bullet p_1 = {}^\bullet p_2 = \{t_k\}$, $p_1^\bullet = \{t_i\}$, $p_2^\bullet = \{t_j\}$ ，且记 $(t_l, t_k), (t_k, t_i), (t_k, t_j)$ 的权分别是 $(w_5, w_6), (w_1, w_2), (w_3, w_4)$, $M_0(p_i) = k_i, (i = 1,2,3)$ ，则将它们化简为两条弧 $t_{lk} - p_{13} - t_{ki}$, $t_{lk} - p_{23} - t_{kj}$ ，且权分别记为 $(w_1w_5, w_2w_6), (w_3w_5, w_4w_6)$, $M_0(p_{13}) = k_3w_1 + k_1w_6$, $M_0(p_{23}) = k_3w_3 + k_2w_6$ 。称此运算为第二类分叉弧化简运算，记为 $\mathrm{YVR}_2(t_i, p_1, t_j, p_2, t_k, p_3, t_l)$ ，如图 5 所示。

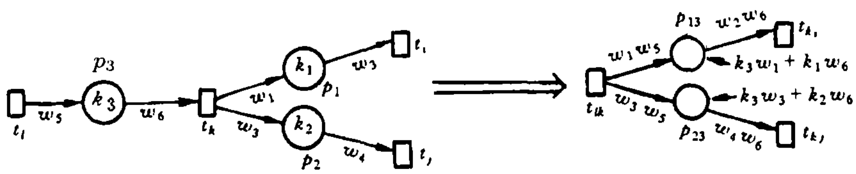

图 5 第二类分叉弧化简运算

定理 3 加权 T-图 (TN,M_0) 经 YVR_i 运算 $(i=1,2)$ 化简为 (TN_i',M_{0i}'), $(i=1,2)$；

(1) 若 (TN,M_0) 为活网，则 (TN_i',M_{0i}'), $(i=1,2)$ 为活网；

(2) 若 (TN_1',M_{01}') 为活网，如果 $t_i-p_1-t_k-p_3-t_l$ 和 $t_j-p_2-t_k-p_3-t_l$ 均不落在 TN 任一回路中，则 (TN,M_0) 为活网；如果 $t_i-p_1-t_k-p_3-t_l$ 落在 TN 某一回路 c_s 中，$t_j-p_2-t_k-p_3-t_l$ 不落在 TN 的任一回路中，且 $k_1w_5+k_3w_2=M_{01}'(p_{13})$($M_{01}'$ 是 TN_1' 的标识) 有非负整数解 k_1,k_3, $W(M_0(c_s))>W(M^*(c_s))$，则 (TN,M_0) 为活网；如果 $t_i-p_1-t_k-p_3-t_l$, $t_i-p_2-t_k-p_3-t_l$ 分别落在 TN 的某两个回路 c_{s_1},c_{s_2} 中，且 $k_1w_5+k_3w_2=M_{01}'(p_{13})$, $k_2w_5+k_3w_4=M_{01}'(p_{23})$ 均有非负整数解 k_1,k_3; k_2,k_3, $W(M_0(c_{s_1}))>W(M^*(c_{s_1}))$, $W(M_0(c_{s_2}))>W(M^*(c_{s_2}))$，则 (TN,M_0) 为活网；

(3) 若 (TN_2',M_{02}') 为活网，如果 $t_l-p_3-t_k-p_1-t_i$, $t_l-p_3-t_k-p_2-t_j$ 均不落在 TN 任一回路中，则 (TN,M_0) 为活网；如果只有 $t_l-p_3-t_k-p_1-t_i$ 落在 TN 的某一回路 c_s 中，且 $k_3\omega_1+k_1w_6=M_{02}'(p_{13})$ 有非负整数解 k_1,k_3, $W(M_0(c_s))>W(M^*(c_s))$，则 (TN,M_0) 为活网；如果 $t_l-p_3-t_k-p_1-t_i$, $t_l-p_3-t_k-p_2-t_j$ 分别落在 TN 某两个回路 c_{s_1},c_{s_2} 中，且 $k_3w_1+k_1w_6=M_{02}'(p_{13})$, $k_3w_3+k_2w_6=M_{02}'(p_{23})$ 有非负整数解 k_3,k_1; k_3,k_2, $W(M_0(c_{s_1}))>W(M^*(c_{s_1}))$, $W(M_0(c_{s_2}))>W(M^*(c_{s_2}))$，则 (TN,M_0) 为活网。

证明 方法同定理 1，略。

推论 2 加权 T-图 (TN,M_0) 经 YVR_i 运算化简为 (TN_i',M_{0i}'), $(i=1,2)$，若 (TN_i',M_{0i}'), $(i=1,2)$，不活，则 (TN,M_0) 不活。

4 并行弧化简运算

定义 6 在加权 T-图 TN 中，若存在 $t_i,t_j\in T$, $p_1,p_2\in P$，且 ${}^\bullet p_1={}^\bullet p_2=\{t_i\}$, $p_1^\bullet=p_2^\bullet=\{t_j\}$，有向弧 $t_i-p_1-t_j$, $t_i-p_2-t_j$ 的权分别是 (w_1,w_2), (w_3,w_4), $M_0(p_1)=k_1$, $M_0(p_2)=k_2$，将此两条弧化简为一条弧 $t_i-p_{12}-t_j$，其权为 (w_{13},w_{24})。其中

$$(w_{13},w_{24})=\begin{cases}(w_1,w_2), & \text{当}\dfrac{w_1}{w_2}\le\dfrac{w_3}{w_4};\\[2mm] (w_3,w_4), & \text{当}\dfrac{w_1}{w_2}>\dfrac{w_3}{w_4};\end{cases}\qquad M_0'(p_{12})=\begin{cases}M_0(p_1), & \text{当}\dfrac{w_1}{w_2}\le\dfrac{w_3}{w_4};\\[2mm] M_0(p_2), & \text{当}\dfrac{w_1}{w_2}>\dfrac{w_3}{w_4};\end{cases}$$

称此运算为第一类并行弧化简运算，记作 $\mathrm{PR}_1(t_i,p_1,p_2,t_j)$，如图 6 所示。

其中

$$(w_{13},w_{24})=\begin{cases}(w_1,w_2), & \text{当}\dfrac{w_1}{w_2}>\dfrac{w_3}{w_4};\\(w_3,w_4), & \text{当}\dfrac{w_1}{w_2}\le\dfrac{w_3}{w_4};\end{cases}\qquad M_0'(p_{12})=\begin{cases}M_0(p_1), & \text{当}\dfrac{w_1}{w_2}>\dfrac{w_3}{w_4};\\M_0(p_2), & \text{当}\dfrac{w_1}{w_2}\le\dfrac{w_3}{w_4};\end{cases}$$

称此运算为第二类并行弧化简运算，记作 $PR_2(t_i,p_1,p_2,t_j)$，如图 6 所示。同理可证：

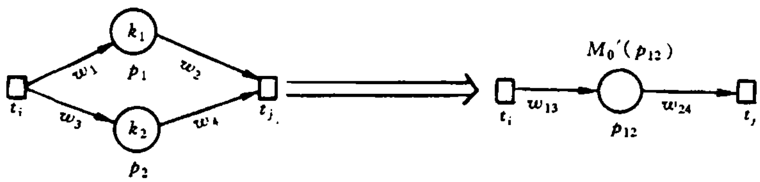

图 6　并行弧化简运算

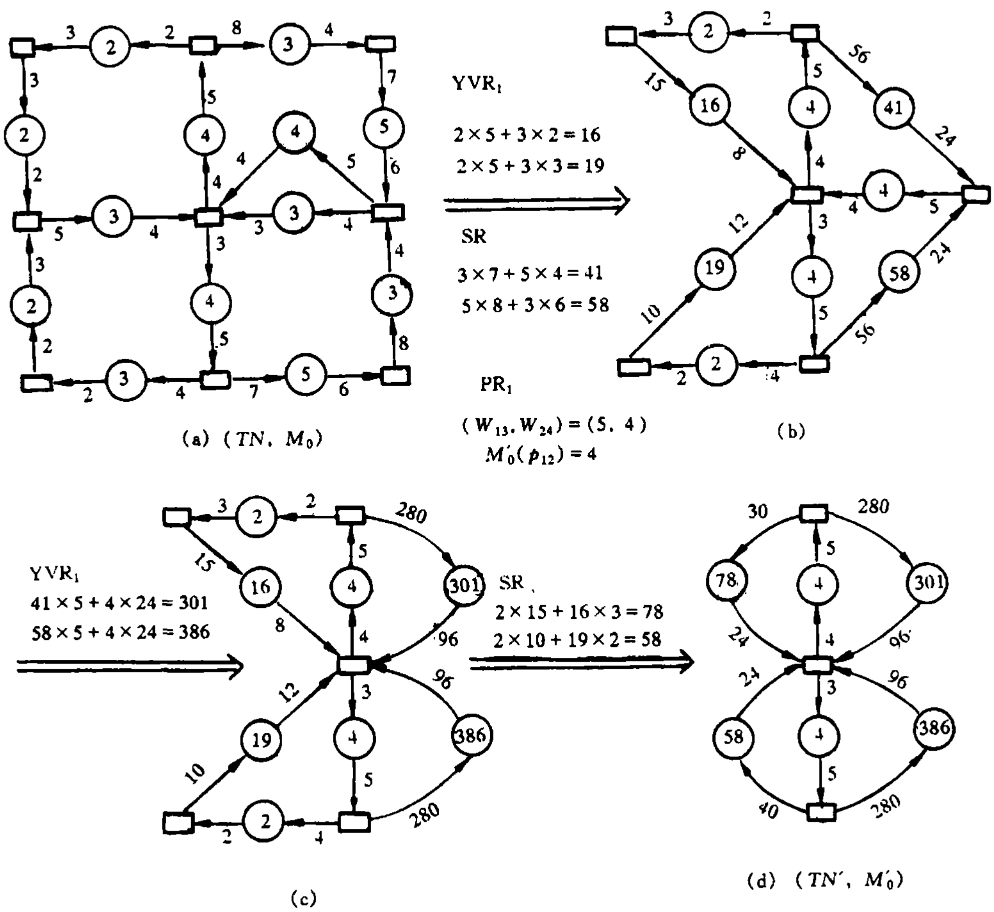

图 7

定理 4　加权 T-图 (TN,M_0) 经 PR_q 运算，$(q=1,2)$，化简为 (TN_q',M_{0q}'), $(q=1,2)$

(1) 若 (TN, M_0) 为活网，则 (TN'_q, M'_{0q}), $(q = 1, 2)$ 为活网；

(2) 若 (TN'_1, M'_{01}) 为活网，则 (TN, M_0) 为活网。

推论 3 加权 T-图 (TN, M_0) 经 PR_q 运算，$(q = 1, 2)$，化简为 (TN'_q, M'_{0q}), $(q = 1, 2)$，若 (TN'_q, M'_{0q}), $(q = 1, 2)$ 不活，则 (TN, M_0) 不活。

5 举 例

例题 将下面的加权 T-图利用化简运算进行化简：设 (TN, M_0) 最后化为 (TN', M'_0)，图 7(a) 为 (TN, M_0)。

(1) 由 (TN, M_0) 的活性，判断 (TN', M'_0) 的活性；

(2) 由 (TN', M'_0) 的活性，判断 (TN, M_0) 的活性。

解 化简过程用图 7(a), 7(b), 7(c), 7(d) 表示。

(1) 由定理 2(1)，定理 3(1)，定理 4(1) 可从 (TN, M_0) 的活性推得 (TN', M'_0) 的活性；

(2) 由定理 2(2)，定理 3(2)，定理 4(2) 可从 (TN', M'_0) 的活性推得 (TN, M_0) 的活性。

参 考 文 献

[1] Murata T. Synthesis of decision-free concurrent systems for prescribed resources and preformance. IEEE Trans. on Software Engineering, 1980, SE-6(6): 525–530.

[2] Murata T, Koh J Y. Reduction and expansion of live and safe marked graphs. IEEE Trans. on Circuits and Syst, 1980, CAS-27(1): 68–70.

[3] Baugh R J, Murata T. Additional methods for reduction and expansion of marked graphs. IEEE Trans. on Circuits and Syst, 1981, CAS-28(10): 1009–1014.

[4] 蒋昌俊. 加权 T-图的几种化简运算. 通信学报, 1994, 15(2): 97–102.

[5] 许安国, 吴哲辉. 加权 T-图的保性变换. 计算机学报, 1997, 20(11): 1038–1043.

[6] 许安国, 王培良. 加权 T-图活性的进一步研究. 计算机学报, 1998, 21(1): 92–96.

[7] Teruel E, Chrzastowski-Wachted P, Colom J M, Silva M. On weighted T-systems. Research Report CISI-RR-92-04, Dpto. Ing. Electrica e Informatica, Universidad de Zaragoza, 1992, January.

REDUCTION OPERATION ON MARKED T-GRAPH WITH WEIGHTS

Xu Anguo Jiang Changjun

(*Dept. of Comp. Sci., Shandong Inst. of Mining* & Tech, Taian 271019)

Abstract Firstly, some reduction operations of marked T-graph with weights are given in this paper. Then the conditions for preserving liveness of marked T-graph with weights after these operations are discussed. Obtained conclusions have important significance in analysis and synthesis of marked T-graph with weights.

Key words Reduction operation, Liveness, Marked T-graph with weights

许安国： 男， 1940 年生，教授，现从事 Pertri 网的理论和应用的研究工作.

蒋昌俊： 男， 1962 年生，博士，教授，现从事并发模型、 Petri 网、算法、离散事件动态系统等方面的研究工作.