

# 偏转线圈磁场的测量\*

丁守谦 吴家群 方兰 王敬武

(南开大学物理系)

## 提 要

本文介绍了用双线圈测量偏转磁场的方法。文中首先导出双线圈处于 $x$ (或 $y$ )轴任意两个位置求算场参数 $H_0$ 、 $H_2$ 、 $H_4$ 的普遍公式。当两个小线圈的灵敏度稍有差异时,该公式仍然有效。利用沿 $x$ (或 $y$ )轴测得的一系列数据进行回归分析,求得场参数的最佳拟合值,可适用于离轴较远的距离。

## 一、引 言

偏转线圈广泛地用于显象管、摄像管、雷达显示管、扫描电子显微镜以及电子束曝光机等电子器件及离子器件中。根据偏转磁场总具有一个对称子午面、一个与之正交的反对称子午面以及在磁场中需满足麦克斯韦方程组等性质,运用泰勒级数展开法得出场的分布,就可用几个参量 $H_0$ 、 $H_2$ 、 $H_4$ 来表征<sup>[1,2]</sup>。其中 $H_0$ 代表磁场沿 $z$ 轴的分布, $H_2$ 、 $H_4$ 表示垂直 $z$ 轴方向磁场变化的梯度。它们只是轴上位置 $z$ 的函数,我们统称之为“场参数”。偏转磁场的一些偏转性质就直接与这些场参数相联系。例如三级偏转象差系数就可用 $H_0$ 、 $H_2$ 来表示<sup>[1-3]</sup>。五级偏转象差系数则可以用 $H_0$ 、 $H_2$ 、 $H_4$ 来表示<sup>[2]</sup>。

场参数是由电流导线的分布决定的,对于一些较简单的情况,可以进行理论计算<sup>[1,2,4]</sup>。而对于一些较复杂的情况,则可以进行实际测量。传统的磁场测量方法如冲击电流计法、振动线圈法等均比较困难,且不易准确。半导体器件发展后,则用半导体小片根据霍尔效应制出高斯计,虽给磁场测量带来许多方便,但受温度影响大,且半导体本身不能做得太小,所测得的是一个体平均值,仍不能满足要求。特别是磁场分布的微小变化,常给它的电子光学性质带来较大的影响(如自会聚偏转线圈就是如此)。文献[2]首次提出用双线圈测量偏转磁场分布参数的方法。文献[5]在这方面又做了些工作,同时在小线圈的绕制上采用了文献[6]的特殊绕制法,使测得的不是小线圈的体平均值,而是该小线圈中心点的磁场值,但这种测量方法只在近轴范围内正确,超出此范围误差则较大<sup>[2,5]</sup>。我们的工作则是在这些基础上将测量方法作了一些改进,使双线圈一起沿 $x$ 轴(或 $y$ 轴)移动,作一系列的测量(为此先导出了一个适合这种情况的求算 $H_2$ 、 $H_4$ 的公式)。然后运用回归分析求得最佳拟合参数 $H_2$ 和 $H_4$ 。这样求得的参数可以适用于离轴较远的区域。由象差理论得知,在此区域作大角度偏转对象差的影响较大。

\* 1981年10月4日收到。

## 二、偏转线圈磁场分布的特征

偏转线圈是由一对用作水平偏转的行包及一对用作垂直偏转的帧包所组成。现以帧包为例(见图 1), 它有两个对称平面:  $yz$  为镜面对称面,  $xz$  为反向镜面对称面。此外对于磁场, 麦克斯韦方程又必须满足, 因此偏转线圈磁场的三个分量必定具有下面的形式<sup>[2,5]</sup>:

$$\left. \begin{aligned} H_x &= H_0 - \left(H_2 + \frac{H_0''}{2}\right)x^2 + H_2y^2 + \left(H_4 + \frac{H_2''}{6} + \frac{H_0''''}{24}\right)x^4 \\ &\quad - \left(6H_4 + \frac{H_2''}{2}\right)x^2y^2 + H_4y^4 + \dots, \\ H_y &= 2H_2xy - \left(4H_4 + \frac{H_2''}{3}\right)x^3y + 4H_4xy^3 + \dots, \\ H_z &= H_0'x - \left(\frac{H_2'}{3} + \frac{H_0'''}{6}\right)x^3 + H_2'xy^2 + \dots, \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

其中  $H_0, H_2, H_4$  称为偏转磁场的分布参数, 它们是  $z$  的函数,  $' \equiv \frac{d}{dz}$ 。

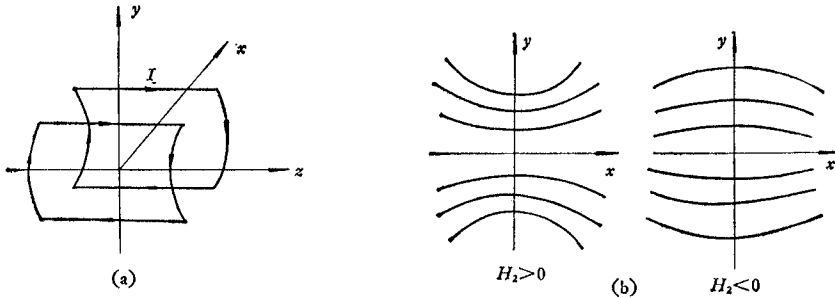


图 1 (a) 帧偏转线圈示意图 (b) 帧偏转线圈的磁力线分布

Fig. 1 (a) Sketch drawing of vertical deflection coil (b) The distribution of the magnetic force line in the vertical deflection coil

如这些参数已知, 则它的各级微商也均已知。给定空间任一点的坐标  $x, y, z$ , 代入 (1) 式即可求出该点的磁场。

现在看这几个参数的物理意义。先考虑在  $z$  轴上的磁场分布。可令  $x = y = 0$  代入 (1) 式则有  $H_x = H_0(z), H_y = 0, H_z = 0$ 。  $H(z)$  就代表  $z$  轴上的磁场分布, 且只有  $x$  方向的分量(如是行包, 则只有  $y$  方向的分量)。此方向称为磁场的主方向。因此可用一个小线圈沿  $z$  轴测量, 只测此主方向的磁场分量即可得出  $H_0(z)$ 。一般是左右不对称的钟形分布。

再考虑磁场沿  $y$  轴的分布。这时可令  $x = 0$ , 得:

$$H_x = H_0(z) + H_2(z)y^2 + H_4y^4, \quad H_y = 0, \quad H_z = 0; \quad (2)$$

可求得

$$H_2(z) = \frac{1}{2} \frac{\partial^2 H_x}{\partial y^2} \Big|_{y=0}, \quad H_4(z) = \frac{1}{24} \frac{\partial^4 H_x}{\partial y^4}.$$

故  $H_2$ 、 $H_4$  代表磁场沿  $y$  方向的二次梯度及四次梯度。离轴远时,  $H_4$  将起很大作用, 离轴近时, 则只考虑  $H_2$  即可。  $H_2$  为正时, 磁力线的分布呈枕形(图 1 (b)),  $y$  值愈大处磁力线愈密愈弯, 磁场愈强。  $H_2$  为负时, 则呈桶形,  $y$  值愈大处磁力线愈稀, 磁场愈弱。 当  $H_2$ 、 $H_4$  为零,  $H_0$  为常数时则为均匀场, 磁力线是一组平行线。

由 (2) 式可见, 在  $y$  轴上也只有  $x$  方向的分量, 故在原则上提供了一个测量  $H_2$ 、 $H_4$  的简便方法。

### 三、偏转线圈的磁场测量

1. 测试原理 将待测的偏转线圈及双线圈探测头固定在铜制的三度微动台上, 由 XD1 型音频振荡器给偏转线圈供电, 频率约为 2kHz, 电流约为 160 mA, 于是在空间形成交变磁场, 可由小线圈探测出。

小线圈系用线径为 0.03 mm 的高强度细漆包线在一内径为 2mm 的小塑料骨架上绕 2000 圈左右制成的。 它的外径为 4mm, 高为 2.88mm。 这满足外径与高度之比为 0.72 的要求, 根据文献 [6], 此时即能保证所测磁场值为线圈中心点的值。 将两小线圈并排地粘在一起, 使其中心距为 4mm (图 2)。 我们采用了下述接法, 即使一个小线圈的感生电动势恰好与音频振荡器同相, 称此线圈为 1 号线圈, 它的感生电动势经相敏检波后将为正。 另一个小线圈则反相, 称为 0 号线圈, 它的感生电动势经相敏检波后将为负。 然后将它们串接, 所测得的值即为该两线圈所在点的磁场的差值。 原则上要求两个小线圈完全一样, 实际上很难做到。 故在以后的公式中将考虑到消除敏感度不一致所产生的影响。

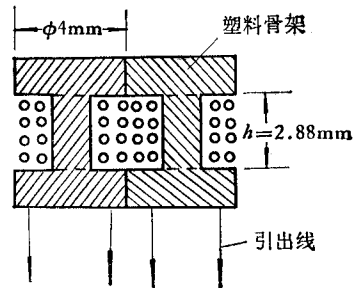


图 2 双线圈示意图  
Fig. 2 Double coil

2. 测量步骤及测试方框图 在某一固定  $z$  值处, 将 0 号线圈的中心固定在  $z$  轴上, 如系行包, 则它的磁场主方向为  $y$  方向, 将双线圈沿  $x$  轴横移, 每 4mm 测一个值, 向右测定后再向左测, 由这些数据可算出  $H_2$ 、 $H_4$  (见下节)。

由于反接的小线圈感生电动势较小, 故需要经过放大 (图 3)。 为防止外部干扰及定

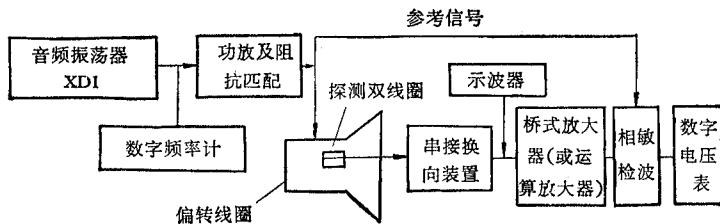


图 3 测量偏转线圈磁场的方框图

Fig.3 Block diagram of the measuring set up

出感生电动势正负,采用了相敏检波,由数字电压表读出最后结果. 功放及阻抗匹配是为了能与各种偏转线圈相配合. 频率计及示波器是为了监视频率漂移及波形是否有畸变,位相是否一致. 测  $H_0$  时只需一个小线圈,所以在线路中加了串接换向装置. 这个装置还可将线圈全部短路,进行调零. 对每一个  $z$  值,可测出三个参数  $H_0$ 、 $H_2$ 、 $H_4$ ; 对另一个  $z$  值可测出另一组  $H_0$ 、 $H_2$ 、 $H_4$ . 沿整个  $z$  轴作上述测量,即可测出  $H_0(z)$ 、 $H_2(z)$ 、 $H_4(z)$ . 测行包时,将帧包接地. 如将偏转线圈绕  $z$  轴转  $90^\circ$ ,即可测帧包的磁场分布参数.

#### 四、求算 $H_2$ 、 $H_4$ 的普遍公式

现以行包为例进行推导. 将 0 号线圈的中心轴与  $y$  轴对齐,并与偏转线圈的行包中心重合. 然后将固定在一起的双线圈从此点出发向  $x$  方向移动一个距离  $Nd$  (图 4)  $d$  为两小线圈的中心距,  $N$  为正整数. 此外,假定出发点不正好是  $x = 0$  的位置,而是离 0 点有一段很小的距离  $\Delta x_0$ . 则根据 (2) 式, 0 号及 1 号线圈所感生的电动势将分别为:

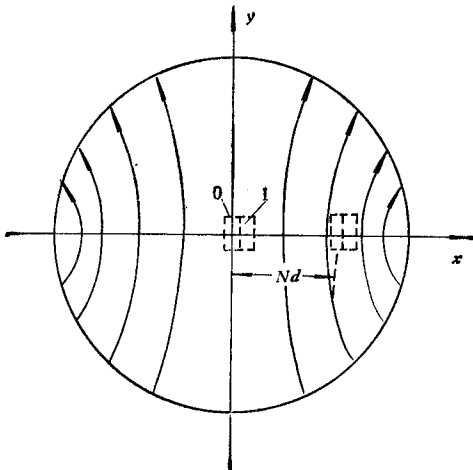


图 4 行偏转线圈的磁力线分布 ( $H_2 > 0$ ) 及双线圈的测量位置

Fig. 4 The distribution of the magnetic force line in the horizontal deflection coil ( $H_2 > 0$ ) and the measuring position of this double coil

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_0 &= -S_0 \{ H_0 + H_2(\Delta x_0 + Nd)^2 \\ &\quad + H_4(\Delta x_0 + Nd)^4 \}, \\ \varepsilon_1 &= S_1 \{ H_0 + H_2[\Delta x_0 + (N+1)d]^2 \\ &\quad + H_4[\Delta x_0 + (N+1)d]^4 \}, \end{aligned} \right\} (3)$$

其中  $S_0$  及  $S_1$  分别为 0 号及 1 号小线圈的灵敏度. 将 0 号及 1 号线圈反相串接后,测得的感生电动势为

$$\varepsilon_{01} = \varepsilon_0 + \varepsilon_1. \quad (4)$$

为消除测量误差起见,再将此双线圈向  $-x$  方向移动  $(N+1)d$  的距离,这时 0 号及 1 号线圈感生的电动势为

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon'_0 &= -S_0 \{ H_0 + H_2[(N+1)d - \Delta x_0]^2 + H_4[(N+1)d - \Delta x_0]^4 \}, \\ \varepsilon'_1 &= S_1 \{ H_0 + H_2(Nd - \Delta x_0)^2 + H_4(Nd - \Delta x_0)^4 \}. \end{aligned} \right\} (5)$$

这时反向串接的感生电动势为

$$\varepsilon'_{10} = \varepsilon'_0 + \varepsilon'_1. \quad (6)$$

由于磁场在  $x$  的正方向和负方向是对称的,而 0 号及 1 号小线圈在  $x$  的正方向及负方向所处的相互位置正好倒过来,故场的梯度左右两边虽相同,但测出的数据将异号,因此求平均时应是

$$\bar{\varepsilon}_n = \frac{\varepsilon_{01} - \varepsilon'_{10}}{2}. \quad (7)$$

将上面这些值代入并化简,再略去  $\left(\frac{\Delta x_0}{d}\right)^3$  及  $\Delta S \left(\frac{\Delta x_0}{d}\right)^3$  项后,再令  $\Delta S = \frac{S_1}{S_0} - 1$  表示两小线圈灵敏度相差的百分数,可得:

$$\begin{aligned} \bar{\varepsilon}_n = & H_2 S_0 (2N + 1) d^2 \left\{ 1 + \frac{\Delta S}{2} + \Delta S \frac{\Delta x_0}{d} \right\} + H_4 S_0 (2N + 1) d^4 \left\{ [(N + 1)^2 + N^2] \right. \\ & \left. \times \left( 1 + \frac{\Delta S}{2} + \Delta S \frac{\Delta x_0}{d} \right) + \Delta S \frac{\Delta x_0}{d} + 6 \left( \frac{\Delta x_0}{d} \right)^2 \right\}. \end{aligned} \quad (8)$$

考虑到  $\Delta S$  的量级一般为 0.02 左右,  $\Delta x_0$  约为 0.5mm, 令  $d = 4\text{mm}$ , 故上面这些二次小量与 1 相比仍可忽略不计, 略去后, (8) 式简化为

$$\begin{aligned} \bar{\varepsilon}_n = & H_2 d^2 S_0 \left( 1 + \frac{\Delta S}{2} \right) (2N + 1) + H_4 d^4 S_0 \left( 1 + \frac{\Delta S}{2} \right) \\ & \times (2N + 1) [(N + 1)^2 + N^2]. \end{aligned} \quad (9)$$

(9) 式中不再出现  $\Delta x_0$  项, 这说明采用左右平均的方法, 即使起点不在中心位置, 只要不是过大 (例如  $< 0.5\text{mm}$ ), 就对测量不起多大影响. 如两线圈的灵敏度不一样, 只要不是相差过大 (例如  $< 2\%$ ), 就可通过  $\left( 1 + \frac{\Delta S}{2} \right)$  因子得到修正, 对测量也不会起多大影响.

当  $N = 0$  时, 意味着 0 号小线圈位于  $x$  轴中心位置附近, 如不考虑  $H_4$  的影响, 则由 (8) 式得

$$\bar{\varepsilon}_0 = H_2 S_0 d^2 \left( 1 + \frac{\Delta S}{2} + \Delta S \frac{\Delta x_0}{d} \right). \quad (10)$$

这就是文献 [2] 给出的公式.

再从 (9) 式出发, 令

$$\left. \begin{aligned} H_2 d^2 S_0 \left( 1 + \frac{\Delta S}{2} \right) &= \bar{H}_2, \\ H_4 d^4 S_0 \left( 1 + \frac{\Delta S}{2} \right) &= \bar{H}_4, \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

则 (9) 式变为

$$\bar{\varepsilon}_N = \bar{H}_2 (2N + 1) + \bar{H}_4 (2N + 1) [(N + 1)^2 + N^2]. \quad (12)$$

再令  $N = 0$ , 则有

$$\bar{\varepsilon}_0 = \bar{H}_2 + \bar{H}_4. \quad (13)$$

联立 (12) (13) 式求解即得求出  $\bar{H}_2$ 、 $\bar{H}_4$  的普通公式:

$$\left. \begin{aligned} \bar{H}_2 &= \frac{(2N + 1) [(N + 1)^2 + N^2] \bar{\varepsilon}_0 - \bar{\varepsilon}_N}{2N(N + 1)(2N + 1)}, \\ \bar{H}_4 &= \frac{\bar{\varepsilon}_N - \bar{\varepsilon}_0(2N + 1)}{2N(N + 1)(2N + 1)}. \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

故利用 0 点的测量值及任何第  $N$  点的测量值, 通过 (14) 式即可求得  $\bar{H}_2$ 、 $\bar{H}_4$ ; 再由 (11) 式即可求出  $H_2$ 、 $H_4$ . (12) 式是今后进行回归分析的基础.

根据同样的原理, 我们也可以导出一个小线圈固定在中心位置不动, 而另一小线圈移动  $Nd$ , 由这两个测量值求算  $H_2$ 、 $H_4$  的公式:

$$\left. \begin{aligned} H_2 &= \frac{N^4 \bar{\varepsilon}_1 - \bar{\varepsilon}_N}{S_0 \frac{1 + \nu}{2} d^2 N^2 (N^2 - 1)}, \end{aligned} \right\}$$

$$H_4 = \frac{\bar{\varepsilon}_N - N^2 \bar{\varepsilon}_1}{S_0 \frac{1+\nu}{2} d^4 N^2 (N^2 - 1)}, \quad (15)$$

其中  $\nu = \frac{S_1}{S_0}$ , 为两小线圈灵敏度之比. 当它们的灵敏度一样时,  $\nu = 1$ , 代入 (15) 式即可得文献 [2] 给出的公式.

## 五、用二元回归分析法求 $H_2$ 、 $H_4$

$H_2$ 、 $H_4$  只是  $z$  的函数, 当  $z$  固定时,  $H_2$ 、 $H_4$  则是常量. 原则上通过沿  $x$  轴任意两点的测量利用 (14) 式及 (11) 式即可定出  $H_2$ 、 $H_4$ , 但这样做误差较大. 我们利用四次曲线作最佳拟合的方法来确定  $H_2$ 、 $H_4$  自然会更合适些. 故沿  $x$  轴作一系列测量, 得出  $\varepsilon_0$ 、 $\varepsilon_1$ 、 $\varepsilon_2 \cdots \varepsilon_N$ , 利用最小二乘法定出使残差为最小的  $H_2$ 、 $H_4$  值, 这就是二元回归分析的基本思想.

典型的回归分析<sup>[7]</sup>是由一系列的测量结果  $X_{1j}$ 、 $X_{2j}$ 、 $Y_j$  ( $X_{1j}$ 、 $X_{2j}$  是两个自变量,  $Y_j$  是因变量) 用下式

$$\hat{y} = b_0 + b_1 X_1 + b_2 X_2 \quad (16)$$

来求最佳拟合, 利用最小二乘法选取  $b_0$ 、 $b_1$ 、 $b_2$  使残差  $R = \Sigma(y - \hat{y})^2$  为最小. 此处  $\Sigma$  是将各次测量值的残差平方求和,  $\hat{y}$  代表最佳拟合值.

现在我们从 (12) 式出发,  $\varepsilon_N$  对应为  $y$ ,  $\bar{H}_2$  对应为  $b_1$ ,  $\bar{H}_4$  对应为  $b_2$ . 现  $b_0$  应选为 0, 因此尚须对典型的二元回归分析方法加以改造才能适合我们现在的情况. 为此先导出  $b_0$  为 0 的回归分析公式, 此时,

$$\hat{y} = b_1 x_1 + b_2 x_2, \quad (17)$$

残差  $R = \Sigma(y - \hat{y})^2 = \Sigma(y - b_1 x_1 - b_2 x_2)^2$ . 选定  $b_1$ 、 $b_2$  使残差  $R$  为最小则应有:

$$\frac{\partial R}{\partial b_1} = 2 \Sigma(y - b_1 x_1 - b_2 x_2) x_1 = 0, \quad \frac{\partial R}{\partial b_2} = 2 \Sigma(y - b_1 x_1 - b_2 x_2) x_2 = 0;$$

整理得:

$$\Sigma x_1^2 b_1 + \Sigma x_1 x_2 b_2 = \Sigma y x_1, \quad \Sigma x_1 x_2 b_1 + \Sigma x_2^2 b_2 = \Sigma y x_2;$$

解得:

$$\left. \begin{aligned} b_1 &= \frac{\Sigma y x_1 \Sigma x_2^2 - \Sigma y x_2 \Sigma x_1 x_2}{\Delta}, \\ b_2 &= \frac{\Sigma y x_2 \Sigma x_1^2 - \Sigma y x_1 \Sigma x_1 x_2}{\Delta}, \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

其中

$$\Delta = \Sigma x_1^2 \Sigma x_2^2 - (\Sigma x_1 x_2)^2. \quad (19)$$

对照 (12) 式及 (17) 式,  $y$  对应为  $\bar{\varepsilon}_N$ ,  $x_1$  对应为  $(2N+1)$ ,  $x_2$  对应为  $(2N+1) \times [(N+1)^2 + N^2]$ ,  $b_1$  对应为  $\bar{H}_2$ ,  $b_2$  对应为  $\bar{H}_4$ ; 随着  $N$  从 0、1、2、3... $J$  变化时, 对应的  $x_1$ 、 $x_2$  值分别列于表 1:

表 1 Tab. 1

$N, J$	0	1	2	3	4	5	6	7
$x_1 = 2N + 1$	1	3	5	7	9	11	13	15
$x_2 = (2N + 1)[(N + 1)^2 + N^2]$	1	15	65	175	369	671	1105	1695
$\sum_{N=0}^J x_1^2$		10	35	84	165	286	455	680
$\sum_{N=0}^J x_2^2$		226	4451	35076	171237	621478	1842503	4715528
$\sum_{N=0}^J x_1 x_2$		46	371	1596	4917	12298	26663	52088
$\Delta = \sum_{N=0}^J x_1^2 \sum_{N=0}^J x_2^2 - \left( \sum_{N=0}^J x_1 x_2 \right)^2$		144	18144	399168	4077216	26501904	127423296	493399296

对某固定的  $J$  值 ( $J + 1$  代表沿  $x$  轴作等距测量的次数), 设所测得的  $\bar{\varepsilon}_N$  分别为  $\bar{\varepsilon}_0, \bar{\varepsilon}_1, \bar{\varepsilon}_2, \bar{\varepsilon}_3 \cdots \bar{\varepsilon}_J$ , 则由 (18) 式得出求算  $\bar{H}_2, \bar{H}_4$  的公式为:

$$\left. \begin{aligned} \bar{H}_2 &= \frac{\sum \bar{\varepsilon}_N x_1 \sum x_2^2 - \sum \bar{\varepsilon}_N x_2 \sum x_1 x_2}{\Delta}, \\ \bar{H}_4 &= \frac{\sum \bar{\varepsilon}_N x_2 \sum x_1^2 - \sum \bar{\varepsilon}_N x_1 \sum x_1 x_2}{\Delta}. \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

(20) 式中的  $\Sigma$  是  $\sum_{N=0}^J$  的简写. 当测量次数一定后,  $J$  就一定. 故  $\Sigma x_1^2, \Sigma x_2^2, \Sigma x_1 x_2, \Delta$  就一定, 可从表 1 中查出. 再根据测出的  $\bar{\varepsilon}_N$ , 求出  $\Sigma \bar{\varepsilon}_N x_1, \Sigma \bar{\varepsilon}_N x_2$ . 代入 (20) 式即可求出  $\bar{H}_2, \bar{H}_4$ . 再由 (11) 式可求得  $H_2, H_4$ . 一般求偏转象差系数只需知道相对值即可, 故可以不必定出小线圈的灵敏度  $S_0$ . 如要定出, 可将小线圈放在亥姆霍兹线圈所产生的已知均匀磁场中, 并保持小线圈的轴线与磁场方向平行. 由单位磁场强度所感生的电动势值即为  $S_0$ . 单位为 V/Gs.

## 六、计算举例

根据实测结果, 对某一固定  $z$  值处用 0 线圈测得  $H_0 = 0.727$ . 将双线圈放在表 2 所列各位置时 (每 4mm 测一点), 换成灵敏度较高的一档, 测出反接后的电动势也列在表 2 中 (共 5 个点, 对应  $J = 4$ ).

表 2 测试结果  
Tab. 2 Results of measurement

$x(\text{mm})$	-20	-16	-12	-8	-4	0	4	8	12	16
$\varepsilon_N$	-0.617	-0.356	-0.124	0.082	0.294	0.508	0.717	0.952	1.225	1.534

由表 2 中相应的点的值作平均得

$$\begin{aligned}\bar{\varepsilon}_0 &= (0.508 - 0.294)/2 = 0.107, \quad \bar{\varepsilon}_1 = (0.717 - 0.082)/2 = 0.318, \\ \bar{\varepsilon}_2 &= (0.952 + 0.124)/2 = 0.538, \quad \bar{\varepsilon}_3 = (1.225 + 0.356)/2 = 0.791, \\ \bar{\varepsilon}_4 &= (1.534 + 0.617)/2 = 1.076; \quad \sum_{N=0}^4 x_1^2 = 165, \quad \sum_{N=0}^4 x_1 x_2 = 4917, \\ \sum_{N=0}^4 x_2^2 &= 171237; \quad \sum_{N=0}^4 \bar{\varepsilon}_N x_1 = 18.9625, \quad \sum_{N=0}^4 \bar{\varepsilon}_N x_2 = 575.0365; \\ \Delta &= 4077216.\end{aligned}$$

代入(20)式,算得  $\bar{H}_2 = 0.10292$ ,  $\bar{H}_4 = 4.0283 \times 10^{-4}$ .

再由  $d = 4\text{mm}$ ,  $\Delta S = 0.0247$ , 根据(11)式即可求出  $H_2$ 、 $H_4$ . 但测量时采用灵敏度较高的一档,应化成与  $H_0$  同一档,故应除以换档因子,这里取为 30.959.

此外,  $H_0$  的测量值为 0.727, 但经归一化后(使磁场  $H_0$  的最大值恰好化成 1) 应为 0.734, 故上述求得值尚应乘以归一化因子  $C_1 = \frac{0.734}{0.727}$ . 由于我们只要求相对测量,线圈灵敏度  $S_0$  的具体数值就可以不考虑. 最后算得此处的  $H_2 = 2.07 \times 10^{-4}$ 、 $H_4 = 5.06 \times 10^{-8}$ , 故  $x$  轴上的磁场分布为

$$H_y = H_0 + H_2 x^2 + H_4 x^4 = 0.734 + 2.07 \times 10^{-4} x^2 + 5.06 \times 10^{-8} x^4$$

$x$  的单位为 mm.

最后,我们将在  $N = 0, 1, 2, 3, 4$  共 5 个点测出感生电动势值,运用回归分析,定出  $b_1$ 、 $b_2$ , 再回算出这 5 点的值. 从表 3 看出,除  $N = 0$  处相差接近 4% 之外,其他各点相差都较小. 离轴较远处(如  $N = 3, 4$ , 对应于离轴 16mm, 20mm 处)与测量值的误差均小于 0.1%, 采用近轴两处 ( $N = 0, N = 1$ ) 的测量值定出  $b_1$ 、 $b_2$ , 再回算出各处的  $\varphi$  值,发现离轴远处 ( $N = 4$  处)差别最大,高达 20%.

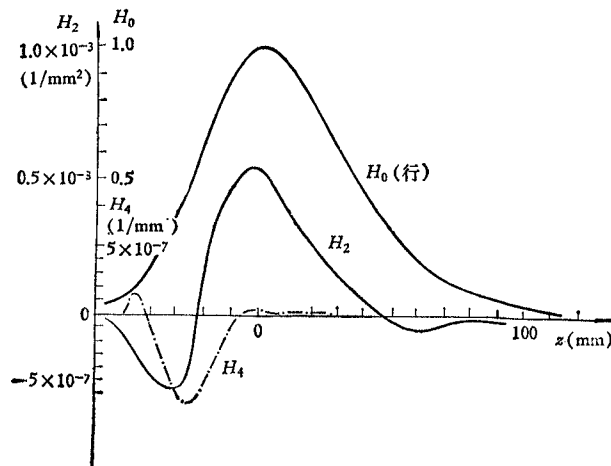


图 5 行偏转线圈的  $H_0$ 、 $H_2$ 、 $H_4$  分布图

Fig. 5 The distribution of  $H_0$ 、 $H_2$ 、 $H_4$  in horizontal deflection coil

可见采用原来近轴两点决定  $H_2$ 、 $H_4$  的方法误差较大,不适用于离轴较远的区域;而采用回归分析法,则可以获得较好的结果. 在我们的实验中,用原方法算得的  $H_4$  涨落很大,采



表 3 Tab. 3

$N$	0	1	2	3	4
测量值 $y$	0.107	0.3175	0.538	0.7905	1.076
回归法回算值	0.103	0.3148	0.5408	0.7909	1.075
两点法回算值	0.107	0.3175	0.5175	0.700	0.858
两点法的误差(%)	0	0	3.8	11.5	20
回归法的误差(%)	4	0.9	0.4	0.05	0.1

用回归分析法后,则显得圆滑。一组测试结果如图 5 所示。随着实验精度的提高,运用这种数据处理方法所得结果的精度也将提高。

本项工作是在四机部及我校领导支持下开展的。前期,有刘友婴、李麓维、吴德强、赵文祺、刘春莲等同志进行了大量工作,本工作是在他们的设备的基础上进一步进行工作的。在此一并表示感谢。

## 参 考 文 献

- [ 1 ] J. Haantjes and G. J. Lubben, Philips Res. Rep., **12**(1957), 46; *ibid*, **14**(1959), 65.
- [ 2 ] J. Kaashoek, Philips Res. Rep., Suppl., **23**(1968), 1.
- [ 3 ] 丁守谦, 物理学报, **29** (1980), 1411.
- [ 4 ] 丁守谦, 物理学报, **30**(1981), 459.
- [ 5 ] R. Vonk, Philips Tech. Rev., **32**(1971), 61.
- [ 6 ] Herzog, Rev. Sci. Instr., **24**(1953), 1000.
- [ 7 ] 中国科学院数学研究所数理统计组编, 回归分析方法, 科学出版社, 1974年.

## MEASUREMENTS OF MAGNETIC FIELD OF THE DEFLECTION YOKE

Ding Shouqian, Wu Jiaqun, Fang Lan, Wang Jingwu

(Department of Physics, Nankai University)

A double coil system has been designed for measuring the magnetic field of a deflection yoke. A general formula for calculating the field parameters of  $H_0$ ,  $H_2$  and  $H_4$  is derived when the measuring double coil is in any two positions on  $x$  (or  $y$ ) axis. Even when there exists a small difference of sensitivities between these two coils, the formula should still be valid. Measurements are processed by the regression analysis along the  $x$  (or  $y$ ) axis in order to obtain the optimum values for the field parameters. Measurements can be taken for regions farther away from the  $z$ -axis.