

线性互易二端口网络输入反射系数圆的一种新的数值解法*

吴宏雄

(中山大学无线电电子学系, 广州)

摘要 本文提出一种求线性互易二端口网络输入反射系数圆的新的数值解法。这种方法的优点是: 原理简单, 上机运行时间短。所得结果与文献[2]、[4]的几乎完全相同。

关键词 网络; S 参数; 数值解法

1. 引言

在计算线性互易二端口网络 S 参数的数值解法^[1-4]中, 除文献[1]的方法外, 其余方法都仍然是基于 Deschamps 作图法的原理^[5], 因而, 利用后三种方法求 S 参数时, 都需预先根据实验值拟合被测网络的输入反射系数圆, 并求该圆的半径 R 和圆心坐标 (x_c, y_c) , 然后再通过有关的数据处理, 计算出被测网络的 S 参数。本文对输入反射系数圆的拟合提出一种新的数值解法, 给出了计算实例。

2. 输入反射系数圆的新数值解法

从原理上而言, 用短路活塞法测二口网络的 S 参数时, 可以推导出被测网络输入反射系数圆的表示式为^[4]

$$\Gamma_1 = S_{11} + \frac{S_{12}^2 S_{22}^*}{1 - |S_{22}|^2} + \frac{|S_{12}|^2}{1 - |S_{22}|^2} e^{j(2\varphi - \theta_{22} + 2\theta_{12})} \quad (1)$$

其圆心坐标 $c(x_c, y_c)$ 为

$$c(x_c, y_c) = S_{11} + \frac{S_{12}^2 S_{22}^*}{(1 - |S_{22}|^2)} \quad (2)$$

而半径 R 为

$$R = \frac{|S_{12}|^2}{(1 - |S_{22}|^2)} \quad (3)$$

上述各式中所用符号的意义均与文献[4]相同, 不一一赘述。

从实验方面来看, 在 $N(N = 4, 6, 8, \dots)$ 个不同的短路位置下, 若将测得的被测网络的 N 个输入反射系数 $\Gamma_1(x_1, y_1)$ 、 $\Gamma_1(x_2, y_2)$ 、 \dots $\Gamma_1(x_N, y_N)$ 绘于复平面上, 则如图 1 所示。为要由这些实验点拟合出一个圆, 以便求出其圆心 $c(x_c, y_c)$ 和半径 R , 我们提出的方法如下。

* 1988年4月26日收到。

由(1)式可知,既然在短路活塞不同的位置下,被测网络的输入反射系数 $\Gamma_1(x, y)$ 的轨迹为一圆,因此其坐标 x, y 就应满足圆的一般式方程

$$x^2 + y^2 + Ax + By + C = 0 \quad (4)$$

式中 A, B 和 C 为决定圆心坐标和半径的待求参量。这样,在理想情况下,各测量点均应满足(4)式。实际上,由于存在着不可避免的测量误差,当将任一对实测数据 $\Gamma_1(x_i, y_i)$ 代入(4)式后,其值不一定都为零,而有某一偏差 δ_i , 即

$$\begin{aligned} x_i^2 + y_i^2 + Ax_i + By_i + c &= \delta_i \\ (i = 1, 2, \dots, N) \end{aligned} \quad (5)$$

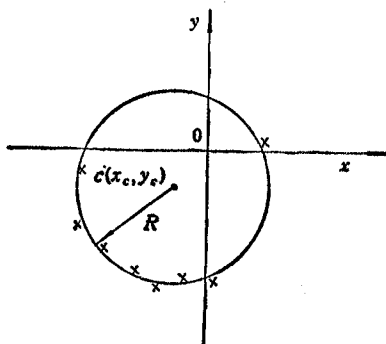


图1 复平面上的输入反射系数圆

于是,为求得所需参量,必须进行曲线拟合。根据最小二乘原理,要使拟合曲线与所有实验点尽可能靠近,应使目标函数

$$F(A, B, C) = \sum_{i=1}^N (x_i^2 + y_i^2 + Ax_i + By_i + C)^2 = \sum_{i=1}^N \delta_i^2 \quad (6)$$

为极小值。由多元函数求极值的法则可知,目标函数 $F(A, B, C)$ 取得极小值的条件是它对 A, B 和 C 三个系数的偏导数的值为零,即

$$\frac{\partial F(A, B, C)}{\partial A} = 0; \quad \frac{\partial F(A, B, C)}{\partial B} = 0; \quad \frac{\partial F(A, B, C)}{\partial C} = 0 \quad (7)$$

求出(7)式的偏导数后,化简可得

$$\begin{aligned} A \sum_{i=1}^N x_i^2 + B \sum_{i=1}^N x_i y_i + C \sum_{i=1}^N x_i &= - \sum_{i=1}^N x_i (x_i^2 + y_i^2) \\ A \sum_{i=1}^N x_i y_i + B \sum_{i=1}^N y_i^2 + C \sum_{i=1}^N y_i &= - \sum_{i=1}^N y_i (x_i^2 + y_i^2) \\ A \sum_{i=1}^N x_i + B \sum_{i=1}^N y_i + CN &= - \sum_{i=1}^N (x_i^2 + y_i^2) \end{aligned} \quad (8)$$

(8)式是关于 A, B, C 的线性方程组,可按有关方法编制计算程序,即可求得它们的数值。再将 A, B, C 的值代入(4)式,并化成圆的标准方程,即

$$\left(x + \frac{A}{2}\right)^2 + \left(y + \frac{B}{2}\right)^2 = \frac{A^2 + B^2 - 4C}{4} \quad (9)$$

从而可求得输入反射系数圆 Γ_1 的圆心坐标及半径分别为

$$\begin{aligned} x_c &= -A/2, \quad y_c = -B/2 \\ R &= \sqrt{A^2 + B^2 - 4C} / 2. \end{aligned} \quad (10)$$

有了上述数据后,即可按文献[4]的方法计算被测网络的 S 参数,在此不再赘述。

3. 计算实例及结论

为验证本法,用文献[1]的数据,分别按本文方法和文献[1]、[2]、[4]方法编制相

表 1

方法	本文方法	[4]	[2]	[1]
x_c	-0.3529	-0.3529	-0.3529	—
y_c	0.0106	0.0107	0.0106	—
R	0.6112	0.6112	0.6112	—
时间 (s)	3	140	70	—
S_{11}	0.5140 \angle 135.33	0.5141 \angle 135.33	0.5138 \angle 135.42	0.5122 \angle 135.45
S_{22}	0.5742 \angle 147.94	0.5742 \angle 147.94	0.5731 \angle 147.75	0.5715 \angle 147.85
S_{12}	0.6400 \angle 30.01	0.6400 \angle 30.01	0.6407 \angle 29.95	0.6416 \angle 30.02
	0.6400 \angle 210.01	0.6400 \angle 210.01	0.6407 \angle 209.95	0.6416 \angle 210.02

应程序,并在 APPLE-II 微机上运行,结果列于表 1。表中时间一项是指各程序从开始运行到求出 x_c 、 y_c 及 R 三参数时所需的时间。表中还给出用各方法计算 S 参数的结果。

由表 1 可得出结论:本文方法计算结果与文献[2]、[4]的几乎完全相同,而运算速度却快得多,且原理简单,它是一种有实用价值的方法。这种方法若同自动测量线^[6]相配合,则能实现二口网络 S 参数的快速测量。

参 考 文 献

- [1] D. Kajfez, *IEEE Trans. on IM*, **IM-24** (1975)1,4—11.
- [2] J. D. Pieterse, W. Versnel, *Appl. Sci. Res.*, **21** (1969)8, 13—23.
- [3] 梁昌洪,西北电讯工程学院学报, **10** (1983)3, 18—30.
- [4] 吴宏雄,邱燕凡,梁伟雄,微波,1986年,第3期,1—15.
- [5] G. A. Deschamps, *J. Appl. Phys.*, **24** (1953)8, 1046—1650.
- [6] 吴宏雄,郑小键,潘楚华,微波学报,1988年,第3期,第1—8页.

A NEW NUMERICAL METHOD FOR OBTAINING THE INPUT REFLECTION COEFFICIENT CIRCLE OF A LINEAR RECIPROCAL TWO-PORT

Wu Hongxiong
(Zhongshan University, Guangzhou)

Abstract A new numerical method for obtaining the input reflection coefficient circle of a linear reciprocal two-port network is presented. Its advantages are that the principle is simple and the operation time is short. Its calculated results are nearly the same as those given by the Ref. [2] and [4].

Key words Network; S-parameter; Numerical method