

# 降维空时自适应处理研究<sup>1</sup>

张 良 保 铮 廖桂生

(西安电子科技大学雷达信号处理重点实验室 西安 710071)

**摘 要** 该文首先分析了降维空时自适应处理(STAP)的一般原理,接着从理论上证明了在处理器维数和辅助样本数相同的条件下降维 STAP 的互谱方法(CSM)提供了特征空间内所有降维处理方法的性能上界。文中还通过仿真将两种固定结构的降维方法与 CSM 做了性能比较,结果表明时域预滤波级联局域空时联合处理法(3DT-SAP)非常接近性能上界,是一种非常有效的降维方法。

**关键词** 机载相控阵雷达,降维 STAP(RR STAP),互谱法(CSM),杂波抑制,检测性能  
中图分类号 TN951

## 1 引 言

对于大多数实际的相控阵雷达,在一个相干处理间隔(CPI)内接收的空时数据的维数往往很大,进行全空时域的自适应处理至少存在三方面的问题:一是计算量太大,处理器硬件难以实现;二是估算杂波协方差矩阵所需的独立同分布(i.i.d)参考单元太多,实际难以满足;三是将阵元射频(RF)数据直接变换成正交数字信号,需要大量的接收机通道,系统的复杂程度和成本高昂。为避开上述问题,人们开展了大量降维时空自适应处理(STAP)方法研究。

降维可以在空域、时域或时空联合域进行,在工程实现上往往先在空域降维,接着再做 STAP 处理。通过合成子阵或形成辅助波束的方法可以实现空域的有效降维,对此已有多篇文献[1-5]作了专门论述,本文不打算对此加以讨论。

假设相干脉冲数为  $K$ ,空域通道数已降至  $N$ ,那么在阵元-脉冲空间、波束-多普勒空间(经二维 DFT 变换)或者数据特征空间内都可以做 STAP。上述几个  $NK$  维的空间分别由各自完备的基函数张成,通过对基的不同组合便形成了不同的降维方法。容易理解,将  $NK$  维空间降到  $M$  维子空间,总共有  $C_{NK}^M$  种组合方法,不同空间内的某些降维方法彼此间可能还是等效的,相互间的性能也可能很接近,我们既不可能也无必要对所有方法加以枚举。本文的主要目的是讨论降维 STAP 的一般原理,并从理论上证明互谱法提供了特征空间内所有降维 STAP 的性能上界,文中还将通过仿真说明 3DT-SAP 降维处理方法的有效性。

## 2 降维 STAP 的一般原理

### 2.1 全空时 STAP 原理

设雷达天线由  $N$  个(等效)阵元组成,一个 CPI 内的脉冲数为  $K$ ,将第  $n$  个阵元第  $k$  次快拍的接收数据记为  $x_{nk}$ ,将  $x_{nk}$  排成  $NK \times 1$  的列矢量  $\mathbf{X}$ ,那么在  $H_0$ (无目标,只有杂波和噪声)和  $H_1$ (有目标存在)二元假设下,  $\mathbf{X}$  可以表示成如下形式

$$\mathbf{X} = \begin{cases} b\mathbf{S} + \mathbf{C} + \mathbf{N}, & H_1 \text{ 假设} \\ \mathbf{C} + \mathbf{N}, & H_0 \text{ 假设} \end{cases} \quad (1)$$

<sup>1</sup> 1999-06-11 收到, 1999-10-27 定稿

其中  $b$  为目标复回波幅度;  $C, N$  分别为杂波和内部热噪声矢量;  $S$  为归一化信号空时导引矢量, 即  $S^H S = 1$ 。

对  $X$  做自适应滤波, 最优权矢量  $W_{\text{opt}} = \mu R_X^{-1} S$ , 式中  $R_X = E(X_{|H_0} X_{|H_0}^H)$  为杂波加噪声协方差矩阵,  $\mu = 1/(S^H R_X^{-1} S)$  为归一化复常数。

$W_{\text{opt}}$  使输出信杂噪比最大, 其最大值为

$$\text{SCR}_{\text{opt}} = |b|^2 S^H R_X^{-1} S \quad (2)$$

## 2.2 降维 STAP 原理

无论是在空域、时域还是在空时联合域进行降维, 都可以等效成对全空时数据矢量  $X$  施以一个  $NK \times M$  的降维矩阵  $Q_r$ , 其中  $NK$  和  $M$  分别为降维前后数据的维数。降维前后的数据矢量和信号导引矢量间存在如下关系:  $X_r = Q_r^H X$ ,  $S_r = Q_r^H S$ , 杂波协方差矩阵为  $R_{X_r} = E[X_r X_r^H] = Q_r^H R_X Q_r$ , 最优权矢量为

$$W_r = \mu_r R_{X_r}^{-1} S_r \quad (3)$$

式中  $\mu_r = 1/(S_r^H R_{X_r}^{-1} S_r)$  为归一化复常数。

输出最佳信杂噪比为

$$\text{SCR}_{\text{or}} = |b|^2 S_r^H R_{X_r}^{-1} S_r = |b|^2 S^H Q_r (Q_r^H R_X Q_r)^{-1} Q_r^H S \quad (4)$$

不同的  $Q_r$  对应于不同的处理器结构, 下面我们针对  $Q_r$  做进一步的讨论:

(1) 当  $Q_r$  为满秩矩阵时 (例如用二维 DFT 将阵元-脉冲空间转换到由  $NK$  个二维波束覆盖的波束-多普勒空间),  $\text{SCR}_{\text{or}}$  与全空时处理时相比没有变化。因此经过满秩变换只是改变了处理的数据域, 并不能提高性能, 反而增加变换的运算量, 没有实际的意义。

(2) 如果  $Q_r$  与数据的特征结构无关, 那么这类降维处理器的结构预先也是固定的, 比如 3DT-SAP<sup>[1]</sup> 和滑动预 DFT 级联 STAP (SDFT+STAP)<sup>[2]</sup> 就是其中的典型代表。这两种方法自由度相同, 思想和结构也颇多相似, 均是先对每个空域通道用多普勒滤波器预滤波, 将全时空分布的杂波局域化为窄带角域密集型干扰, 接着再对其中若干个多普勒通道的输出作自适应处理。区别在于: SDFT+STAP 在时间上延迟三个采样周期等效于在整个多普勒轴上覆盖了三个宽波束, 因此它所处理的波束覆盖了全部空时平面; 而 3DT-SAP 所处理的波束只覆盖了目标所在多普勒频率及其邻近的两个频率所在的局域。

(3) 如果  $Q_r$  与数据的特征结构有关, 即 STAP 在特征子空间内进行, 那么所选择的子空间不同, STAP 性能也不一样。用下文所讨论的互谱法在处理器维数一定时能够找到最佳的降维处理子空间。

## 2.3 信杂噪比损耗

$\text{SCR}_{\text{or}}$  相对于  $\text{SCR}_{\text{opt}}$  的损耗为

$$\rho_{r1} = \frac{\text{SCR}_{\text{or}}}{\text{SCR}_{\text{opt}}} = \frac{S_r^H R_{X_r}^{-1} S_r}{S^H R_X^{-1} S} \quad (5)$$

经过降维后处理器性能一般要下降, 即  $\rho_{r1} \leq 1$ 。

另一方面, 当杂波协方差矩阵未知时,  $R_{X_r}$  要用若干个距离门上的数据估计得到, 由于辅助样本数的不足或样本不完全满足 i.i.d. 条件时所产生的信杂噪比损耗为<sup>[3]</sup>

$$\rho_{r1} = \frac{(S_r^H \hat{R}_{X_r}^{-1} S_r)^2}{S_r^H \hat{R}_{X_r}^{-1} R_{X_r} \hat{R}_{X_r}^{-1} S_r} \frac{1}{S_r^H R_{X_r}^{-1} S_r} \quad (6)$$

式中  $\hat{\mathbf{R}}_{X_r}$  为估计的杂波协方差矩阵。在样本为 i.i.d. 且为高斯分布条件下, 可以证明  $\rho_{r2}$  是一个服从 Beta 分布的随机变量<sup>[3]</sup>, 分布函数见下式:

$$f(\rho_{r2}) = \frac{L!}{(L-M+1)!(M-2)!} \rho_{r2}^{L-M+1} (1-\rho_{r2})^{M-2} \quad (7)$$

式中  $L$  为辅助样本数,  $M$  为处理器维数。

那么, 在未知协方差矩阵下, 降维 STAP 相对于确知协方差矩阵时全空时 STAP 的信杂噪比总损耗为:

$$\rho_r = \rho_{r1} \rho_{r2} \quad (8)$$

由上式可知: 一方面降维处理使得理想输出信杂噪比下降 (即  $\rho_{r1} \leq 1$ ); 另一方面, 由于降维后辅助样本与全空时处理时相比显得相对充裕, 因此这一因素引起的信杂噪比损耗变小 (即  $\rho_{r2}$  更接近于 1)。综合两方面因素,  $\rho_r$  有可能比全空时处理时的  $\rho$  大, 即降维处理的性能未必比全空时处理差。一个成功的降维方法, 其  $\rho_{r1}$  应该接近于 1, 或者如果  $M$  和  $L$  确定 (即  $\rho_{r2}$  一定), 应该选择  $\rho_{r1}$  最接近于 1 的方法。

#### 2.4 CFAR 检测<sup>[4,5]</sup>

由于  $\mathbf{Q}_r$  变换是线性的, 在  $\mathbf{X}|H_0$  满足独立高斯假设时,  $\mathbf{X}_r|H_0$  也服从独立高斯分布, 因此可以用基于似然比检验的自适应匹配滤波 (AMF) 进行降维 STAP 后的恒虚警 (CFAR) 检测。AMF 检测器的检验统计量及判决准则如下:

$$\Lambda_{\text{AMF}} = \frac{|\mathbf{S}_r^H \hat{\mathbf{R}}_{X_r}^{-1} \mathbf{X}_r|^2}{\mathbf{S}_r^H \hat{\mathbf{R}}_{X_r}^{-1} \mathbf{S}_r} \underset{H_0}{\overset{H_1}{>}} \eta \quad (9)$$

其中  $\eta$  为 CFAR 门限。

AMF 检测器的虚警概率 (PFA) 与杂波数据以及杂波协方差矩阵的结构无关, 仅仅与维数  $L$  和  $M$  有关, 因而具有 CFAR 检测的特点。文献 [4, 5] 讨论了 AMF 检测器的虚警概率和检测概率的计算方法, 本文不予以重复。

### 3 互谱法及降维 STAP 性能上界

J.S.Goldstein 和 I.S.Reed 等提出了互谱的概念<sup>[6-8]</sup>, 他们根据互谱而不是特征值的大小来构造降维矩阵, 在维数一定的前提下, 能够保证剩余功率最小。他们在基于广义旁瓣相消器 (GSC) 的阵列上进行了有源干扰的对消研究, 取得了相当好的结果。下面我们将互谱的概念推广到更一般的 STAP 处理器中, 研究用互谱法抑制杂波的性能, 目的是获得特征空间内降维 STAP 的性能上界。

我们重写全空时处理器的输出信杂噪比于下:

$$\text{SCR}_{\text{opt}} = |b|^2 \mathbf{S}^H \mathbf{R}_X^{-1} \mathbf{S} \quad (10)$$

将  $\mathbf{R}_X$  进行特征分解, 得到

$$\mathbf{R}_X = \sum_{i=1}^{NK} \lambda_i \mathbf{u}_i \mathbf{u}_i^H = \mathbf{U} \mathbf{A} \mathbf{U}^H \quad (11)$$

式中  $\lambda_i, i = 1, 2, \dots, NK$  为  $\mathbf{R}_X$  的特征值 (在此没有将  $\lambda_i$  按大小排序),  $\mathbf{u}_i$  为与  $\lambda_i$  对应的特征矢量,  $\mathbf{U}$  和  $\mathbf{\Lambda}$  的构成如下:

$$\mathbf{U} = [\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \dots, \mathbf{u}_{NK}] \quad (12)$$

$$\mathbf{\Lambda} = \text{diag}[\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_{NK}] \quad (13)$$

由于  $\mathbf{R}_X$  为正定 Hermit 矩阵, 因此  $\lambda_i, i = 1, 2, \dots, NK$  均为正实数, 并且  $\mathbf{u}_i^H \mathbf{u}_j = \delta_{ij}$ ,  $\mathbf{U}^{-1} = \mathbf{U}^H$ 。(10) 式的  $\text{SCR}_{\text{opt}}$  可以展开成下式:

$$\text{SCR}_{\text{opt}} = |b|^2 \mathbf{S}^H \mathbf{R}_X^{-1} \mathbf{S} = |b|^2 \sum_{i=1}^{NK} \frac{|\mathbf{u}_i^H \mathbf{S}|^2}{\lambda_i} = |b|^2 \sum_{i=1}^{NK} \gamma_i \quad (14)$$

式中  $\gamma_i = |\mathbf{u}_i^H \mathbf{S}|^2 / \lambda_i$  为互谱。

上式说明,  $\text{SCR}_{\text{opt}}$  由  $NK$  项之和组成, 如果少了其中某项将使输出信杂噪比降低。

下面我们来分析当用  $M$  个特征矢量构成降维矩阵  $\mathbf{Q}_r$  时 STAP 的性能, 不妨假设  $\mathbf{Q}_r$  由前  $M$  个特征矢量构成, 即  $\mathbf{Q}_r = [\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \dots, \mathbf{u}_M]$ 。那么降维后的输出信杂噪比为

$$\text{SCR}_r = |b|^2 \mathbf{S}_r^H \mathbf{R}_{X_r}^{-1} \mathbf{S}_r = |b|^2 \sum_{i=1}^M \frac{|\mathbf{u}_i^H \mathbf{S}|^2}{\lambda_i} = |b|^2 \sum_{i=1}^M \gamma_i \quad (15)$$

因此,  $\text{SCR}_r$  直接由特征子空间内每个特征矢量所对应的互谱决定, 而互谱由特征值以及特征矢量与信号导引矢量的内积有关。因此, 在  $M$  一定的情况下, 为使输出信杂噪比损失最小, 我们按照互谱的大小来选择降维矩阵, 将  $\gamma_i$  按从大到小排序, 不妨假设  $\gamma_1 \geq \gamma_2 \geq \dots \geq \gamma_{NK}$ , 用与  $\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_M$  对应的特征矢量  $\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \dots, \mathbf{u}_M$  构成降维矩阵  $\mathbf{Q}_r$ 。

上述即为互谱法的思想, 这种方法能够在系统自由度受限制的条件下, 保证获得最大的输出信杂噪比。换言之, 在同样的系统自由度下, 互谱法提供了特征空间内各种降维处理方法的性能上限。

在此需要说明的是, 在 GSC 结构上文献 [6-8] 提出的互谱由主辅通道之间的互相关矢量与特征矢量的内积以及特征值定义, 而本文的互谱由目标导引矢量与特征矢量的内积以及特征值定义。虽然 GSC 结构与线性约束最小方差方法等价, 但是实际应用中 GSC 结构要增加一个预处理形成主通道以及阻塞目标信号的辅助支路。

## 4 仿真研究

我们以  $N = 16$  的等间距线阵为例进行了仿真研究, 主要参数如下: 脉冲数  $K = 18$  (其中两个用来做 3 脉冲 MTI 或滑动延时), 脉冲重复频率  $f_r = 1000\text{Hz}$ , 距离门宽度  $150\text{m}$ , 载机高度  $H_P = 8\text{km}$ , 载机速度  $V_P = 225\text{m/s}$ , 工作波长  $\lambda = 0.225\text{m}$ , 输入单元杂噪比  $\text{CNR}_i = 60\text{dB}$ , 天线正侧面安装, 波束指向阵面法线。辅助样本数  $L$  一律取 768。

### 4.1 互谱分布

图 1 为无幅相误差时 3 号和 5 号多普勒滤波器互谱分布曲线。由图可见, 互谱与特征值近似反向分布, 即若干个较大的特征值对应很小的互谱, 而若干个较小的特征值却对应较大的互谱, 如果按互谱来构造  $\mathbf{Q}_r$ , 其绝大多数列矢量将是小特征值对应的特征矢量。但是由于互谱不随特征值减小而单调增加, 因此自适应权矢量既不完全位于噪声子空间内, 也不完全与杂波子空间正交, 不过互谱能帮助我们找到最佳的降维处理子空间。

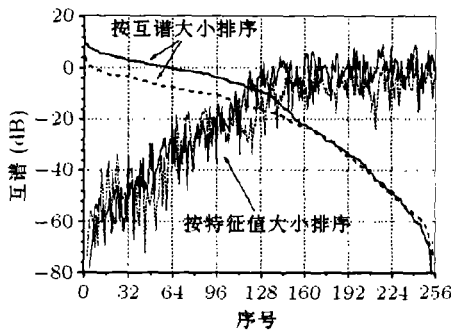


图 1 互谱分布 (实线: 3 号多普勒滤波器; 虚线: 5 号多普勒滤波器)

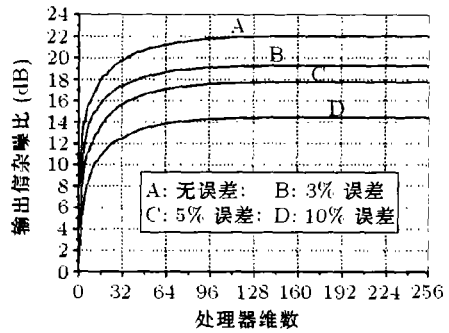


图 2 输出信杂噪比与处理器维数之间的关系

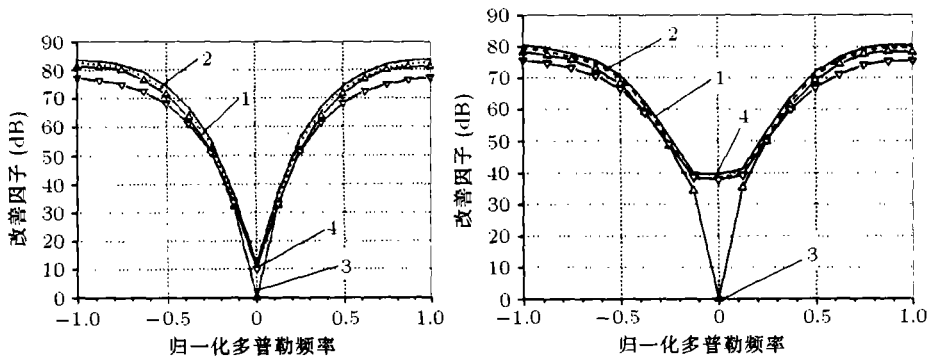
### 4.2 互谱法输出信杂噪比与处理器维数之间的关系

图 2 为 3 号多普勒滤波器内按互谱法做降维 STAP 时  $SCR_r$  与维数  $M$  的关系曲线, 图中画了四个误差量级的情况。由图可见,  $SCR_r$  收敛较快, 当  $M = 64$  时  $SCR_r$  已经基本达到  $SCR_{opt}$ , 此后再增大  $M$ , 对信杂噪比贡献很小。在 5% 幅相误差下,  $SCR_r$  要下降 4dB。

需要说明的是: 计算图 1 和图 2 时均假设单元输入信噪比 ( $SNR_e$ ) 为 0dB。

### 4.3 改善因子比较

图 3 为改善因子比较曲线, (a) 图无幅相误差, (b) 图为 5% 误差, 除全空时处理外, 维数  $M = 48$ 。由图可见: 无论在主杂波区还是在副瓣杂波区, 互谱法仅次于全空时处理。在 3 号多普勒滤波器, 无误差时, 互谱法比全空时处理差 1.3dB, 比 SDFT+STAP 好 5.8dB, 比 3DT-SAP 好 0.7dB; 5% 误差时, 互谱法比全空时处理差 1.2dB, 比 SDFT+STAP 好 3.5dB, 比 3DT-SAP 好 0.9dB。



(a) 无幅相误差

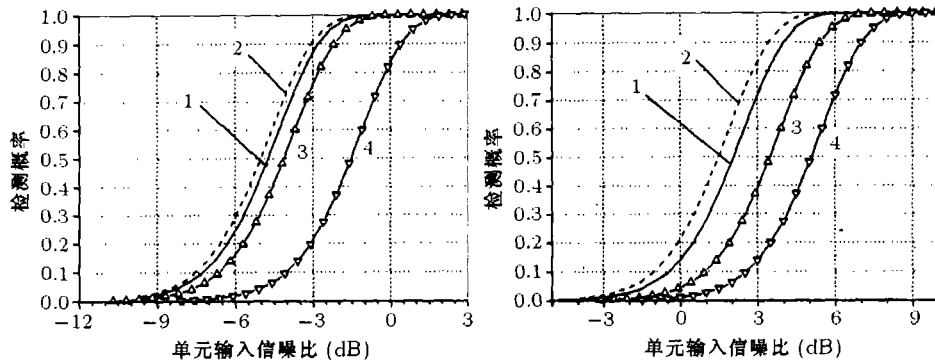
(b) 5% 幅相误差

图 3 几种 STAP 处理器改善因子比较

1 全空时自适应; 2 互谱法; 3 3DT-SAP; 4 SDFT+STAP

### 4.4 检测性能比较

为了能对不同处理器的性能加以比较, 我们用单元输入信噪比  $SNR_e$  来计算检测概率 (PD) 曲线, 这样的曲线能够集中反映检测概率与雷达所付出的能量代价、杂波抑制性能、CFAR 处理损耗等众多因素之间的关系, 因为  $SNR_e$  可以被理解成雷达所具有的极限威力。



(a) 3号多普勒滤波器

(b) 5号多普勒滤波器

图4 检测概率比较 (5%幅相误差, 虚警概率:  $10^{-6}$ )

1: 全空时自适应; 2: 互谱法; 3: 3DT-SAP; 4: SDFT+STAP

图4为5%幅相误差时PD与 $SNR_e$ 之间的关系曲线, (a)图为3号多普勒滤波器, (b)图为5号滤波器。从这些图中可以看出互谱法接近甚至略优于全空时处理, 原因在于互谱法的辅助样本数相对充裕, 估计杂波协方差矩阵引起的信杂噪比损耗减小, 这一结果也证明了前文的观点。另外, 平均而言, 3DT-SAP仅比互谱法差不到1dB, 而SDFT+STAP则明显比前两者差。

## 5 结论

本文首先分析了降维STAP的一般原理, 表明在处理器维数一定、辅助样本数有限的条件下, 降维处理的输出信杂噪比有可能接近全空时处理, 因此实际的机载相控阵雷达做适当的降维处理未必会带来最终检测性能的下降。

接着讨论了互谱法的原理。在处理器维数限定的条件下, 互谱法能够保证降维引起的信杂噪比损耗最小, 因此在处理器维数相同的情况下, 互谱法提供了特征空间内所有降维处理方法的性能上界。

尽管互谱法在理论上能够达到一个性能上界, 但由于要估计一个全空时杂波协方差矩阵, 需要大量的满足i.i.d.条件的辅助样本, 还要对一个高维的矩阵做特征分解, 而特征分解与矩阵直接求逆的运算量同样很大, 因此互谱法主要有理论价值, 实用性不大。本文还通过仿真将互谱法与两种基于傅氏基变换的固定结构的降维方法进行了性能比较。平均而言, 3DT-SAP仅比互谱法差不到1dB, 因此是一种工程上可选用的有效的简化处理方法。

## 参 考 文 献

- [1] 保铮, 张玉洪, 廖桂生, 王永良, 吴仁彪, 机载雷达空时二维信号处理, 现代雷达, 1994, 16(1), 38-48, 16(2), 17-27.
- [2] L. E. Brennan, D. J. Piwinski, F. M. Staudaher, Comparison of space-time adaptive processing approaches using experimental airborne radar data, In Proc. of 1993 IEEE National Radar Conference, Boston, Apr, 1993, 176-181.
- [3] I. S. Reed, J. D. Mallett, L. E. Brennan, Rapid convergence rate in adaptive arrays, IEEE Trans. on AES, 1974, 10(6), 853-863.
- [4] F. C. Robey, D. R. Fuhrmann, E. J. Kelly, R. Nitzberg, A CFAR adaptive matched filter detector, IEEE Trans. on AES, 1992, AES-28(1), 208-216.
- [5] E. J. Kelly, An adaptive detection algorithm, IEEE Trans. on AES, 1986, AES-22(1), 115-127.

- [6] J. S. Goldstein, I. S. Reed, Theory of partially adaptive radar, *IEEE Trans. on AES*, 1997, AES-34(4), 1309-1325.
- [7] J. S. Goldstein, I. S. Reed, Reduced rank adaptive filtering, *IEEE Trans. on Signal Processing*, 1997, SP-45(2), 492-496.
- [8] J. S. Goldstein, I. S. Reed, Subspace selection for partially adaptive sensor array processing, *IEEE Trans. on AES*, 1997, AES-33(2), 539-544.

## A STUDY OF REDUCED-RANK STAP

Zhang Liang    Bao Zheng    Liao Guisheng

(*Key Lab. for Radar Signal Processing, Xidian University, Xi'an 710071, China*)

**Abstract** This paper starts with the discussion of the principle of reduced-rank(RR) Space-Time Adaptive Processing(STAP). It is followed by a dedication of the performance upper bound of all eigen-based RR methods provided by Cross Spectral Method(CSM) under the condition of a given processor rank and identical secondary sample size. A performance comparison between two RR STAP processors with prefixed structure and CSM is performed by the means of simulations. It is shown that the performance of time pre-filtering followed by jointly localized STAP structure (i.e. 3DT-SAP) is very close to the upper bound and thereby it is an effective RR approach.

**Key words** Airborne phased array radar, Reduced-rank STAP(RR STAP), Cross Spectral Method (CSM), Clutter suppression, Detection performance

张 良: 男, 1966 年生, 南京电子技术研究所高级工程师, 西安电子科技大学博士生, 主要研究领域为机载相控阵雷达系统设计与雷达自适应信号处理.

保 铮: 男, 1927 年生, 中科院院士, 教授, 博士生导师, 主要研究领域为雷达系统与检测.

廖桂生: 男, 1963 年生, 教授, 博士生导师, 近期研究领域为统计信号与阵列信号处理及其在雷达和移动通信中的应用.