第 24 卷 第 7 期
2002 年 7 月
电子与信息学报
JOURNAL OF ELECTRONICS AND INFORMATION TECHNOLOGY
Vol.24 No.7
July 2002

非平稳信号的一种 ARMA 模型分析方法 [1]

张海勇 * **　　马孝江 *　　盖　强 * **

*(大连理工大学振动工程研究所 大连 116024)
**(大连舰艇学院通信教研室 大连 116018)

摘　要　该文提出了一种新的非平稳信号的时变参数 ARMA 模型分析方法. 用它分析数据需两个基本步骤：首先，用一种信号分解方法把信号分解成一些基本模式分量. 接着，对分解得到的基本模式分量建立时变参数 ARMA 模型，从而得出时频平面上的时变参数 ARMA 模型谱. 该方法可用于复杂的非线性、非平稳信号的处理.

关键词　基于经验的模式分解，时变参数 ARMA 模型，非平稳信号

中图号　TN911.7

1 前 言

时变参数模型是近几年来应用于非平稳随机信号分析与处理的一种新方法，越来越受到人们的关注. 这种方法通常用具有时变参数的自回归 (AR) 模型的自回归滑动平均 (ARMA) 模型来表征非平稳随机信号，与假设在一段时间间隔上信号是平稳的参数估计方法相比，时变参数模型法可以进一步提高参数估计的精确度 [1,2] .

对于 ARMA 模型，目前存在的主要问题就是模型参数的估计非常麻烦，且方法较少. 在平稳情况下对于定常参数的估计一般采用非线性最小二乘法或自回归白噪化估计法进行参数估计，但是在非平稳情况下应用这些方法对于时变参数进行估计则会带来不便. 例如，非线性最小二乘法计算繁琐，要求精确计算初始参数，否则迭代运算可能不收敛，自回归白噪化估计法进行参数估计拟合的 ARMA 模型，需要 AR 模型的阶数足够高时参数才能很好地逼近真值，但是实际上 AR 模型的阶数选择是受限的. 文献 [2] 采用了一种经过特殊处理的时变参数 ARMA 模型对非平稳随机信号进行分析，将模型左边的时变参数假设为一组基时间函数的线性组合，右边时变参数简化为常数，并用反馈线性估计法 [2] 进行参数估计. 该方法能避免应用非线性最小二乘法或自回归白噪化估计法等方法时出现的不便，并且计算简单，计算量小，占用存储空间少 [2] . 但是，其应用仍受到了很大的限制，仅仅可用于常用的非平稳信号的分析 [1,2] . 本文提出了一种新的非平稳信号的 ARMA 模型分析方法，用它分析数据需两个基本步骤：首先，用一种信号分解方法把信号分解成一些基本模式分量. 接着，对分解得到的基本模式分量建立时变参数 ARMA 模型，从而得出时频平面上的时变 ARMA 模型谱. 该方法可用于复杂的非线性、非平稳信号的处理.

2 非平稳随机信号时变 ARMA 模型

设时变 ARMA(p,q) 模型为

$$x_n + a_1(n)x_{n-1} + \cdots + a_p(n)x_{n-p} = e_n + b_1(n)e_{n-1} + \cdots + b_q(n)e_{n-q} \tag{1}$$

式中 e_n 是平稳白噪声过程，零均值，方差为 σ^2 ，p,q 分别是 AR 和 MA 部分的阶数，$\{a_i(n), i = 1,\cdots,p\}$ ，$\{b_i(n), i = 1,\cdots,q\}$ 是其 AR 和 MA 部分的时变参数.

为了方便起见，这里采用右边时变参数为常数的一种信号模型：

$$x_n + a_1(n)x_{n-1} + \cdots + a_p(n)x_{n-p} = e_n + b_1 e_{n-1} + \cdots + b_q e_{n-q} \tag{2}$$

假设时变参数 $\{a_i(n), i = 1,\cdots,p\}$ 是一组基时间函数的线性组合：

[1] 2000-07-28 收到， 2000-12-27 定稿

$$a_i(n)=\sum_{j=0}^{m}a_{ij}g_j(n) \tag{3}$$

式中 $\{g_i(n),j=0,\cdots,m\}$ 是一组基时间函数，令 $A'=[a_{10}\cdots a_{1m}\cdots a_{p0}\cdots a_{pm}]$ ， $X'_{n-1}=[x_{n-1}g_0(n)\cdots x_{n-1}g_m(n)\cdots x_{n-p}g_0(n)\cdots x_{n-p}g_m(n)]$ ， $B'=[b_1\cdots b_q], E'=[e_{n-1}\cdots e_{n-q}]$ ，则 (2) 式可以写为

$$x_n+X'_{n-1}A=e_n+E'_{n-1}B \tag{4}$$

类似平稳情况，时变参数 ARMA 模型谱估计可以定义如下：

$$S_x(n,z)=zB(z)B(z^{-1})/[A(z,n)A(z^{-1},n)]=e^{jw} \tag{5}$$

式中 $A(z,n)=1+a_1(n)z^{-1}+\cdots+a_p(n)z^{-p}$ ； $B(z,n)=1+b_1z^{-1}+\cdots+b_qz^{-q}$.

文献 [2] 对简单的调频信号及调幅信号，按 (4) 式建立时变 ARMA 模型 (选用勒让德基时间函数) ，并用反馈线性估计法 (FLE) 估计模型参数，得到了较好的谱估计.

基于上述的分析，若对复杂的非线性、非平稳信号利用某一分解方法将其分解成若干个简单的非线性、非平稳信号，然后再应用上述方法便可扩大其应用的范围.

3 基于经验的模式分解及其时变参数 ARMA 模型

Huang[3] 于 1996 年提出了一种新的信号分解方法——基于经验的模式分解 (EMD) . 其目的是把信号分解为基本模式分量，从而使瞬时频率这一概念具有实际的物理意义.

由于瞬时频率是时间的单值函数，所以在使用瞬时频率这一概念时，对应的数据应受到一定的限制. 由于在任何时刻只有一个频率值，所以此时刻只有一个分量. 对任一信号，为了得到一个有意义的瞬时频率， Huang[3](1996 年) 提出了一类满足下面两个条件的称为基本模式分量的函数：在整个数据序列中，极值点的数量与过零点的数量必须相等，或最多相差不能多于一个；在任何时间点上，被它的局部最大值与局部最小值定义的包络的均值必须是零.

由于大多数信号不是基本模式分量，任何时刻，信号中可能包含不只一个振荡模式. 因此，必须把信号分解为基本模式分量. Huang 提出了把信号分解为基本模式分量的算法——基于经验的模式分解算法，也被称为筛选过程 [3] ，思路如下：

找到信号中的所有局部极值点，其中所有的局部最大值被一个三次样条连接成为上包络，同理，局部最小值产生下包络，上下包络应将所有的数据都包含在它们之间. 上下包络线的均值定义为 m_1 ，而原始信号与 m_1 的差值被定义为分量 h_1 ，则：

$$X(t)-m_1=h_1 \tag{6}$$

理想情况下， h_1 应是一个基本模式分量. 然而，实际上对于非线性数据，包络均值可能不同于真实的局部均值，结果，一些非对称波仍可能存在. 筛选过程主要有两个作用：一是去除叠加波，二是使波形更加对称. 为了达到这个效果，该过程可以被重复多次. 在第二次过滤处理中，分量 h_1 被当作待处理数据，于是：

$$h_1-m_{11}=h_{11} \tag{7}$$

可以把处理过程重复 k 次，直到 h_{1k} 是一个基本模式分量，于是：

$$h_{1(k-1)}-m_{1k}=h_{1k} \tag{8}$$

定义

$$h_{1k} = C_1 \tag{9}$$

则 c_1 就是从原始数据中处理得到的第一个基本模式分量. C_1 中应包含原始信号中最短的周期分量. 从原始信号中分离出分量 C_1 ，得到

$$X(t) - C_1 = r_1 \tag{10}$$

由于剩余部分 r_1 仍然包含较长周期分量的信息，所以 r_1 仍被当作新的数据按以上相同的处理过程来处理. 该处理过程可对所有的接下来的剩余分量 r_j 进行处理，得到如下结果:

$$\left.\begin{aligned} r_1 - C_2 &= r_2 \\ r_2 - C_3 &= r_3 \\ &\vdots \\ r_{n-1} - C_n &= r_n \end{aligned}\right\} \tag{11}$$

这个处理过程在满足以下任一条件后即可停止：当分量 C_n ，或剩余分量 r_n ，变成小到比预定值小时；或当剩余分量 r_n 变成单调函数，而从中不能再筛选出基本模式分量时. 既使原信号数据具有全局零均值，其最后的剩余分量仍可能不是零；对于有趋势的数据，其剩余分量就应该是该趋势. 将 (10) 式与 (11) 式相加，最终得到:

$$X(t) = \sum_{i=1}^{n} C_i + r_n \tag{12}$$

于是，到此已经把原始数据分解成 n 个基本模式分量，及一个剩余分量 r_n ，该剩余分量或者是一个平均趋势或者是一个常数. 应用这种分解方法，不需要均值或者零参考值，它只需要局部极值的位置，对于每个分量的零参考值是在筛选过程中得到的. 也就是说，不需要零参考值，该方法就可以去除有非零均值的信号中的大的直流分量.

由上述分解方法得到的每一个基本模式分量可以是幅度或频率调制的. 可变的幅度与瞬时频率不但很大地改进了信号分解或展开的效率，且使这种分解方法可以处理非平稳数据.

因此，经过基于经验的模式分解而得到的基本模式分量便是简单的非线性、非平稳信号，然后在此基础上，分别对 (12) 式的每一个基本模式分量建立时变参数 ARMA 模型，利用反馈线性估计法进行参数估计，便可对信号进行时频分析.

4 仿真

这里给出一个三个线性调频信号叠加的例子. 由如下方程所代表:

$$\begin{aligned} x_t = {} & \sqrt{2}\sin[2\pi(0.22 + 3\times 10^{-3}t)t] + \sqrt{2}\sin[2\pi(0.62 + 3\times 10^{-3}t)t] \\ & + \sqrt{2}\sin[2\pi(1.82 - 2\times 10^{-3}t)t] \end{aligned}$$

在三个线性调频信号中，其中之一的频率的变化率与另外两个不同.

对该数据应用基于经验的模式分解算法 (数据长度 512 点，采样频率 10Hz) 进行分解，得到图 1 所示的三个基本模式分量 C_1, C_2, C_3 及一个剩余分量 C_4(其中 S_1 为原始信号 x_t) .

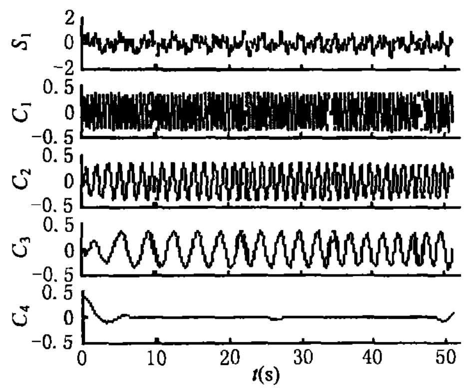

图 1　信号 x_t 及其被分解的分量

对分解得到的三个基本模式分量 C_1, C_2, C_3 分别按 (4) 式建立时变 ARMA 模型，都选用勒让德基时间函数，基的程度取 2，模型阶数均取 $p=2$，$q=2$，应用反馈线性估计法进行参数估计，最后得时频关系如图 2 所示．从图中可清楚地看出原始信号 x_t 所包含的三个线性调频信号 (每个线性调频信号对应一个基本模式分量)．

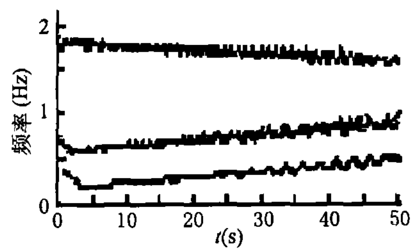

图 2　信号 x_t 的时频关系

5 结 论

通过仿真，对于多个线性调频信号迭加 (频率变化率不同) 的情况，利用基于经验的模式分解及其时变参数 ARMA 模型方法进行分析，取得了好的效果，从而验证了该方法的有效性．基于经验的模式分解及其时变参数 ARMA 模型法是一种新的非线性、非平稳信号时变参数模型分析方法．由于基于经验的模式分解算法的引入，可以把复杂的非线性、非平稳信号分解成基本模式分量，从而使时变参数 ARMA 模型法可以处理复杂的非线性、非平稳信号．在这种新的时频分析方法中，其关键是信号分解算法，它的好坏直接影响到信号分解的精度．由于在计算局部最大值与局部最小值定义的包络的均值时，用到了两次三次样条插值．三次样条插值带来的问题是过冲和欠冲．而且样条插值在信号的两个端点处会出现大的摆动，因为信号的两个端点可能不是局部极值点．这种摆动可能会传播到信号数据的中间段并破坏整个数据特性．因此，基于经验的模式分解算法的进一步研究是绝对必要的．此外，由于该方法在进行参数估计时将 ARMA 模型右边的时变参数当作常参数来处理，所以对于需要精确了解信号谱谷的变化的情况则不太适合．

参 考 文 献

[1] Y. Grenier, Time-dependent ARMA modeling of nonstationary signals, IEEE Trans. on ASSP, 1983, 31(4), 899–911.

[2] 王文华，王宏禹，非平稳信号的一种 ARMA 模型参数估计法，信号处理， 1998, 14(1), 33–37.

[3] N. E. Huang, Zheng Shen, S. R. long, *et al.*, The empirical mode decomposition and the Hilbert spectrum for nonlinear non-stationary time series analysis, Proc. mathematical, Phs=ysical & Engineering sciences, the Royal Society, 1998, 454, 903–995.

A NEW METHOD FOR ARMA MODEL OF NON-STATIONARY SIGNAL

Zhang Haiyong* **　Ma Xiaojiang*　Gai Qiang* **

*(*Dalian University of Technology, Dalian* 116024, *China*)

**(*Dalian Naval Academy, Dalian* 116018, *China*)

Abstract In this paper, a new method for time-varying ARMA model is introduced. It includes two procedures. First, using one method of signal decomposition, a signal is decomposed into some basic components; second, time-varying ARMA model is established in any of these basic components, and gets their time-frequency spectrum. This method can analyze complicated non-stationary nonlinear signal.

Key words Empirical mode decomposition, Time-varying ARMA model, Non-stationary signal

张海勇：　男， 1966 年生，讲师，博士生，主要从事非平稳随机信号的分析与处理研究.
马孝江：　男， 1945 年生，教授，博士生导师，主要研究方向为系统辨识.
盖　强：　男， 1962 年生，讲师，博士生，主要从事非平稳随机信号的分析与处理研究.